

Écoulement externe homogène et incompressible autour d'un obstacle

Le présent chapitre est à nouveau limité à des écoulements homogènes et incompressibles. La masse volumique μ sera considérée comme une constante, caractéristique du fluide. La problématique des écoulements externes est très différente de celle des écoulements dans les conduites (en particulier les conduites de section uniforme); la notion de couche limite y est très importante. Après un aperçu rapide des écoulements autour de cylindres, on étudie la force de traînée subie par une sphère. Le cas de formes plus complexes est évoqué. Le comportement des ailes d'avion est enfin abordé, avec une étude à la fois de la traînée et de la portance.

Le lecteur pourra s'appuyer sur des illustrations fixes ou animées, réalisables à l'aide d'applications pour smartphones, comme WindTunnel, ou bien de logiciels pour micro-ordinateurs comme XFLR5, ou JavaFoil.

Certains développements du chapitre vont au-delà des exigences du programme, pour lequel les compétences et connaissances exigibles sont exposées à la fin, dans la rubrique « synthèse ».

1 Couche limite en écoulement externe

1.1 Notion

Il est expliqué au chapitre 15, pour les hauts nombres de Reynolds, que le champ des vitesses dans une conduite est presque uniforme, sauf près des parois. Et ceci est d'autant plus vrai que le nombre de Reynolds est élevé.

Il est très fréquent d'avoir à considérer un écoulement homogène et incompressible quasiment

uniforme, sauf dans le voisinage d'un obstacle solide qui le perturbe : l'écoulement autour d'un pont, d'une voiture, d'un skieur, d'un cycliste, d'un avion, d'un sous-marin, de la quille d'un bateau, etc.

On constate expérimentalement que la zone dans laquelle le champ des vitesses présente des fluctuations spatiales importantes est souvent d'extension assez limitée, à proximité de l'obstacle. Une telle zone porte le nom de **couche limite**. Elle a en général une de ses trois dimensions bien plus petite que les deux autres, d'où le terme de « couche ».

L'intérêt de la notion de couche limite est qu'elle constitue la seule zone de l'espace où le cisaillement est important, et par conséquent la seule zone où les forces de viscosité prennent des valeurs importantes, puisque ces forces font intervenir les dérivées spatiales du champ des vitesses, comme il est vu dans le chapitre 14.

1.2 Épaisseur caractéristique de la couche limite

Ce sont les phénomènes de viscosité qui prédominent dans la couche limite. Comme expliqué à la page 402 du chapitre 15, l'équation de la diffusion de la quantité de mouvement s'écrit $v \frac{\partial^2(\mu v_z)}{\partial x^2} = \frac{\partial(\mu v_z)}{\partial t}$, où ν est la viscosité cinématique. L'épaisseur δ de la couche limite est donc de l'ordre de $\sqrt{\nu \tau}$ où τ est une durée caractéristique de l'écoulement. Si la dimension caractéristique de l'obstacle est L et si la vitesse de l'obstacle par rapport au fluide a pour ordre de grandeur U , la durée caractéristique de l'écoulement est $\tau \sim \frac{L}{U}$. On peut donc estimer que l'épaisseur de la couche limite est de l'ordre de $\delta \sim \sqrt{\frac{\nu L}{U}} = \frac{L}{\sqrt{\frac{UL}{\nu}}}$ donc :

$$\delta \sim \frac{L}{\sqrt{Re}}$$

Pour l'écoulement d'air autour d'une voiture, l'épaisseur de la couche limite est de l'ordre de 1 mm !

1.3 Couche limite collée ou décollée

On se place dans le référentiel lié à l'obstacle et on note \vec{v}_∞ la vitesse du fluide loin de l'obstacle.

Pour des écoulements à bas nombre de Reynolds, la couche limite épouse la forme de l'obstacle et marque la transition entre le fluide en contact avec l'obstacle, immobile, et le fluide éloigné, où le champ des vitesses évolue lentement par rapport aux coordonnées d'espace, pour retrouver la valeur \vec{v}_∞ loin de l'obstacle. On dit que la couche limite est « attachée » ou « collée » à l'obstacle.

Pour des écoulements à haut nombre de Reynolds, la couche limite n'épouse la forme de l'obstacle que sur une partie de celui-ci. Elle est qualifiée de « décollée ».

Pour des nombres de Reynolds très faibles, la couche limite devient épaisse et perd son intérêt. Une couche limite peut elle-même être **laminaire** ou **turbulente**. La taille caractéristique de la couche limite étant δ , on peut lui associer un nombre de Reynolds spécifique $Re_{cl} =$

$\frac{\mu U \delta}{\eta}$. Compte tenu de l'ordre de grandeur de δ estimé ci-dessus, il vient : $Re_{cl} \sim \frac{\mu U L}{\eta \sqrt{Re}} \sim \sqrt{Re}$. Ainsi, la transition laminaire-turbulent s'opère dans la couche limite pour un nombre de Reynolds global plus important que pour la transition laminaire-turbulent globale.

2 Écoulements autour d'un cylindre en fonction du nombre de Reynolds

Avant de passer au cas de la sphère, comme le veut le programme de la filière PSI, on commence par étudier des écoulements externes autour d'un obstacle de forme cylindrique.

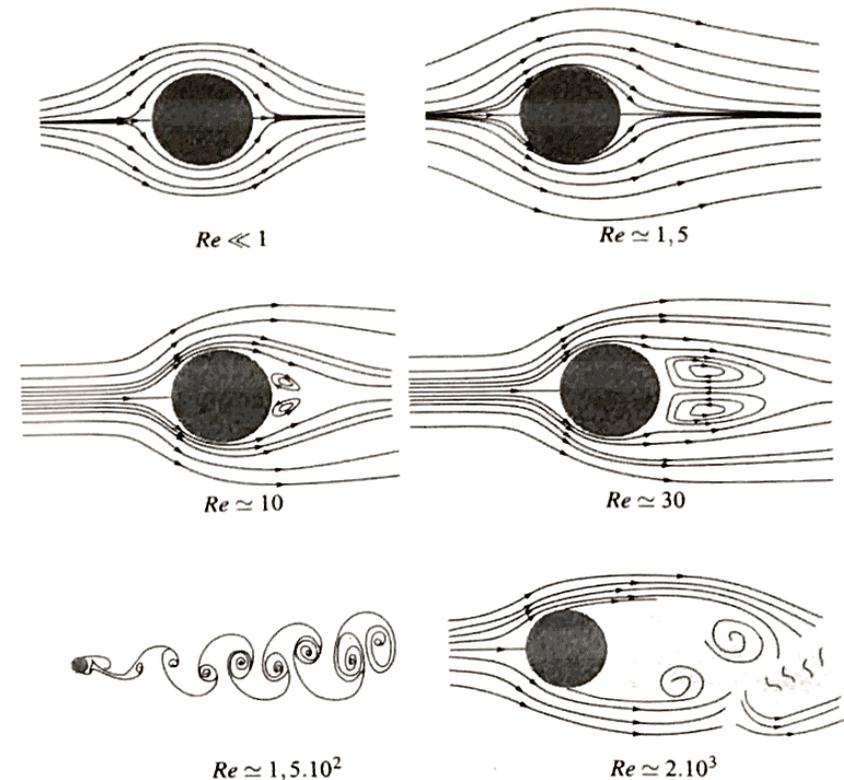


Figure 16.1 – Profils d'écoulements autour d'un cylindre circulaire.

