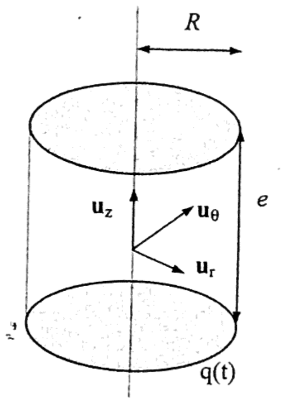
Charge d'un condensateur en régime lentement variable

On considère un condensateur plan dont les armatures circulaires, de rayon R, sont distantes de e. On note q la charge de l'armature inférieure à l'instant t. Un point situé à l'intérieur du condensateur est repéré à partir du centre du condensateur par ses coordonnées cylindriques (r, θ, z). sur la base $(\mathbf{u}_r, \mathbf{u}_\theta, \mathbf{u}_z)$.



On cherche le champ électromagnétique ($\mathbf{E}$, $\mathbf{B}$) dans l'espace compris entre les armatures sous la forme :

$$\mathbf{E}(t) = E_0(t)\,\mathbf{u}_z$$

$$\mathbf{B}(r,t) = B_1(r,t)\,\mathbf{u}_\theta$$

On admet que le champ électrique est décrit par les lois de l'électrostatique

On rappelle les identités : $\iint_S \mathbf{rotA}\,\mathrm{d}\mathbf{S} = \oint \mathbf{A}\,\mathrm{d}\mathbf{l}$ $\quad$ $\oiint \mathbf{A}\,\mathrm{d}\mathbf{S} = \iiint_V \mathrm{div}\mathbf{A}\,\mathrm{d}\tau$

div ($\mathbf{A} \wedge \mathbf{B}$)= $\mathbf{B}$rot$\mathbf{A}$ – $\mathbf{A}$rot$\mathbf{B}$

1. Exprimer $E_0(t)$ en fonction de $Q(t)$, R et ε_0.

2. Déterminer $B_1(r,t)$ en fonction de $\frac{\mathrm{d}q}{\mathrm{d}t}$, r, R et μ_0 en appliquant la relation de Maxwell-Ampère à un contour fermé que l'on précisera.

3. En déduire le module, la direction et le sens du vecteur de Poynting $\boldsymbol{\pi}$.

4. On charge le condensateur de $q = 0$ à $q = Q$. Calculer l'énergie électromagnétique rayonnée à travers la surface latérale du condensateur.

5. Exprimer la densité électromagnétique $u(r,t)$ en tout point de l'espace compris entre les armatures. En déduire l'énergie électromagnétique emmagasinée pendant la charge et comparer au résultat précédent.

6. Retrouver directement le résultat en exprimant la relation entre $\boldsymbol{\pi}$ et u.