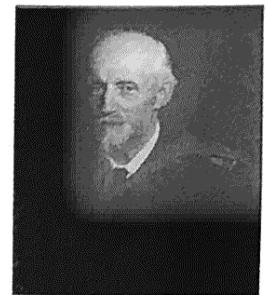


Fluides visqueux et nombre de Reynolds

Bien que suivant des études brillantes, Osborne **Reynolds** découvre le goût de la mécanique lors d'un apprentissage chez un constructeur de bateaux. Alliant approche expérimentale et connaissances théoriques précises, en particulier en mathématiques, il se découvre une passion pour la mécanique des fluides. Il poursuit parallèlement une carrière d'ingénieur et de professeur. Dans une publication, parue en 1883, dans laquelle il étudie le régime d'écoulement des liquides, il introduit un paramètre qui porte désormais son nom.



Osborne Reynolds
1842-1912

Résumé de cours

■ Ce qu'il faut connaître

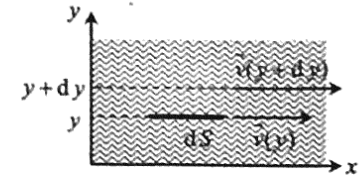
- ▷ La force de cisaillement visqueuse
- ▷ La définition du nombre de Reynolds, ses valeurs remarquables et son interprétation physique
- ▷ La notion de couche limite
- ▷ La notion d'écoulement laminaire
- ▷ La notion d'écoulement turbulent
- ▷ Force de traînée subie par une sphère solide en mouvement rectiligne uniforme
- ▷ Coefficient de traînée d'une sphère et l'allure de son évolution en fonction du nombre de Reynolds
- ▷ Forces de traînée et de portance d'une aile d'avion à haut Reynolds en fonction des coefficients de traînée C_x et de portance C_z

■ Ce qu'il faut savoir faire

- ▷ Choisir la dimension caractéristique d'un écoulement
- ▷ Calculer et utiliser le nombre de Reynolds
- ▷ Choisir l'expression adaptée de la force de traînée
- ▷ Décrire qualitativement la notion de couche limite, évaluer l'épaisseur de la couche limite
- ▷ Reconnaître un écoulement laminaire d'un écoulement turbulent
- ▷ Définir et orienter les forces de portance et de traînée
- ▷ Exploiter les courbes de C_x et C_z en fonction de l'angle d'incidence

■ Viscosité et forces de cisaillement surfaciques

Dans un fluide parfait, seules les forces de pression interviennent au sein du fluide. Dans un fluide visqueux, il y a de plus des forces de cisaillement ou de viscosité au sein du fluide. Pour un écoulement unidirectionnel selon x faisant état d'un gradient de vitesse suivant $(Oy)^+$ (on a alors $v(y+dy) > v(y)$), la loi de Newton donne la force élémentaire de cisaillement qu'exerce une particule de fluide située entre y et $y+dy$ sur la particule de fluide située en dessous d'elle à travers une surface dS (comprise dans un plan $y = cte$):



$$d\vec{F}(y) = \eta dS \frac{\partial v}{\partial y}(y) \vec{e}_x \quad (\text{en N}) \quad \text{avec } \eta \text{ la viscosité dynamique.}$$

Pour un fluide réel $\eta \neq 0$, pour un fluide parfait $\eta = 0$.

La force surfacique correspondante dite contrainte tangentielle est : $\vec{\tau}(y) = \eta \frac{\partial v}{\partial y}(y) \vec{e}_x$ (en Pa).

⇒ Méthode 8.1. Comment interpréter la force surfacique de cisaillement ?

Le travail de cette force de frottement est associé à des mécanismes irréversibles créateurs d'entropie et à une dissipation de l'énergie sous forme thermique.

