

TD - INDUCTION

Exo 0 — Loi de Lenz

On considère un circuit circulaire horizontal, de rayon R_0 et de résistance R , plongé dans un champ magnétique vertical et uniforme : $B_z(t) = B_0 + \alpha t$ avec $\alpha > 0$ lorsque $t > 0$.

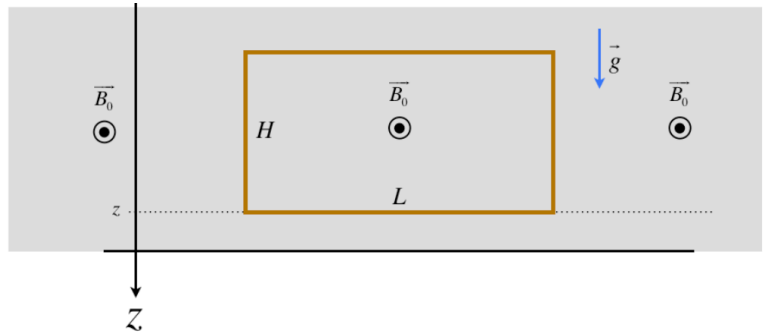
Faire un schéma du circuit [3D et 2D] dans le système de coordonnées adaptées.

- Représenter le champ magnétique.
- Proposer une convention d'orientation du contour judicieuse en justifiant.
calculer $e(t)$ et $I(t)$ dans cette convention.
- Que valent $e(t)$ et $I(t)$ dans le cas de l'autre convention ? Conclusion.

Exo 1 — Lévitation

On considère un circuit électrique rectangulaire de longueur L et de hauteur H . Le circuit est réalisé au moyen d'un cadre en cuivre de résistance R et de masse m . On note Oz l'axe vertical descendant, soit z la position de la base inférieure du cadre. La longueur L est horizontale.

Dans le demi-espace supérieur ($z < 0$) règne un champ magnétique uniforme B_0 et il est absent dans le demi-espace inférieur ($z > 0$).



a - Le circuit étant entièrement plongé dans le champ magnétique ($z < 0$), on le lâche sans vitesse initiale.

Calculer le flux du champ magnétique dans le circuit. [A vous de proposer une orientation du circuit]

Etablir l'équation du mouvement du circuit. A quelle condition cette mise en équation n'est elle plus valable ?

b - On imagine à présent que la base du rectangle rentre dans le demi-espace inférieur où le champ est absent. Calculer le nouveau flux en fonction de z et en déduire la f.e.m induite e en fonction de z ou de ses dérivées. Proposer un modèle électrique pour le circuit. Etablir l'équation électrique du circuit.

Définir le domaine de validité de cette modélisation sur la position z du cadre.

c - Faire le bilan des forces et en déduire l'équation mécanique du mouvement.

On détaillera surtout le calcul de la force de Laplace qui agit a priori sur l'ensemble du circuit.

Simplifier son calcul en vous appuyant sur un schéma. On donnera son expression en fonction du courant puis en fonction de la vitesse.

d - A l'aide du PFD, Etablir la loi de vitesse. On notera v_0 la vitesse lorsque $z = 0$.

- Que trouve-t-on si $v_0 = 0$ ou lorsqu'on lâche le cadre partiellement immergé dans le champ B ?

- Que se passe-t-il lorsque $z > H$? Argumenter.

e - On imagine pour finir que le cadre est réalisé au moyen d'un supraconducteur tel que $R = 0$.

A partir des modélisations précédentes déterminer la nature du mouvement dans ce cas.

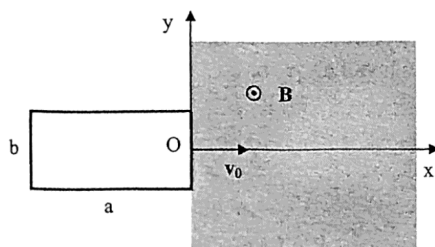
Quel est le courant dans le circuit et la fem ? Comment est-ce possible ?

Exo 2 — Freinage par induction

Le repère $R(O, \mathbf{i}, \mathbf{j}, \mathbf{k})$ est galiléen, le vecteur \mathbf{k} vertical dirigé vers le haut. Il règne un champ d'induction magnétique \mathbf{B} colinéaire à \mathbf{k} dans la zone $x > 0$. Un circuit conducteur rigide, rectangulaire de longueur a selon \mathbf{i} de largeur b a une masse m , une résistance R et une autoinductance L . Il peut glisser sans frottement dans le plan horizontal (x, O, y) . A l'instant initial, le circuit entre dans la zone $x > 0$.

Champ uniforme et circuit lancé

Le champ B est uniforme et le circuit est abandonné avec une vitesse initiale v_0 portée par l'axe Ox , conformément au schéma ci-dessous.