L'intérêt de réaliser des observations autour d'un cylindre est que l'écoulement admet une invariance par translation parallèlement à son axe : il est bidimensionnel. Sa visualisation peut se faire dans un plan, orthogonal à l'axe du cylindre.

On considère un cylindre circulaire, de rayon R , d'axe (Oz) , de longueur très supérieure à R , fixe dans le référentiel du laboratoire. Un fluide s'écoule de façon homogène et incompressible en direction du cylindre, avec un champ des vitesses uniforme $\vec{v}_\infty = v_\infty \vec{u}_x$ en amont du cylindre. On note μ et η la masse volumique et la viscosité dynamique du fluide. Le cylindre étant très allongé selon son axe (Oz) (par rapport à son diamètre), le champ des vitesses est invariant par toute translation parallèle à (Oz) . La longueur caractéristique de l'écoulement est donc $L = 2R$, et le nombre de Reynolds : $Re = \frac{2\mu v_\infty R}{\eta}$.

La figure 16.1 permet de noter que :

- pour $Re < 1$, l'écoulement est laminaire, stationnaire, non décollé. La forme des lignes de courant est symétrique entre l'amont et l'aval. Sur une image non animée, on ne peut pas déceler dans quel sens le fluide s'écoule ;
- pour $Re \simeq 1,5$, la symétrie a disparu : on voit clairement que le fluide s'écoule de la gauche vers la droite. Il n'y a toujours pas de décollement ;
- pour $Re \simeq 10$, l'écoulement est décollé en aval du cylindre, et on observe l'existence de deux tourbillons contra-rotatifs, les tourbillons ayant des axes parallèles à celui du cylindre. L'écoulement est tourbillonnaire, mais pas turbulent ;
- pour $Re \simeq 30$, les deux tourbillons sont plus gros. Jusque là, l'écoulement reste stationnaire ;
- pour $Re \simeq 150$, l'écoulement est devenu non stationnaire, et les tourbillons se détachent, alternativement d'un côté, puis de l'autre, et s'éloignent du cylindre : ce sont les tourbillons alternés ou « allées » de Bénard-Von Karman ;
- pour $Re \simeq 2.10^3$, la turbulence fait son apparition.

On signale au passage qu'un écoulement laminaire à $Re < 1$ autour d'un cylindre peut être simulé, au-delà de la couche limite. Le programme ci-dessous permet de visualiser, d'une part, des lignes de courant présentant une antisymétrie amont-aval, d'autre part le champ de pression qui y est associé, la pression étant d'autant plus faible que le gris est plus foncé.

Programme (python)

```
from pylab import *
x0=y0=linspace(-3,3,1000)
x,y=meshgrid(x0,y0)
r2,theta=x**2+y**2,arctan2(y,x)
s,c=sin(theta),cos(theta)
vr,vt=c-c/r2,-s-s/r2
vx,vy=vr*c-vt*s,vr*s+vt*c
vx[r2<1]=vy[r2<1]=0
v2=(vx**2+vy**2)
p=v2.max()-v2;p[(r2-1)*(r2-.95)<0]=0
a=axes();axis('equal')
streamplot(x,y,vx,vy,density=1.8,minlength=1,color=None,
           cmap=cm.Greys)
a.add_patch(Circle((0,0),1,fc='gray'))
figure();im=imshow(p)
set_cmap(cm.Greys_r)
show()
```

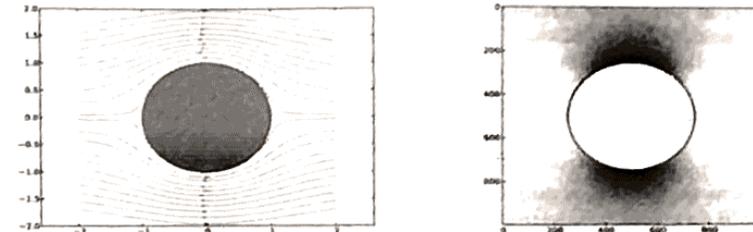


Figure 16.2 – Cas d'un écoulement laminaire : lignes de courant (à gauche), champ de pression (à droite).

3 Force de traînée subie par une sphère

3.1 Définition

Soit un fluide de masse volumique μ (uniforme et indépendante du temps dans les conditions de l'écoulement), et de viscosité dynamique η . Une sphère de rayon R est en mouvement de translation rectiligne uniforme par rapport au référentiel $\mathcal{R}_\Pi = \{O_\Pi, x, y, z\}$, dans lequel le fluide est au repos.

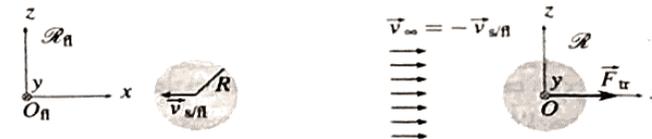


Figure 16.3 – Référentiels lié au fluide (à gauche) ou à la sphère (à droite).

On note $\vec{v}_{s/\Pi} = -v_{s/\Pi} \vec{u}_x$ la vitesse de la sphère par rapport à \mathcal{R}_Π . Pour simplifier l'étude, on se place dans le référentiel $\mathcal{R} = \{O, x, y, z\}$, lié à la sphère. Dans \mathcal{R} , le fluide s'écoule, loin de la sphère, avec un champ des vitesses uniforme $\vec{v}(M) = v_{s/\Pi} \vec{u}_x$, que l'on note \vec{v}_∞ . Dans le voisinage de la sphère, le champ des vitesses est bien entendu non uniforme ; sa forme sera illustrée plus loin. Les visualisations d'écoulements autour de sphères sont bien plus délicates à réaliser que celles autour de cylindres car, d'une part il faut parvenir à maintenir les sphères sans trop perturber les écoulements ; d'autre part, il faut imposer un éclairage uniquement dans un plan car le champ des vitesses n'est pas invariant par translation selon un axe : l'écoulement est tridimensionnel. Il admet toutefois une symétrie de révolution autour de l'axe l'écoulement tant que celui-ci est laminaire.

- Les actions de contact exercées par le fluide sur la sphère sont de deux natures :
- des forces de pression, normales à la surface de la sphère ;
 - des forces de cisaillement, dues à la viscosité, tangentes à la surface.

On a déjà étudié la résultante des forces de pression dans le chapitre 11 consacré à la statique des fluides : lorsque la sphère est immobile dans un fluide au repos, la résultante des forces

de pression est la **puissance d'Archimède**, qui résulte de l'hétérogénéité du champ de pression, due à la pesanteur. En présence d'écoulement, la répartition de la pression autour de la sphère change : elle est due non seulement à la pesanteur, mais aussi à la façon dont le fluide s'écoule autour d'elle. Ce que l'on appelle la « force de traînée » s'exerçant sur un objet est la projection selon la direction de l'écoulement (donc parallèlement à \vec{v}_∞) de la résultante des actions de contact dues uniquement au mouvement de l'objet par rapport au fluide, sans tenir compte des effets de la pesanteur sur le champ de pression.

Expérimentalement, il n'est pas difficile de séparer l'action de la pesanteur de celle de l'écoulement : il suffit de créer un écoulement horizontal, donc orthogonal au champ de pesanteur.

On appelle **force de traînée** \vec{F}_{tr} subie par un solide en mouvement rectiligne uniforme par rapport à un fluide, la résultante des forces de pression et de cisaillement qu'exerce sur lui le fluide parallèlement à la direction de l'écoulement, en ne considérant que les forces de pression dues à l'écoulement.