■ Viscosité et force de traînée sur une sphère

Une sphère de rayon R en mouvement relatif dans un fluide subit de la part de ce dernier une action mécanique : la force de traînée. Elle dépend de la vitesse, de la dimension et de la nature de la sphère, de la viscosité dynamique η . Aux faibles vitesses (formule de Stokes):

$$\vec{f} = -6\pi\eta R \vec{v}. \quad \text{Aux vitesses élevées : } \vec{f} = -\frac{1}{2} C_x \rho \pi R^2 v \vec{v} = -\frac{1}{2} C_x \rho \pi R^2 v^2 \frac{\vec{v}}{\|\vec{v}\|}.$$

Dans ces expressions, C_x est le coefficient de traînée (nombre sans dimension), ρ la masse volumique du fluide, v la vitesse du fluide par rapport à la sphère et η la viscosité dynamique (en $\text{Pa}\cdot\text{s}$ ou en poiseuille Pl). On définit également le coefficient de viscosité cinématique

$$\nu = \frac{\eta}{\rho} \quad (\text{en } \text{m}^2 \cdot \text{s}^{-1}).$$

■ Nombre de Reynolds

C'est un nombre sans dimension défini par : $R_e = \frac{\rho L v}{\eta} = \frac{L v}{\nu}$

L étant une longueur caractéristique de l'écoulement de vitesse v .

Lorsqu'on a affaire à un fluide visqueux en écoulement, il convient de distinguer le **transport convectif de quantité de mouvement** dans le sens de l'écoulement, du **transport diffusif de quantité de mouvement** dans une direction transverse à celle de l'écoulement. La valeur du nombre de Reynolds nous renseigne : à grand nombre de Reynolds, c'est le flux convectif de quantité de mouvement, c'est-à-dire les effets de l'**Inertie**, qui domine. Au contraire, à faible nombre de Reynolds c'est le flux diffusif, c'est-à-dire les effets de la **viscosité**, qui domine.

On peut ainsi interpréter le nombre de Reynolds comme le rapport d'un temps caractéristique de diffusion de quantité de mouvement sur un temps caractéristique de convection.

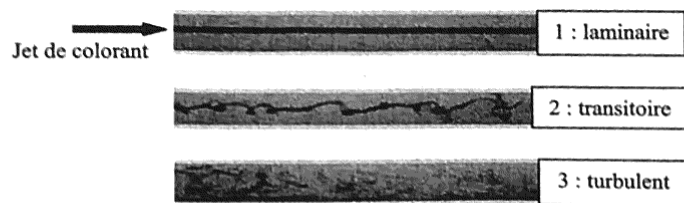
Pour que les mesures d'effort réalisées sur une simulation en soufflerie sur maquette à échelle réduite soient représentatives du cas réel, il convient de respecter une similitude de R_e .

⇒ Méthode 8.2. Choix de la longueur caractéristique

■ Écoulements laminaire ou turbulent

□ Écoulement laminaire ou turbulent en fonction du Re

L'expérience historique d'*Osborne Reynolds* (1880) consistait à visualiser les lignes de courant dans un écoulement en conduite cylindrique en injectant un filet de colorant en entrée de la conduite. À section de conduite constante, le Re était alors contrôlé par la valeur du débit dans la conduite (la vitesse moyenne en dépend). La figure ci-dessous rend compte de l'évolution du régime d'écoulement lorsque le Re augmente.



Pour de faibles valeurs du Re , les lignes de courant (visualisables par le colorant) sont stationnaires, l'écoulement est laminaire. Il est décomposable en couches s'écoulant les unes sur les autres sans s'interpénétrer.

À fort Re , les lignes de courant ne sont plus identifiables, on observe un fort brassage transversal à la direction principale de l'écoulement, le régime est turbulent.

Pour un Re intermédiaire entre ces deux derniers cas, on observe une succession aléatoire entre des zones de régime laminaire et des « bouffées turbulentes » caractéristiques d'un régime transitoire de laminaire à turbulent.

□ Critère numérique

L'ordre de grandeur du nombre de Reynolds délimite (grossièrement) les deux types d'écoulement : $R_e < 2000$: écoulement laminaire et $R_e > 2000$: écoulement turbulent

⇒ Méthode 8.4. De l'écoulement laminaire à turbulent

■ Notion de couche limite

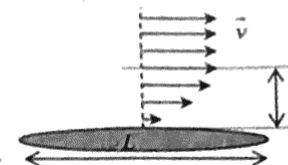
La vitesse au contact d'un obstacle est nulle (à cause de la viscosité) et suffisamment loin de celui-ci, l'écoulement se fait à vitesse uniforme. La zone de fort gradient de vitesse où s'exercent les efforts de viscosité est appelée **couche limite**. Le **décollement** de la couche limite de la surface de l'obstacle induit une forte augmentation de traînée.