1. Déterminer le mouvement du circuit si on néglige l'inductance.

On donne : $v_0 = 1 \text{ m/s}$;
 $B = 0,1 \text{ T}$; $m = 0,1 \text{ kg}$,
 $b = 0,5 \text{ m}$; $R = 10^{-3} \Omega$

2. Le circuit est supraconducteur. Etudier le mouvement du circuit. Dans le cas où l'inductance du circuit vaut : $L = 10^{-7} \text{ H}$

Champ uniforme et circuit poussé

On applique au circuit non supraconducteur précédent, à partir de l'instant initial une force \mathbf{F} constante dans la direction de Ox à partir de l'instant initial.

Déterminer le mouvement du circuit.

Exo 3 — Balance de Cotton

On considère le dispositif suivant où une masse m en M est mise en équilibre avec un circuit électrique autour d'une liaison pivot en O . La portion $ABCD$ du circuit est plongée dans un champ magnétique uniforme B_0 . La portion AB du circuit a une longueur L et les arcs DA et BC sont des arcs de cercle de centre O .

La balance est à l'équilibre lorsque le plateau est vide et que le courant est nul.

a - Représenter les vecteurs force de Laplace le long des arcs DA , AB et BC

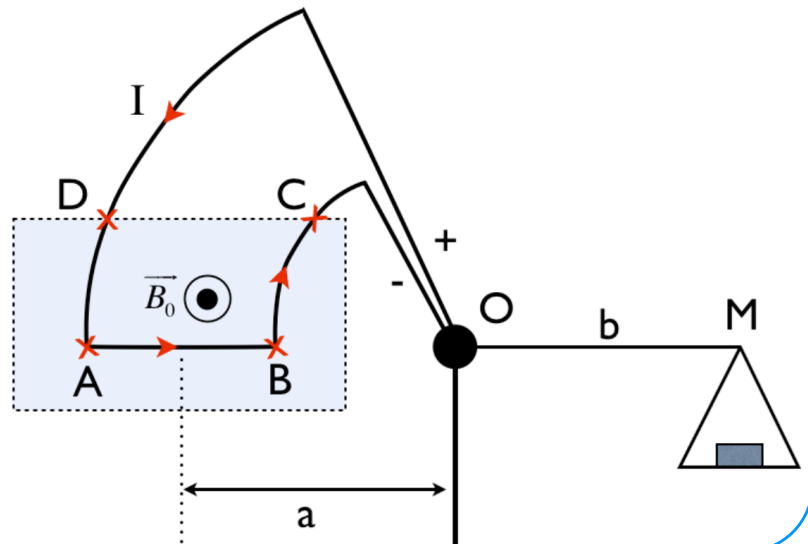
Expliquer le fonctionnement de la balance en discutant l'influence des forces le long de DA et BC .

Comment mesurer un poids avec la balance de Cotton.

b - Le point milieu du segment AB se trouve à une distance a de O et la masse m à une distance b de O .

Par un calcul complet des moments mis en jeu, établir la condition d'équilibre de la balance de Cotton.

On discutera en particulier le moment produit par les arcs DA et BC .



Exo 4 — Circuit LC couplés

On considère le dispositif suivant où l'on a réalisé le couplage magnétique entre deux circuits LC :

Les condensateurs et les bobines sont identiques $C_1 = C_2 = C$ et $L_1 = L_2 = L$.

Soit M le coefficient d'inductance mutuelle

Le condensateur C_1 est initialement chargé et porte une charge Q_0 . Le condensateur C_2 quant à lui est déchargé, et il n'y a aucun courant dans les circuits pour $t < 0$. A $t = 0$ on ferme l'interrupteur.

a - Etablir les équations électriques des deux circuits. Comment qualifier ce système ?

b - Proposer une astuce simple pour découpler les deux équations. Résoudre avec ce nouveau jeu de variables.

Quelles sont les deux constantes temporelles du problème ?

Proposer une vérification simple de vos solutions dans un cas particulier.

c - Appliquer les conditions initiales et en déduire les solutions du problème pour $u_1(t)$ et $u_2(t)$.

Factoriser les solutions obtenues. Comment appelle-t-on ce type de solution ?

Vérifier à nouveau vos solutions dans le cas particulier envisagé.

d - A quoi ressemble le graphe des solutions lorsque $M \ll L$. Justifier votre tracé en calculant les périodes associées à chacun des facteurs. Comment appelle-t-on ces périodes ?

e - Proposer un dispositif mécanique analogue à notre dispositif inductif.

Astuce : Quel serait l'analogue d'un circuit seul ? Comment modéliser le couplage ?