3.2 Évolution de la force de traînée avec le nombre de Reynolds

a) Paramétrage adimensionné

Il n'existe pas de loi analytique générale pour exprimer la force de traînée subie par une sphère dans un fluide visqueux. Il faut faire appel à des mesures expérimentales. Afin de regrouper des résultats expérimentaux obtenus pour des sphères de tailles différentes, des fluides et des vitesses d'écoulements variés, il est nécessaire de définir des paramètres adimensionnés.

Le premier à considérer est naturellement le **nombre de Reynolds**, $Re = \frac{2\mu v_\infty R}{\eta}$, qui caractérise les différents types d'écoulements, en prenant en compte les deux modes de transfert de la quantité de mouvement.

Il faut en définir un second, lié à la force de traînée, en divisant celle-ci par une grandeur physique qui soit à la fois homogène à une force, et représentative de l'écoulement ressenti par la sphère. Ce second paramètre adimensionné est nommé **coefficient de traînée** et noté C_x . Le jet de fluide, qui a la même section $S = \pi R^2$ que la sphère, a un débit volumique $D_v = v_\infty S$ et une puissance cinétique $\frac{1}{2}\mu v_\infty^2 D_v$, c'est-à-dire $\frac{1}{2}\mu v_\infty^2 v_\infty S$. La quantité $\frac{1}{2}\mu v_\infty^2 S$ est donc homogène à une force et caractérise bien l'action du jet de fluide qui arrive sur la sphère.

Le **coefficient de traînée** C_x d'une sphère est défini par $C_x = \frac{\|\vec{F}_{tr}\|}{\frac{1}{2}\mu v_\infty^2 S}$. S est la section droite de la sphère ou **maître-couple**.

b) Graphe C_x en fonction de Re

Le graphe de la figure 16.4, est en échelle bilogarithmique. Pour plus de lisibilité, ce sont les valeurs de C_x et de Re qui sont indiquées. Ce graphe rassemble de très nombreux résultats expérimentaux obtenus avec différentes sphères lisses et différents fluides. Le fait de représenter

une grandeur adimensionnée en fonction d'une autre permet précisément de rassembler des mesures obtenues dans des conditions très variées, et d'obtenir une courbe globale : il y a **similitude** entre des systèmes d'échelles différentes.

c) Étude des différents domaines caractéristiques du graphe

Domaine $Re < 1$ Pour des faibles nombres de Reynolds, le graphe de la figure 16.4 est linéaire, donc on a une loi du type $\log(C_x) = a \log(Re) + b$. Un examen approfondi du graphe permet de voir que C_x passe environ de 230 à 2,3 pour Re passant de 0,1 à 10. Le coefficient directeur de la droite est donc $a = -1$.

En remplaçant a par sa valeur, on obtient $\log(2,3) = -\log(10) + b$, d'où $b \simeq 1,4$.

Dans le domaine des bas nombres de Reynolds, le lien entre C_x et Re peut ainsi s'écrire

$$C_x \simeq \frac{10^{1,4}}{Re} = \frac{25}{Re}$$

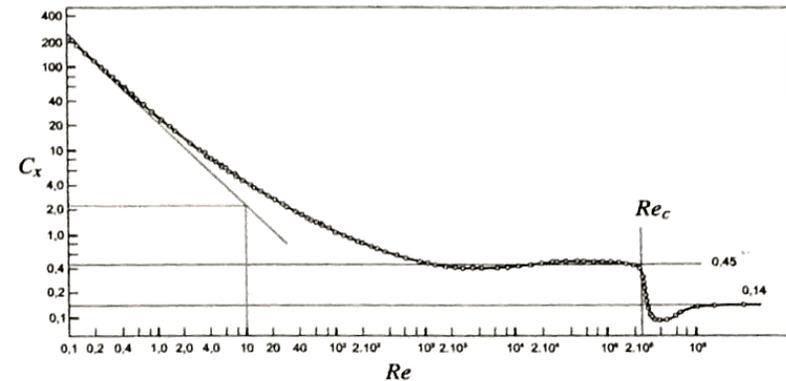


Figure 16.4 – C_x en fonction du nombre de Reynolds pour une sphère lisse.

En remplaçant dans la définition de C_x , cela donne $\|\vec{F}_{tr}\| \simeq \frac{25\eta}{2\mu v_\infty} \frac{1}{2}\mu v_\infty^2 \pi R^2$.

Attendu que $25/4 \simeq 6$, et que la force de traînée est de même direction et même sens que \vec{v}_∞ , donc de sens opposé à la vitesse de la sphère \vec{v}_s par rapport au fluide, on retrouve à peu de choses près la **loi de Stokes**¹ pour la force de traînée d'une sphère à bas nombre de Reynolds.

Pour les nombres de Reynolds inférieurs à un, la **force de traînée** exercée par un fluide sur une sphère est de norme proportionnelle à celle de la vitesse de la sphère par rapport au fluide :

$$\vec{F}_{tr} = -6\pi\eta R \vec{v}_{s/fl}$$

Dans ce domaine $Re < 1$ du graphe de la figure 16.4, la diffusion de quantité de mouvement

1. Cette loi a été établie de façon analytique par Georges Gabriel Stokes, 1819 – 1903, mathématicien et physicien britannique ; son nom est aussi associé à l'équation de Navier-Stokes, équation locale de la dynamique pour les fluides visqueux.

est nettement prédominante; la forme des lignes de courant autour de la sphère présente une symétrie entre l'amont et l'aval (étant donné que les lignes de courant sont orientées, il s'agit en réalité d'une antisymétrie, si on prend en compte cette orientation). L'allure de l'écoulement, dans un plan contenant le centre de la sphère, est donnée sur la figure 16.5. La symétrie de forme des lignes de courant se traduit par une symétrie de pression entre l'amont et l'aval. Par conséquent, la force de traînée n'est due qu'aux forces de cisaillement visqueuses.

À faible nombre de Reynolds, les forces de pression se compensent; la force de traînée est causée uniquement par les forces de viscosité. C'est la **traînée de frottement**.

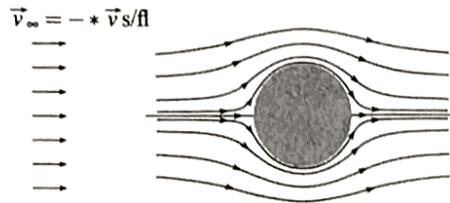
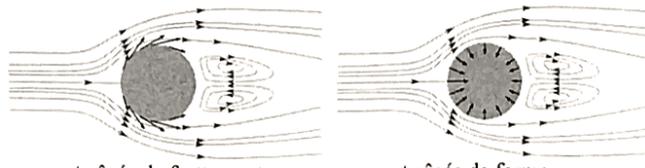


Figure 16.5 – Écoulement dans un plan contenant le centre de la sphère pour $Re < 1$.

Domaine $1 < Re < 2.10^3$ Dans ce domaine, la courbe de la figure 16.4 ne présente pas de comportement caractéristique particulier.

Dans un plan parallèle à l'axe de l'écoulement et passant par le centre de la sphère, les lignes de courant ont des formes un peu similaires à celles vues pour le cylindre. Toutefois, le décollement de la couche limite se produit pour un nombre de Reynolds un peu plus élevé, et les tourbillons qui apparaissent dans le sillage sont sous formes d'anneaux et non plus de cylindres, du fait de la géométrie 3D de l'écoulement.