L'épaisseur caractéristique de la couche limite est donnée par

$$\delta \approx \frac{L}{\sqrt{R_e}}$$

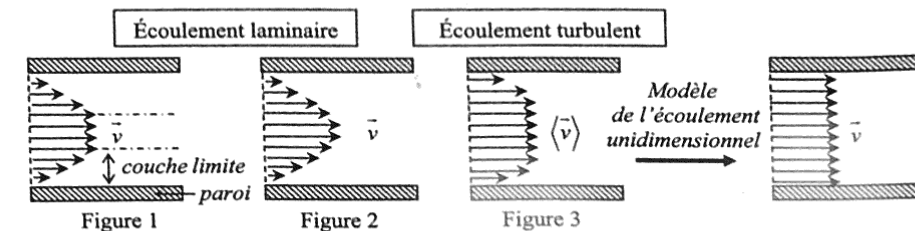
avec L une longueur caractéristique de l'obstacle. Dans la couche limite, les effets de viscosité prédominent, au-delà, ils sont négligeables et l'écoulement est celui d'un fluide parfait.

⇒ Méthodes 8.3. Choix de la longueur caractéristique et 8.4. De l'écoulement laminaire à turbulent



■ Écoulement en conduite de section circulaire

En régime laminaire : en entrée d'une conduite de section circulaire, les effets dissipatifs de la viscosité ne se manifestent que dans la couche limite. Dans sa zone centrale, l'écoulement est celui d'un fluide parfait. La puissance des actions de contact entre le fluide et la paroi est nulle, et la dissipation par frottements visqueux se fait dans la couche limite. Le profil de vitesse sur une section est celui de la figure 1. Plus loin de l'entrée, à une distance d'environ 50 fois le diamètre de la conduite, le gradient de vitesse caractéristique de la couche limite gagne progressivement le centre de la conduite, le profil de vitesse est parabolique (figure 2).

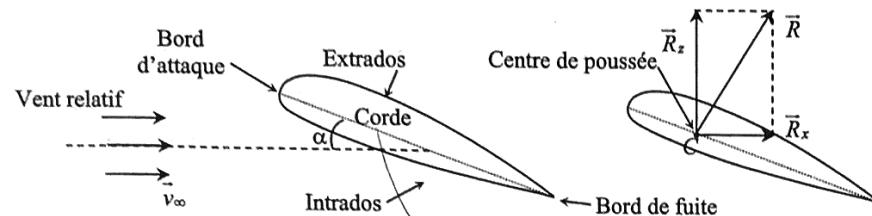


En régime turbulent : les fluctuations importantes de vitesse caractéristiques de la turbulence ont tendance à homogénéiser le profil de vitesse (il s'agit alors de vitesses moyennes $\langle \vec{v} \rangle$ sur un temps suffisant pour moyenner un grand nombre de fluctuations) et à le rendre « plus plat » qu'en régime laminaire.

Modèle de l'écoulement unidimensionnel : la vitesse est considérée comme uniforme sur une section droite de l'écoulement et ne dépend ainsi que d'une unique coordonnée curviligne le long de l'écoulement.

■ Éléments de description d'une aile

On considère une aile dans un flux d'air unidirectionnel et permanent de vitesse à l'infini de l'aile \vec{v}_∞ dit vent relatif.



La partie dorsale de l'aile est appelée **extrados**, sa partie ventrale est appelée **intrados**. L'extrados est toujours plus convexe que l'intrados qui peut être aussi concave ou plane suivant le type d'aile. La partie de l'aile de courbure maximale et faisant face à l'écoulement est le **bord d'attaque**, l'autre est le **bord de fuite**. La **corde** est le segment reliant le bord d'attaque au bord de fuite. L'**angle d'incidence** α (ou angle d'attaque) est l'angle entre la direction du vent relatif et la corde. L'incidence peut être positive ou négative.

