# TD - MAGNETOSTATIQUE

### Exo 1 — Densité de courant non uniforme

On considère un fil de rayon R parcouru par un courant dirigé selon son axe (Oz) mais non uniforme selon r : $\vec{j}(M) = j_0 \left[1 - \left(\frac{r}{R}\right)^2\right] \vec{e}_z$

On veut déterminer la résistance du fil pour une longueur L. On note $\gamma$ sa conductivité électrique.

a - Faire un schéma et tracé le profil du courant dans le fil.
b - Quelle serait la résistance si le courant était uniforme dans le fil ? Pourquoi n'est-ce pas semblable dans le cas présent ?

Ne pouvant utiliser la loi d'Ohm, on sait toutefois que la puissance dissipée vaut $P_{diss} = RI^2$ avec $I$ le courant total dans le fil.

c - Calculer le courant I dans le fil

d - Rappeler l'expression de la puissance volumique dissipée par effet Joule et l'exprimer en fonction de $j$ puis comme une fonction de r.

e - Calculer la puissance dissipée total dans le fil de longueur L.

f - En déduire l'expression de la résistance du fil. Commenter le résultat obtenu.

Compléments :

a - Calculer le champ B dans tout l'espace.

## Exo 2 — Nappe de courant volumique

Pour rendre compte de façon plus réaliste de la nappe de courant, on considère celle-ci comme un plan infini d'épaisseur $e$, centrée en $z = 0$ et traversée par une densité de courant uniforme $\vec{j}(M) = j_0 \vec{e}_x$

a - Trouver le champ $\vec{B}(O)$ au milieu de la plaque

b - En déduire le champ magnétique dans tout l'espace en aménageant la méthode du cours sur le théorème d'Ampère pour ce contexte.

c - Trouver le courant surfacique associé au courant volumique et montrer que l'on retrouve les résultats du cours sur la nappe surfacique.

## Exo 3 — Hol'in the wire !

On considère un fil de rayon $R_2$ de centre O, invariant par translation selon (Oz) et parcouru par un vecteur densité de courant uniforme j selon (Oz). Le fil est évidé d'un cylindre de rayon $R_1 < R_2$ de centre O' et invariant par translation selon (O'z).

- Trouver le champ $\vec{B}$ dans la cavité. S'inspirer du voyage au centre de la terre & il y a une astuce sur les vecteurs deS baseS localeS.
- Qu'en est t-il si O = O' ? Peut-on confirmer notre résultat ?
- Tracer l'allure du champ en fonction de r dans le cas où O = O'.

## Exo 4 — Câble coaxial

On considère un coaxial comme un fil central de rayon $R_1$ portant un courant $I$ et une tresse métallique de rayon $R_2$ qui ramène se courant en sens inverse sous la forme d'un courant surfacique $\vec{j}_s$ . On raisonne sur une longueur H de câble et on considère que les armatures sont séparées par du vide.

RQ : Les deux armatures sont en réalité séparées par un diélectrique de perméabilité relative $\mu_r$ et de permittivité relative $\varepsilon_r$ .
On remplace simplement $\mu_0 \longrightarrow \mu_0\mu_r$ et de même $\varepsilon_0 \longrightarrow \varepsilon_0\varepsilon_r$

a - Calculer le champ $\vec{B}(M)$ entre les deux armatures.

b - Calculer l'énergie stockée dans le champ magnétique.

c - En déduire l'inductance L puis l'inductance linéique $\Lambda$ du câble coaxial.

d - A partir de la capacité d'un condensateur cylindrique [cf - cours] déterminer sa capacité linéique $\Gamma$. Justifier.

e - Que vaut le produit $\Lambda\Gamma$ ? Quel est sa dimension ?

f - Calculer le courant de retour $\vec{j}_s$ .

## Exo 5 — Inductance d'un solénoïde Torique

On considère un enroulement sur un tore de section carrée de coté a par a. Le tore a un rayon intérieur $R_1$ et un rayon extérieur $R_2$.
On note N le nombre de spires total autour du tore et I le courant dans le fil.
Le théorème d'Ampère permet d'établir le champ magnétique à l'intérieur du tore (Cf - cours).

a - Rappeler l'expression du champ magnétique à l'intérieur du tore.

b - Calculer le flux du champ magnétique dans une section carrée du tore. En déduire le flux propre pour le tore.
On procédera en découpant la section en surfaces élémentaires et on intégrera les flux élémentaires.

c - Calculer le coefficient d'inductance propre L, et en déduire l'énergie magnétique totale emmagasinée.

d - Rappeler la formule pour la densité d'énergie magnétique.
Par un calcul d'intégral retrouver l'énergie totale emmagasinée dans le tore.

Rq : On pourra se ramener à une intégrale sur un élément de volume d'ordre 1. Faire un schéma.