La figure 16.6, qui montre l'écoulement dans le plan médian d'une sphère pour Re proche de 100, fait apparaître clairement les deux causes de la force de traînée : les forces de pression, responsables de la **traînée de forme** (ou **traînée de pression**), et les forces de viscosité, responsables de la **traînée de frottement**. Dans le « sillage » de la sphère, où l'écoulement est décollé, il n'y a que très peu de mouvement de fluide. La pression est moins importante en aval qu'en amont, là où le fluide vient frapper la sphère. Plus le sillage est large et plus la traînée de forme est importante.



Domaine $2.10^3 < Re < 2.10^5$ Dans ce domaine, on retrouve un comportement presque linéaire : la courbe de la figure 16.4 est pratiquement une droite horizontale. C_x est quasiment indépendant de Re . On retrouve ce type de comportement pour d'autres formes que la sphère. On parle alors « du C_x » de l'objet, dont la valeur dépend de la forme. Par exemple, depuis les années 1980, les voitures berlines ont un C_x de l'ordre de 0,30, alors que les SUV actuels ont un C_x plutôt voisin de 0,38.

Pour les nombres de Reynolds compris entre 2.10^3 et 2.10^5 , la **force de traînée** exercée par un fluide sur une sphère est de norme proportionnelle au carré de la vitesse de la sphère par rapport au fluide :

$$\vec{F}_{tr} = -\frac{1}{2} \mu v_{s/n}^2 \pi R^2 C_x \frac{\vec{v}_{s/n}}{\|\vec{v}_{s/n}\|}$$

Pour une sphère, $C_x \approx 0,45$.

Complément : chute brutale du C_x pour $Re = Re_c$ Pour une valeur critique Re_c de Re , le coefficient de traînée C_x chute brutalement. L'explication apparait très schématiquement sur la figure 16.7 : pour $Re < Re_c$ (schéma de gauche), la couche limite est laminaire à l'endroit où elle se décolle de la sphère; le sillage est très large en aval la sphère. En conséquence, la traînée de forme est importante. Pour $Re > Re_c$ (schéma de droite), la couche limite est turbulente au point de décollement, et il se trouve que la turbulence permet à la couche limite de décoller plus en aval, donc le sillage est plus réduit, et la traînée de forme aussi. Bien sûr, la turbulence de la couche limite augmente la traînée de frottement, mais l'effet sur la traînée de forme l'emporte.



Figure 16.7 – Chute du C_x lorsque la couche limite devient turbulente.

Pour les sphères lisses, Re_c est de l'ordre de 3.10^5 . Il est possible de décaler cette valeur en modifiant la rugosité de la sphère, comme on va le voir dans le paragraphe suivant.

Complément : domaine au-delà de Re_c Pour un nombre de Reynolds supérieur à Re_c , le coefficient de traînée redevient à peu près constant et de l'ordre de 0,14 pour une sphère lisse.

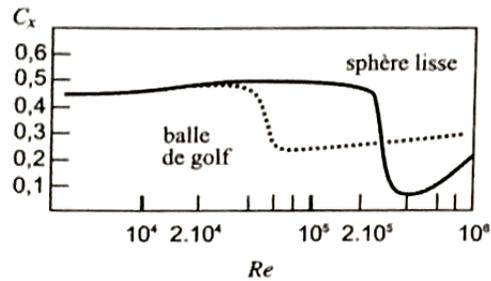


Figure 16.8 – Chute prématurée du C_x pour une balle de golf.

L'exemple le plus souvent cité est celui du golf : pourquoi donc avoir donné aux balles de ce sport une forme alvéolée ? s'agit-il d'un souci esthétique ?

Il n'en est rien : cette forme favorise la turbulence de la couche limite, ce qui permet d'abaisser la valeur du nombre de Reynolds critique Re_c . Les premières balles de golf étaient lisses puis les joueurs se sont rendu compte que les balles cabossées avaient une plus grande portée que les neuves, d'où la forme actuelle.

Pourquoi des coutures apparentes sur une balle de base-ball, un ballon de football, pourquoi des sortes du feutre pour revêtir une balle de tennis ?

Pourquoi les balles de tennis de table sont-elles lisses alors ?

De courts calculs d'ordres de grandeur permettent de répondre à toutes ces questions :

Sport	Golf	Tennis	Baseball	Football	Tennis de table
Diamètre D (cm)	4,3	6,5	7,4	22	4
record de vitesse ($\text{km}\cdot\text{h}^{-1}$)	328	251	162	222	112
vitesse v_s ou v_∞ ($\text{km}\cdot\text{h}^{-1}$)	200	150	100	60	70
Re	$1,6 \cdot 10^5$	$1,8 \cdot 10^5$	$1,4 \cdot 10^5$	$2,4 \cdot 10^5$	$5,2 \cdot 10^4$

On voit dans ce tableau que pour des phases de jeu ordinaires (de l'ordre de 60% de la vitesse record, sauf pour le football où on a pris plutôt 30%), le nombre de Reynolds est comparable à $2 \cdot 10^5$. Le caractère non lisse permet d'augmenter sensiblement la portée, en divisant le C_x par près de 2.

Lorsque la balle ralentit après avoir été frappée, le nombre de Reynolds diminue, et quand il atteint la valeur critique Re_c , le C_x augmente et la balle subit un ralentissement marqué, ce qui peut perturber les joueurs concurrents.

La balle de tennis de table n'a pas d'intérêt à être non lisse, compte tenu des faibles dimensions du terrain de jeu, et du fait des gammes de vitesse accessibles.

4 Force de traînée subie par des objets de formes diverses

Tout objet, quelle que soit sa forme, peut être caractérisé par une courbe donnant son coefficient de traînée C_x en fonction du nombre de Reynolds.

Sauf pour les ailes d'avion, qui seront traitées dans le paragraphe suivant, la longueur caractéristique L à prendre en compte pour l'estimation du nombre de Reynolds Re est la dimension transversale de l'objet que le fluide doit contourner, puisqu'il s'agit de la distance caractéristique de l'évolution spatiale du champ des vitesses. La section S est le maître-couple, c'est-à-dire la section maximale de l'objet dans un plan perpendiculaire à \vec{v}_∞ . Pour fixer les idées, ce serait l'ombre de l'objet sur un mur orthogonal à \vec{v}_∞ s'il était éclairé par un faisceau de lumière parallèle dans la direction \vec{v}_∞ .

La figure 16.9 donne les courbes pour trois obstacles supposés infiniment allongés dans la direction orthogonale au plan du dessin : un cylindre circulaire, un cylindre elliptique, et un cylindre très aplati, en forme de plaque plane.

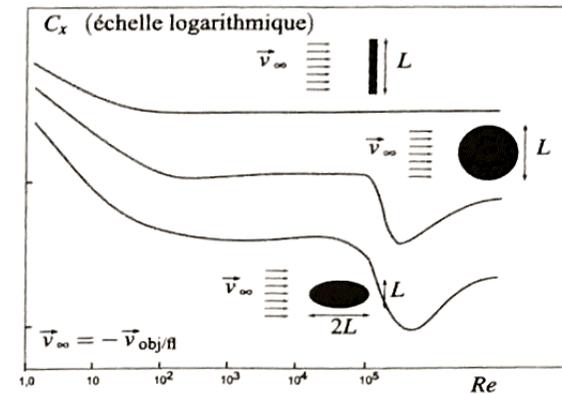


Figure 16.9 – Allure de l'évolution du coefficient de traînée pour des cylindres de différentes sections.