□ Portance et traînée

L'interaction de l'aile avec l'écoulement entraîne dans son voisinage une forte modification du profil de vitesse et de pression, se traduisant par l'apparition d'une résultante aérodynamique \vec{R} qui, dans le référentiel lié au vent relatif, se décompose en une **composante \vec{R}_z normale dite portance** et une **composante tangentielle \vec{R}_x dite traînée** : $\vec{R} = \vec{R}_z + \vec{R}_x$.
Traînée et portance s'exercent au centre de poussée C de l'aile (dont la position varie avec l'incidence).

La portance \vec{R}_z (la composante utile au vol) est perpendiculaire au vent relatif et dirigée « vers le haut » elle permet de « compenser » le poids. La traînée \vec{R}_x (que l'on cherche à limiter), suivant la direction du vent relatif, s'oppose à l'avancement. Ces deux composantes dépendent de l'angle d'incidence. Portance et traînée sont respectivement données par :

$$\boxed{R_z = \frac{1}{2} \rho S v^2 C_z} \text{ et } \boxed{R_x = \frac{1}{2} \rho S v^2 C_x}, \text{ avec :}$$

→ C_z et C_x sont respectivement les **coefficients de portance et de traînée sans dimension**. Ils dépendent de l'angle d'incidence.

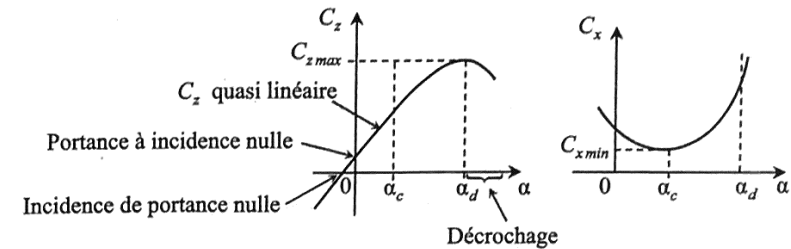
→ S est la surface alaire de référence, généralement prise égale à la surface portante de l'aile.

Remarque

Pour un corps non profilé comme une voiture, la surface à prendre en compte dans l'expression de la traînée (qui est alors la grandeur pertinente) est la surface frontale dite *maître-couple*, surface projetée de l'aile sur un plan orthogonal à \vec{v}_∞ .

□ Variation de C_z et C_x avec l'incidence

L'allure générale des courbes obtenues expérimentalement en soufflerie et donnant C_z et C_x en fonction de l'angle d'incidence sont les suivantes :



Le coefficient de portance passe par un maximum $C_{z,max}$ pour une incidence critique α_d au-delà de laquelle l'aile décroche. Avant cette incidence, sa variation est quasi linéaire avec α . Le coefficient de traînée admet toujours un minimum $C_{x,min}$ positif pour une incidence α_c , sa variation avec α est souvent de type parabolique : la traînée n'est jamais nulle.

Reprenons les trois exemples de la première méthode.

Pour le poisson, $Re = 1,5 \cdot 10^5 > 2000$, ainsi $F \propto v^2$.

Pour le cycliste, $Re = 3,9 \cdot 10^5 > 2000$, ainsi $F \propto v^2$, mais on est à la limite !

Pour l'olive, $Re = 0,1 < 2000$, ainsi $F \propto v$.

□ Méthode 8.4. De l'écoulement laminaire à turbulent

L'observation d'une image figurant l'allure de l'écoulement d'un fluide dans une conduite ou autour d'un obstacle renseigne sur la nature laminaire ou turbulente de l'écoulement à un instant donné. On recherchera, suivant le régime d'écoulement présenté, à mettre en évidence les zones d'écoulement laminaire et turbulent, les couches limites au voisinage des obstacles, d'éventuelles zones de tourbillons générées dans le sillage d'un obstacle, générés par le décollement de la couche limite. Quelques connaissances phénoménologiques sur le fonctionnement de la couche limite (en particulier les conditions favorisant son décollement de la surface) peuvent être utiles pour faire le lien avec les efforts subis par un obstacle dans un écoulement. Tout particulièrement, on fera le lien avec la force de traînée, démarche qui est à la base de l'aérodynamique, science qui trouve de nombreuses applications dans le domaine automobile ou aéronautique.

⇒ Exercices 8.4 et 8.5

L'étude du sillage derrière un cylindre permet d'appréhender avec un objet de géométrie simple les caractéristiques principales des sillages complexes des objets réels en mettant en évidence des phénomènes tels que le décollement de couche limite, la transition laminaire-turbulente de la couche limite...

Considérons un écoulement autour d'un cylindre fixe et voyons comment il évolue en fonction du nombre de Reynolds.

Pour des valeurs du Reynolds inférieures à dix environ, les lignes de courant sont stationnaires et l'écoulement est partout laminaire, couche limite comprise (figure 1), qui reste partout, au contact de la surface du cylindre. On dit que l'écoulement est rampant. La dissipation visqueuse est essentiellement localisée dans la couche limite (le reste de l'écoulement étant proche de celui d'un fluide parfait) et reste donc limitée.

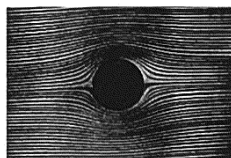


Figure 1

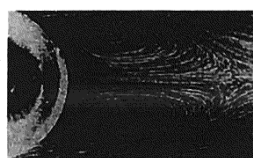
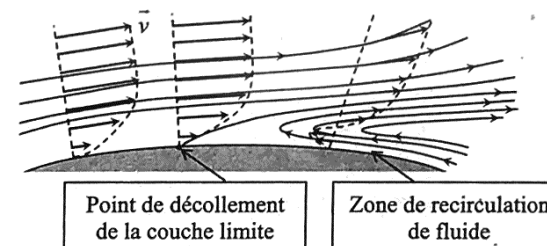


Figure 2

Pour des valeurs de Re de l'ordre de quelques dizaines, il apparaît derrière le cylindre un sillage formé d'une paire de tourbillons symétriques stationnaires. Ces tourbillons sont générés dans la couche limite, où la vitesse peut subir de très fortes perturbations jusqu'à présenter une inversion locale de sens : la couche limite se décolle de la surface, créant des tourbillons. Le point de décollement se déplace vers l'amont du cylindre lorsque le Re augmente.



Lorsque Re augmente encore (de quelques dizaines à quelque centaines suivant les cas) des tourbillons se détachent périodiquement du cylindre, alors que d'autres les remplacent. Les lignes de courant sont encore identifiables : on obtient alors une allée de tourbillons de sens de rotation alternés dite « allée de Von-Karman ». Ces écoulements s'observent aussi bien en laboratoire (figure 4 : visualisation d'une allée de Von-Karman par tomographie laser) qu'en aval d'une pile de pont ou à l'échelle d'écoulements atmosphériques (figure 3 : allées de Von-Karman sous le vent des îles du Cap Vert).

Allées de Von-Karman



Figure 3

Sens du vent dominant

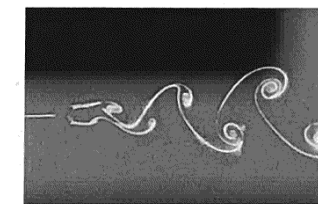


Figure 4

À partir d'une valeur critique de Re (comprise suivant les cas entre quelques centaines et $2 \cdot 10^5$), l'écoulement en aval du cylindre devient turbulent et forme un sillage dans lequel le champ de vitesse est chaotique (fortes variations spatio-temporelles aléatoires), les lignes de courant ne sont plus identifiables (figure 5). La couche limite est encore laminaire. La dissipation visqueuse est à présent principalement localisée dans le sillage turbulent et augmente d'autant plus que le sillage est important, d'où l'importance en aérodynamisme de réduire le sillage, ce qui se fait classiquement en profilant l'obstacle (bord d'attaque et de fuite d'une aile ou forme fuselée des voitures de course). En dehors du sillage, l'écoulement reste laminaire.