On devine sur cette figure que pour des faibles nombres de Reynolds, les courbes tendent vers des droites obliques. Pour les objets de forme non aplatie, les droites ont une même pente, égale à -1 , ce qui correspond à une force de traînée proportionnelle à la norme de la vitesse, comme pour la sphère : $\vec{F}_{tr} = -\alpha \vec{v}_{obj/\Omega} = +\alpha \vec{v}_\infty$, α étant une constante positive, dont la valeur dépend de la forme et de la taille de l'objet.

Pour des nombres de Reynolds plus importants, on retrouve aussi (mais de façon plus ou moins marquée selon la forme), un plateau horizontal, traduisant la proportionnalité de la force de traînée avec le carré de la norme de la vitesse. Cela correspond au domaine dans lequel l'objet peut être caractérisé par son C_x :

$$\vec{F}_{tr} = -\frac{1}{2} \mu v_{obj/\Omega}^2 S C_x \frac{\vec{v}_{obj/\Omega}}{\|\vec{v}_{obj/\Omega}\|} = +\frac{1}{2} \mu v_\infty^2 S C_x \frac{\vec{v}_\infty}{\|\vec{v}_\infty\|}.$$

Quelques ordres de grandeur de la vie quotidienne Pour fixer les idées, on évalue les ordres de grandeur des nombres de Reynolds pour des écoulements d'air ou d'eau, dans des conditions ambiantes de température et de pression, autour d'obstacles de la vie quotidienne.

Obstacle	Voiture	Cycliste	Coque de bateau	Dauphin
Taille caractéristique L (m)	2	1,5	2	0,5
vitesse ($\text{km} \cdot \text{h}^{-1}$)	50	15	40	30
Re	$2 \cdot 10^6$	$4 \cdot 10^5$	$2 \cdot 10^7$	$4 \cdot 10^6$

Tous les écoulements de la vie quotidienne sont turbulents.

La figure 16.10 donne les valeurs du C_x pour des obstacles bi ou tridimensionnels de formes simples.

Obstacle 2D	C_x	Obstacle 3D	C_x
 cylindre circulaire	1,22	 sphère	0,45
 demi-cylindre circulaire plein	1,16	 demi-sphère pleine	0,42
 demi-cylindre circulaire creux	1,20	 demi-sphère creuse	0,38
 demi-cylindre circulaire creux	2,3	 demi-sphère creuse	1,42
 ruban plan	1,86	 disque circulaire	1,14
 cylindre carré	2,05	 cube	1,05

Figure 16.10 – Coefficient de traînée pour des formes simples.

5 Traînée et portance d'une aile d'avion à haut nombre de Reynolds

5.1 Caractéristiques d'une aile d'avion

Il existe une très grande variété de formes d'ailes d'avion : cylindriques, en flèche, en delta, etc. Pour simplifier, on se limite ici aux ailes cylindriques, c'est-à-dire qui admettent une invariance de forme par translation selon une direction : celle des génératrices du cylindre.

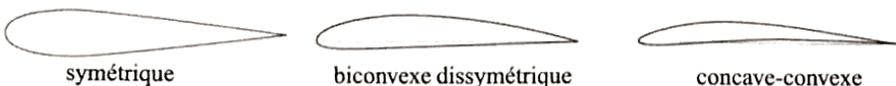


Figure 16.11 – Différents types de profils d'ailes d'avion.

Les profils des ailes cylindriques les plus courants sont de type symétrique, biconvexe dissymétrique, ou concave-convexe, comme on peut le voir sur la figure 16.11.

La surface supérieure de l'aile se nomme l'**extrados**, et la surface inférieure l'**intrados**. La ligne anguleuse de raccordement entre l'intrados et l'extrados se nomme le **bord de fuite**. C'est à cet endroit que se situe le point B du profil de l'aile sur la figure 16.12. Le **bord d'attaque** (point A), qui n'est pas anguleux, est la ligne de l'aile la plus éloignée du bord de fuite.

Sur une vue de profil de l'aile, la **corde** est le segment AB reliant le bord d'attaque au bord de fuite. Sa longueur est notée L .

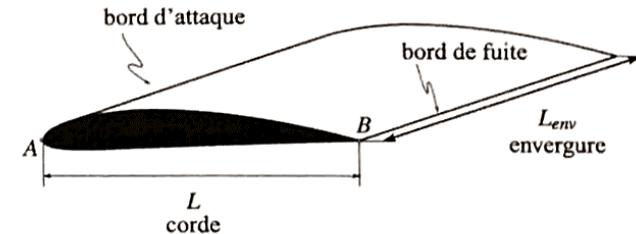


Figure 16.12 – Vocabulaire de base pour les ailes d'avion.

L'allongement de l'aile est le rapport λ de l'envergure L_{env} sur la corde L : $\lambda = L_{env}/L$. Pour une aile cylindrique, $\lambda \rightarrow \infty$.

Sauf dans le paragraphe 5.5 où on étudiera l'influence des extrémités de l'aile, on suppose que $L \ll L_{env}$, donc $\lambda \gg 1$.

Pour l'étude du comportement aérodynamique des ailes d'avions, on se place dans le référentiel \mathcal{R} lié à l'aile. Dans ce référentiel, l'écoulement de l'air est considéré uniforme loin de l'aile, avec un champ des vitesses \vec{v}_∞ .

Complément : les profils NACA La figure 16.13 correspond au profil NACA4412. Le NACA est un organisme américain qui a fusionné par la suite avec d'autres pour constituer la NASA. Le NACA a élaboré une base de données concernant les profils d'ailes, avec différentes nomenclatures, comprenant 4 ou 5 chiffres.

Pour expliquer ces chiffres, il faut préciser le vocabulaire utilisé par les aérodynamiciens.

Le « squelette » ou « ligne moyenne » d'un profil d'aile, est la courbe reliant le bord d'attaque au bord de fuite, en restant équidistante de l'intrados et de l'extrados, dans la direction orthogonale à la corde. L'épaisseur maximale e est la distance maximale entre l'intrados et l'extrados, également dans la direction normale à la corde. On définit aussi souvent l'épaisseur relative e/L . En pratique, elle est comprise entre 5% et 20%, et placée environ au tiers de la corde. La flèche maximale f est la plus grande distance entre la corde et le squelette. Le rapport f/L est la courbure relative ou cambrure.

Dans la référence à 4 chiffres du profil NACA4412, le premier 4 signifie que la cambrure est de 4%, le second 4 qu'elle est placée à 40% de la corde, et que l'épaisseur relative est de 12%.

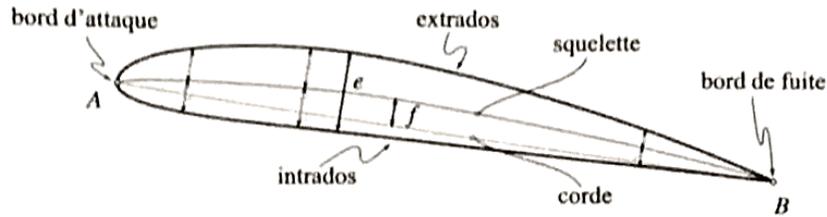


Figure 16.13 – Vocabulaire spécifique pour les ailes d'avion.

5.2 Définition de la traînée et de la portance d'une aile d'avion

Pour le calcul du nombre de Reynolds associé à une aile d'avion, on prend comme longueur caractéristique la longueur L de la corde, compte tenu de la faible épaisseur par rapport à la corde.

$$Re = \frac{\mu v_\infty L}{\eta}, \quad \text{avec } L = \text{corde pour une aile d'avion.}$$

La surface de référence d'une aile d'avion n'est pas le maître-couple, puisque celui-ci dépend de l'angle d'incidence, ce qui rendrait l'étude aérodynamique de l'aile peu pratique.

Par convention, on choisit comme **surface de référence** de l'aile le produit de la corde par l'envergure :

$$S = L \times L_{env}, \quad \text{surface de référence pour une aile d'avion.}$$

Les forces de traînée et de portance d'une aile dépendent du nombre de Reynolds, mais aussi d'un angle, appelé angle d'incidence, défini comme suit : l'**angle d'incidence** i est l'angle entre la direction de \vec{v}_∞ et celle de la corde. C'est une grandeur algébrique dont l'orientation est précisée sur la figure 16.14.

Pour une aile dont la corde est inclinée de l'angle d'incidence i par rapport à \vec{v}_∞ :

- la **force de traînée** \vec{F}_{tr} est la résultante des forces de contact qu'exerce l'air sur elle, parallèlement à \vec{v}_∞ ;
- la **force de portance** \vec{F}_{por} est la résultante des forces de contact qu'exerce l'air sur elle, perpendiculairement à \vec{v}_∞ .

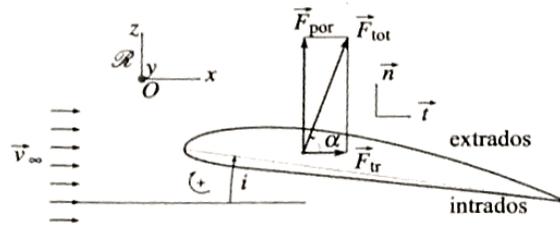


Figure 16.14 – Forces de traînée et de portance sur une aile d'avion.

Remarque

Les forces de contact sont les forces de pression et de viscosité (cisaillement). Il n'est pas nécessaire ici de préciser que l'on ne considère que les forces de pression liées à l'écoulement. En effet, dans l'air, la poussée d'Archimède est négligeable pour tous les engins volants autres que ceux qualifiés de « plus légers que l'air » comme les montgolfières et les dirigeables.

Soit \vec{t} le vecteur unitaire de même sens et même direction que \vec{v}_∞ , et \vec{n} le vecteur unitaire normal à \vec{t} , et orienté de l'intrados vers l'extrados (figure 16.14).

Les coefficients de traînée C_x et de portance C_z d'une aile sont définis par :

$$C_x = \frac{\|\vec{F}_{tr}\|}{\frac{1}{2} \mu v_\infty^2 S} \quad \text{et} \quad C_z = \frac{\vec{F}_{por} \cdot \vec{n}}{\frac{1}{2} \mu v_\infty^2 S}$$

C_x est défini positif car la force de traînée est toujours dans le sens de l'écoulement, mais C_z peut être positif ou négatif selon l'angle d'incidence.



La portance n'est pas toujours une force verticale : sa direction est, par définition, orthogonale à la vitesse \vec{v}_∞ , mais celle-ci n'est horizontale que lors de certaines phases de vol. Elle ne l'est pas par exemple au décollage, à l'atterrissage, lors d'un « cabré » ou d'un « piqué ».

Pour la plupart des phases de vol, l'angle d'incidence est assez faible, et la traînée d'une aile cylindrique est essentiellement une traînée de frottement. Pour les fortes incidences en revanche, l'écoulement est très décollé et la traînée de forme, c'est-à-dire de pression, (notion définie sur la figure 16.6 à la page 444) devient également importante. On verra au paragraphe 5.5 que si on tient compte de l'envergure finie de l'aile, une troisième cause de traînée est à prendre en compte : la traînée induite.

La portance en revanche, est quasiment uniquement causée par les forces de pression. Grâce à sa forme bombée, l'extrados est en dépression par rapport à la pression P_∞ régnant loin de l'aile. L'intrados est la plupart du temps en surpression. La figure 16.15 illustre ceci avec la convention de représentation adoptée usuellement par les aérodynamiciens. Les flèches y représentent non pas les forces de pression $P - P_0$, P_0 étant la pression de l'air en tout point éloigné de l'aile.

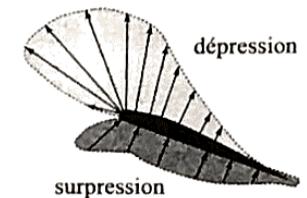


Figure 16.15 – Forces de pression sur une aile de profil donné.

On note \vec{n} la normale à la surface de l'aile en un point N , orientée dans le sens fuyant l'aile. Pour une portion élémentaire dS de surface de l'aile, la force élémentaire de pression $-(P - P_0) dS \vec{n}$ est dirigée vers l'aile en cas de surpression positive $(P - P_0) > 0$, et dans le sens fuyant l'aile pour une dépression, c'est-à-dire une surpression négative. Cette façon conventionnelle de représenter les choses ne doit pas faire oublier que les forces de pression

P (et non de surpression) exercées par l'air sur l'aile sont toutes dirigées vers l'aile. Dans le même ordre d'idée, on lit parfois dans certains ouvrages qu'une aile d'avion est « aspirée » par le dessus. Bien évidemment, la pression qui s'exerce en un point de l'extrados n'est pas négative ; seule la surpression l'est.

Comme on peut le voir sur le graphe du milieu de la figure 16.16, le coefficient de traînée C_x diminue quand Re augmente, et ceci à toute incidence. En revanche (graphe de gauche), le coefficient de portance C_z augmente, et même très nettement pour Re voisin de 10^5 . Au-delà de cette valeur, pour des incidences modérées, C_z n'augmente que lentement avec Re . On notera que la valeur de C_z est souvent bien plus importante que celle de C_x .

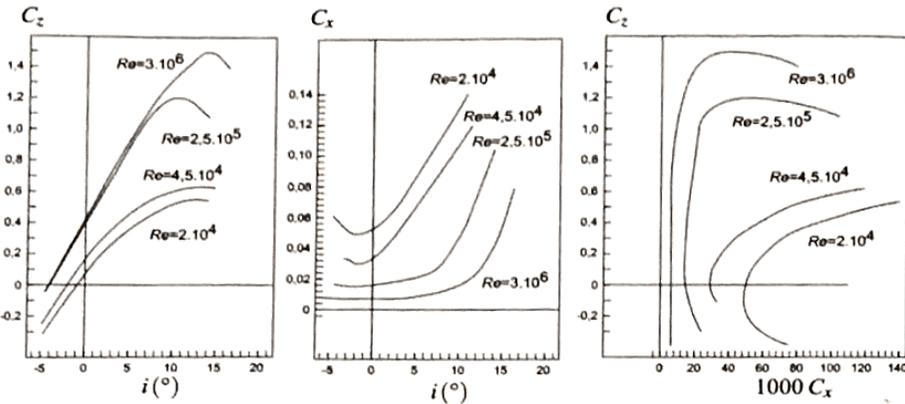


Figure 16.16 – Portance, traînée et polaire d'un profil NACA 4412.

5.3 Complément : polaire d'une aile

Plutôt que de tracer séparément C_x et C_z en fonction de l'angle d'incidence, on préfère parfois construire un graphe donnant C_z en fonction de C_x , paramétré par l'angle d'incidence i , comme cela apparaît sur le graphe le plus à droite de la figure 16.16. Cette représentation s'appelle la **polaire** ou **polaire d'Eiffel** de l'aile.

Elle permet de visualiser simplement ce que l'on nomme la finesse du profil :

La **finesse aérodynamique** est le rapport de la portance sur la traînée : C_z/C_x .

En effet, si l'échelle est la même sur les deux axes, l'angle α entre la force de traînée \vec{F}_{tr} et la forces totale \vec{F}_{tot} a pour tangente la finesse : finesse = $\tan \alpha$.

Sur le dessin de gauche de la figure 16.17, page suivante, le point M_1 , quelconque, correspond à une incidence pour laquelle la finesse est $\tan \alpha_1$. Et la finesse maximale correspond à l'angle α_{max} associé au point M_{max} pour lequel OM_{max} est tangent à la polaire.

Le sens physique que l'on peut donner à la finesse est le suivant : soit un avion de type planeur, de masse m , pour lequel on assimile les forces aérodynamiques qu'il subit à celles exercées sur sa voilure seule. On suppose qu'il soit en vol stabilisé, à vitesse \vec{v} constante par rapport au sol, un jour sans vent. Le planeur est soumis à :

- son poids $m \vec{g}$;
- la force de portance \vec{F}_{por} ;
- la force de traînée \vec{F}_{tr} .

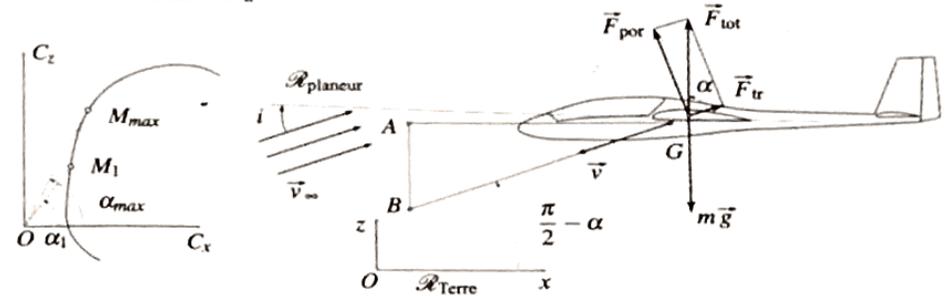


Figure 16.17 – Polaire d'Eiffel et finesse d'un profil.

En appliquant le théorème de la résultante dynamique au planeur dans le référentiel terrestre supposé galiléen, on a $m \vec{g} + \vec{F}_{por} + \vec{F}_{tr} = 0$, puisque le planeur évolue à vitesse constante. La résultante des forces aérodynamiques \vec{F}_{tot} est donc opposée au poids, comme le montre la figure 16.17.

La force de traînée est donc inclinée d'un angle $\frac{\pi}{2} - \alpha$ par rapport à l'horizontale (Ox). Or, cette force est par définition parallèle à la vitesse \vec{v}_∞ de l'air par rapport au planeur (loin de celui-ci), qui est elle-même l'opposée de la vitesse \vec{v} du planeur par rapport au référentiel terrestre \mathcal{R}_{Terre} en l'absence de vent. Par conséquent, la vitesse du planeur fait un angle $\frac{\pi}{2} - \alpha$ avec l'horizontale. Le centre d'inertie G du planeur se déplace le long de la ligne pointillée GB . Lorsque sa coordonnée horizontale aura varié de GA , son altitude aura chuté de AB , avec $\tan\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \frac{AB}{GA}$, et finesse = $\tan(\alpha) = \frac{GA}{AB}$.

La finesse aérodynamique correspond au rapport de la distance horizontale parcourue à la perte d'altitude, en vol plané à vitesse constante, sans vent.

Remarques

- il ne faut pas confondre l'angle d'incidence i entre \vec{v}_∞ et la corde avec l'angle $\frac{\pi}{2} - \alpha$ que fait \vec{v}_∞ avec l'horizontal ;
- \vec{v} est la vitesse du planeur dans le référentiel terrestre et \vec{v}_∞ la vitesse de l'air dans le référentiel lié au planeur ;
- un planeur (ou un parapente) peut avoir un vol à vitesse constante horizontale s'il y a du vent présentant des lignes de courant inclinées vers le haut, comme cela se produit en montagne lorsque le vent remonte la pente ; on appelle cela le vol de pente ;
- en l'absence de vent et de courant ascendant, un moteur est nécessaire pour maintenir un vol horizontal à vitesse constante ; la force de portance peut alors être verticale, opposée au poids, et la force de traînée, horizontale, compensée par la traction du moteur.

5.4 Complément : notion de décrochage

Le graphe de C_z en fonction de l'incidence i de la figure 16.16 montre que pour un nombre de Reynolds donné (donc en pratique pour v_∞ fixée), à partir d'une certaine incidence, le coefficient de portance décroît. Ce phénomène, plus ou moins marqué selon les profils et le nombre de Reynolds, se produit en général pour une incidence comprise entre 10° et 15° . C'est ce que l'on appelle le phénomène de **décrochage**. Il correspond au décollement de la couche limite vers le début de l'extrados et à la formation d'un sillage important, comme le montre le schéma de droite de la figure 16.18. Dans le sillage, la dépression n'existe quasiment plus, ce qui explique la diminution de la portance. En effet, dans cette zone que l'on peut qualifier de « morte », le fluide est presque en statique dans le référentiel lié à l'aile, et la pression qui y règne est proche de la pression atmosphérique. Quand l'écoulement n'est pas décollé, le champ des vitesses est de norme importante au-dessus de l'extrados (du fait de la forme de l'aile), ce qui crée une dépression, comme il est expliqué dans le paragraphe 4.4.2 du chapitre 13 avec l'effet Venturi. Le décrochage est plus brutal pour une aile au profil peu épais que pour une aile au profil épais.

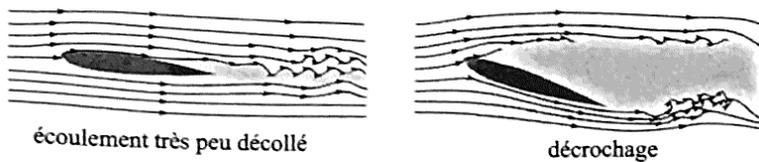


Figure 16.18 – Décrochage pour une forte incidence.

5.5 Complément : notion de traînée induite

Dans tout ce qui précède, on a considéré une aile cylindrique, c'est-à-dire d'allongement $\lambda \gg 1$. Quelle est la conséquence d'une envergure limitée sur la forme de l'écoulement ? Pour générer une force de portance, il faut impérativement une pression moins importante sur l'extrados que sur l'intrados. En bout d'aile, si aucune précaution particulière n'est prise, il naît un écoulement depuis les zones de forte pression vers celles de basse pression, donc depuis l'intrados vers l'extrados. Ce mouvement d'air, superposé à l'écoulement dû à l'avancement de l'aile, conduit à la naissance de **tourbillons marginaux**, comme le montre le schéma de gauche de la figure 16.19.

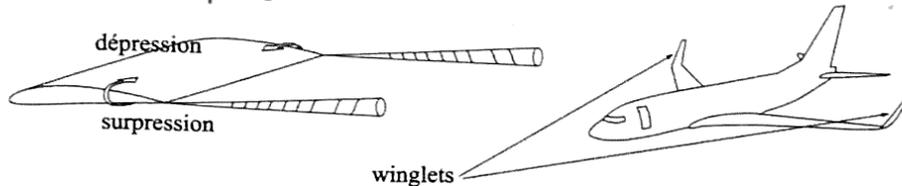


Figure 16.19 – Tourbillons marginaux en bouts d'ailes et winglets pour les atténuer.

Ces tourbillons sont consommateurs d'énergie et génèrent une traînée supplémentaire, appelée traînée induite. Ils sont par ailleurs sources de perturbations pour les avions qui se trouvent derrière celui qui les crée ; la cadence des décollages et atterrissages sur un aéroport est en

partie limitée par ce phénomène. Pour les atténuer, les avions modernes sont équipés de bouts d'ailes verticaux, les « winglets », qui permettent en quelque sorte aux ailes d'envergure finie de se rapprocher des ailes d'allongement infini.

5.6 Complément : hélices tractrices et éoliennes

La problématique des hélices, qu'elles soient tractrices ou récupératrices d'énergie, est assez proche de celle des ailes d'avion. La différence principale est que le mouvement de rotation de l'hélice engendre un écoulement d'air supplémentaire. Les profils des hélices sont similaires à ceux des ailes d'avions, mais elles sont le plus souvent vrillées, pour la raison qui va être exposée ci-dessous.

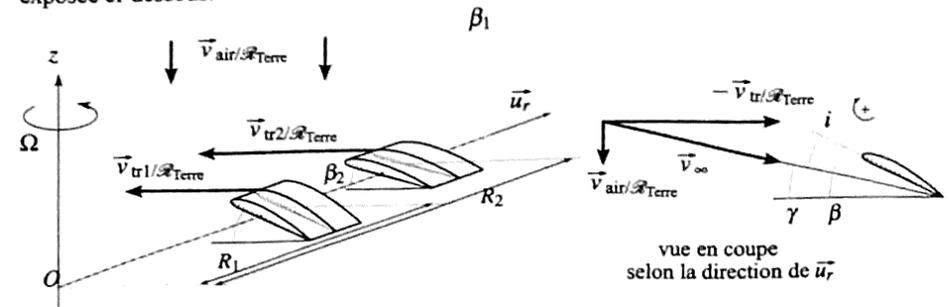


Figure 16.20 – Composition des vitesses pour des tranches d'hélice tractrice.

Soit une hélice tractrice tournant à la vitesse angulaire Ω par rapport à son axe (Oz) , lié au référentiel terrestre \mathcal{R}_{Terre} . Soient deux petites tranches de cette hélice, éloignées de l'axe respectivement de R_1 et R_2 , comme le montre la figure 16.20. L'air s'écoule parallèlement à (Oz) en direction de l'hélice avec une vitesse $\vec{v}_{air/\mathcal{R}_{Terre}}$. Du fait de la rotation de l'hélice autour de son axe, les tranches sont animées de vitesses différentes $\vec{v}_{tr1/\mathcal{R}_{Terre}}$ et $\vec{v}_{tr2/\mathcal{R}_{Terre}}$ par rapport à \mathcal{R}_{Terre} .

Ces vitesses ont pour norme $v_{tr1/\mathcal{R}_{Terre}} = \Omega R_1$ et $v_{tr2/\mathcal{R}_{Terre}} = \Omega R_2$.

On se place à présent dans le référentiel lié à la tranche n°1.

Par composition des vitesses, l'air parvient sur la tranche de pale dans ce référentiel avec la vitesse $\vec{v}_\infty = \vec{v}_{air/\mathcal{R}_{Terre}} + \vec{v}_{Terre/tr1} = \vec{v}_{air/\mathcal{R}_{Terre}} - \vec{v}_{tr1/\mathcal{R}_{Terre}}$.

Plus généralement, pour une tranche quelconque, $\vec{v}_\infty = \vec{v}_{air/\mathcal{R}_{Terre}} - \vec{v}_{tr/\mathcal{R}_{Terre}}$, comme illustré sur le schéma de droite de la figure 16.20.

Cette vitesse permet de définir l'angle d'incidence pour une tranche donnée de l'hélice. Soit β l'angle d'inclinaison de la corde de la tranche d'hélice par rapport au plan de rotation de l'hélice, c'est-à-dire le plan orthogonal à (Oz) . Et soit γ l'angle entre \vec{v}_∞ et ce même plan. L'angle d'incidence est $i = \beta - \gamma$.

L'angle γ est différent pour chacune des tranches de l'hélice, puisque $v_{tr/\mathcal{R}_{Terre}} = \Omega R$ dépend de la distance R entre la tranche et l'axe (Oz) . On voit donc que pour un profil donné de tranche, il faut modifier l'angle β en fonction de la distance R à l'axe si on veut garder la même incidence i pour toutes les tranches de l'hélice. L'angle β est directement lié à ce que l'on appelle le **pas** de l'hélice de rayon R , à savoir la distance dont on avancerait dans la

direction de l'axe de l'hélice si on parcourait un tour complet sur l'hélice.

Les hélices récupératrices d'énergie (éoliennes, hydroliennes) ont un profil différent : l'extrados et l'intrados sont inversés par rapport aux hélices tractrices, comme le montre la figure 16.21. La relation entre les angles devient $i = \gamma - \beta$.

La composante « utile » de la force de portance exercée par le fluide sur chaque tranche d'hélice est alors de même sens que celui de l'écoulement du fluide, tandis que pour une hélice tractrice, elle était de sens opposé à l'écoulement. Et en vertu du principe des actions réciproques, une hélice récupératrice exerce sur le fluide une force de sens opposé à l'écoulement, tandis qu'une hélice tractrice exerce sur le fluide une force de même sens que l'écoulement.

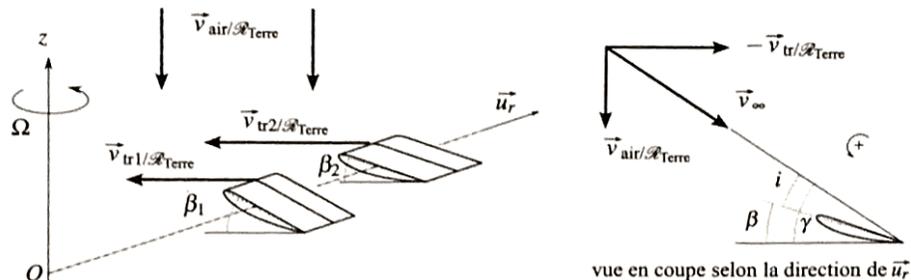


Figure 16.21 – Composition des vitesses pour des tranches d'hélice récupératrice d'énergie.

SYNTHÈSE

- force de traînée subie par une sphère solide en mouvement rectiligne uniforme
- coefficient de traînée C_x
- graphe de C_x en fonction du nombre de Reynolds
- notion de couche limite
- forces de traînée et de portance d'une aile d'avion à haut Reynolds
- décrire qualitativement la notion de couche limite
- associer une gamme de nombre de Reynolds à un modèle de traînée linéaire ou quadratique
- définir et orienter les forces de portance et de traînée
- pour les écoulements à grand nombre de Reynolds décrire qualitativement la notion de couche limite
- exploiter des graphes de C_x et C_z en fonction de l'angle d'incidence i

MOTS-CLÉS

- | | | |
|----------------------|-----------------|-------------|
| • nombre de Reynolds | • portance | • laminaire |
| • aile d'avion | • incidence | • turbulent |
| • traînée | • couche limite | |