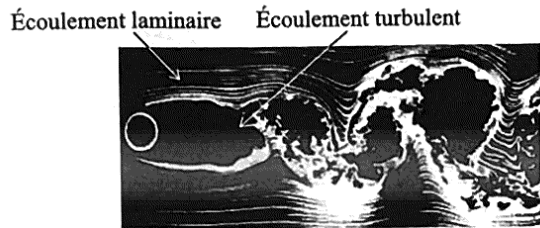


Figure 5

Au-delà de $2 \cdot 10^5$, la couche limite devient turbulente, ce qui se traduit par une forte diminution de C_x dans cette gamme de Re (figure 6).

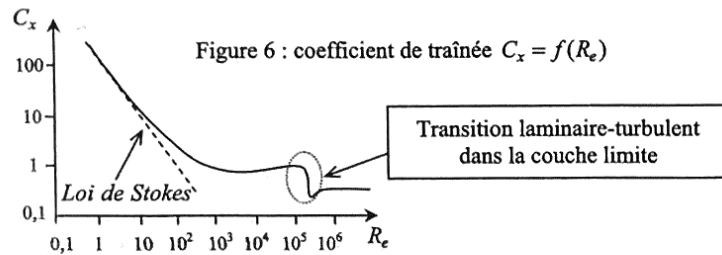


Figure 6 : coefficient de traînée $C_x = f(Re)$

Le point de décollement se déplace vers l'aval quand le nombre de Reynolds augmente, ce qui traduit le fait que la couche limite turbulente a tendance à « recoller » à la surface. On retiendra schématiquement qu'une couche limite turbulente décolle moins facilement qu'une couche limite laminaire, du fait du fort brassage d'énergie à l'échelle macroscopique entre les couches inférieures d'une couche limite turbulente. Ainsi, une aspérité de dimension correctement choisie et placée sur la surface d'un obstacle lisse, en rendant la couche limite turbulente, provoque son recollement et par suite une forte réduction du sillage turbulent et donc de la traînée (de forme) (figures 7 et 8). C'est le principe des balles de golf rugueuses.

Couche limite décollée et sillage turbulent large

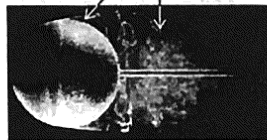


Figure 7 : balle lisse

Couche limite recollée et sillage turbulent réduit

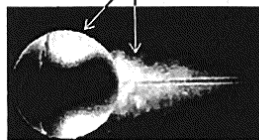


Figure 8 : balle présentant une aspérité

Au-delà de cette transition la couche limite reste turbulente et on observe que C_x reste quasi constant (voir figure 6).

■ ■ Vrai/Faux

- | | Vrai | Faux |
|---|--------------------------|--------------------------|
| 1. Écoulement laminaire et écoulement stationnaire sont synonymes. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 2. La masse volumique qui intervient dans la définition du nombre de Reynolds est celle du solide et non pas celle du fluide. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 3. L'épaisseur de la couche limite est de l'ordre de la longueur caractéristique. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 4. Plus le nombre de Reynolds est grand plus le phénomène de transfert de quantité de mouvement dans la direction transverse de l'écoulement est prédominant sur celui suivant l'écoulement. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 5. Dans une couche limite laminaire on observe un transfert de quantité de mouvement dans la direction transverse de l'écoulement. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 6. Le poiseuille est l'unité de la viscosité dynamique. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 7. La vitesse d'un fluide visqueux au contact d'un obstacle est nulle. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 8. Les ordres de grandeurs des viscosités dynamiques de l'air, de l'eau et d'une huile sont respectivement : 10^{-5} , 10^{-3} et 10^{-1} Pa · s. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 9. Compte tenu de la grande variété des écoulements et des milieux dans lesquels ils ont lieu, une palette d'outil très variée est actuellement utilisée pour caractériser un écoulement. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 10. Si l'écoulement de l'air autour d'un véhicule profilé lancé à grande vitesse est laminaire, la couche limite ne peut pas se décoller. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 11. La traînée des ailes d'un avion est une force horizontale s'opposant à son avancée alors que la portance est verticale ascendante et permet le vol puisqu'elle est de même support et opposée au poids. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 12. La traînée est entièrement déterminée par les forces de frottement entre l'air et le profil de l'aile. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 13. Un pilote peut sentir venir le décrochage grâce aux vibrations communiquées par les ailes à l'avion. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |