5) Résistance hydraulique ⚠ uniquement Régime Visqueux (Re bas)

$U = RI \Rightarrow \Delta P = \frac{8\eta L}{\pi R^4} \cdot D_v$. Soit $\boxed{R_H = \frac{8\eta L}{\pi R^4}}$

$\Rightarrow$ LDN & Associat° $\boxed{\text{série}}$, $\boxed{//}$

IV Nature des écoulements

L'état dynamique du fluide laminaire, visqueux ou Turbulent ne dépend pas tant du fluide que des ODG de l'écoulement.

→ l'air est ~ visqueux pour un moustique.
→ déverser des m^3 de miel sur un toit de pain d'épice → ~laminaire.

1) Nombre de Reynolds

$$\rho\left[\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + \underbrace{(\vec{v}.\vec{\nabla})(\vec{v})}_{\substack{\text{Terme d'advect° ~ inertie} \\ \text{Transport de } q^{té} \text{ de Mvt. Convection}}}\right] = \rho\vec{g} - \vec{\nabla}P + \underbrace{\eta\Delta\vec{v}}_{\substack{\text{force vol.} \\ \text{viscosité} \to \text{diffusion } q^{té} \text{ Mvt}}}$$

$* \left[\eta\Delta\vec{v}\right] = \left[\eta\frac{d^2v}{dx^2}\right] \sim \eta\frac{V}{L^2}$

$* \left[\rho(\vec{v}.\vec{\nabla})(\vec{v})\right] = \left[\rho v_x \frac{dv_x}{dx}\right] \sim \rho\frac{V^2}{L}$

(L) Dimension Typique de l'écoulement. (Taille de l'avion)
(V) Vitesse Typ. de l'écoul. (Vit. de l'avion).

On construit le nombre de Reynolds $\boxed{Re}$ comme le rapport du Terme convectif (inertie) sur le Terme diffusion (freinage visqueux).

Soit $Re = \frac{\rho \frac{V^{\cancel{2}}}{\cancel{L}}}{\eta\frac{\cancel{V}}{L^{\cancel{2}}}} = \frac{\rho V L}{\eta}$

$$\boxed{Re = \frac{\rho V L}{\eta}}$$

oiseau : $V \sim 10\,m\,s^{-1}$, $L \sim 0{,}1\,m$; $Re \sim \frac{1 \cdot 10 \cdot 0{,}1}{1 \cdot 10^{-5}} \sim 10^5$

Moustique : $\rho_{air} \sim 1\,kg\,m^{-3}$, $\eta_{air} \sim 2 \cdot 10^{-5}\,Pl$; $V \sim 0{,}1\,m\,s^{-1}$, $L \sim 2\,10^{-3}\,m$ } $Re \sim \frac{1 \cdot (0{,}1) \cdot 10^{-3}}{2 \cdot 10^{-5}} \sim 10^1$; $f \sim 1\,kHz$, $V_{aile} \sim fL \sim 1\,m\,s^{-1}$

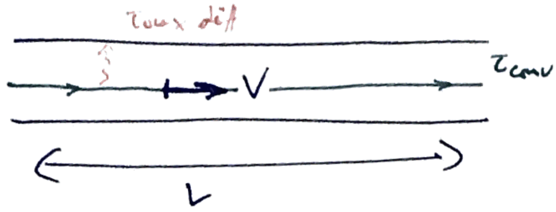
Nageur : $\rho_{eau} \sim 10^3\,kg\,m^{-3}$, $\eta_{eau} \sim 10^{-3}\,Pl$. ; $V \sim 1\,m\,s^{-1}$, $L \sim 1\,m$ } $Re \sim \frac{10^3 \cdot 1 \cdot 1}{10^{-3}} \sim 10^6$; $f \sim 1\,Hz$

miel : $\rho_{miel} \sim 10^3$, $\eta_{miel} \sim 10$; $V \sim 10\,m\,s$, $L \sim 10\,m$ } $Re \sim \frac{10^3 \cdot 10 \cdot 10}{10} \sim 10^3$

Nb de Reynolds : (Def au programme) $\Longrightarrow$ J'S

On en revient à nos Tuyaux : On peut comparer le temps Typique de Transport (τ_{conv}) à celui de diffusion (τ_{diff}).

* Convect°/advect°



$$\boxed{\tau_{conv} \sim \frac{L_x}{V}}$$

* Diffusion latérale

La viscosité diffuse la qté de Mvt (volumique) $\boxed{\rho V_x}$ latéralement selon :

$$d\vec{f}^{\ominus} = \pm \eta \frac{\partial v_x}{\partial z} dS = \pm \frac{\eta}{\rho} \frac{\partial \rho v_x}{\partial z} dS \quad \text{(fluide incompressible)}.$$

On fait ainsi apparaître un gradient de qté de Mvt vol : $\frac{df}{dS} = \frac{\delta P}{dt\, dS}$

Densité de courant de qté de Mvt.

$$\boxed{\vec{j}_{diff} = -\nu \vec{\nabla}(\rho v_x)} \quad \text{avec} \quad \boxed{\nu = \frac{\eta}{\rho}} \quad \text{la viscosité cinématique.}$$

ce gradient est dirigé latéralement dans un tube.

On peut ainsi construire une équat° de diffusion de la qté de Mvt.

$$\frac{\partial \rho v_x}{\partial t} + Div(\vec{j}_{diff}) = 0 \quad \text{Soit} \quad \frac{\partial \rho v_x}{\partial t} = + \nu \frac{\partial^2}{\partial z^2}(\rho v_x)$$

ODG $\quad \frac{\cancel{\rho v_x}}{\tau_{diff}} \sim \nu \frac{\cancel{\rho v_x}}{L_z^2} \qquad \tau_{diff} \sim \frac{L_z^2}{\nu} = \rho \frac{L_z^2}{\eta}$

PB : $L_x \neq L_z$

* $Re \sim \frac{\tau_{diff}}{\tau_{conv}} = \rho \frac{L^2}{\eta} \times \frac{V}{\cancel{L}}$ soit $\boxed{Re \sim \rho \frac{VL}{\eta} = \frac{VL}{\nu}}$

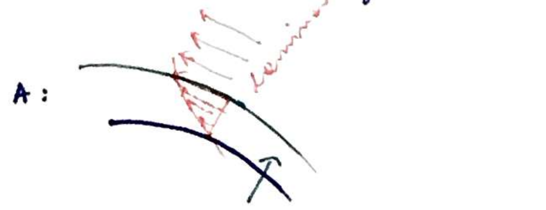
Tube $D = 2R \ll L$ on prend D comme longueur caractéristique.

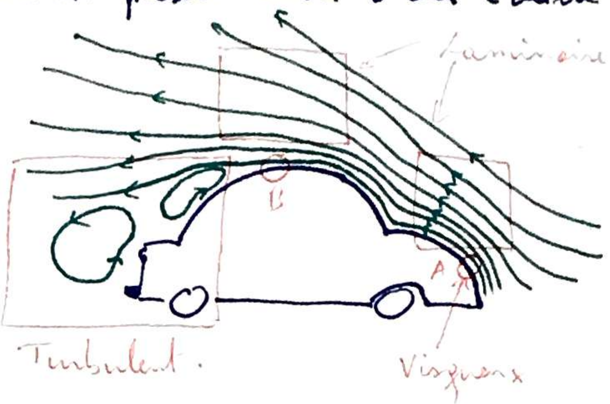
② Différents régimes d'écoulements.

a) généralité

Le nb de Re ne donne qu'une informat° indicative pour l'écoulement dans sa globalité ex tuyau ⇒ diamètre ou longueur ?

Autour d'un objet, ts les régimes st présent mais à des échelle ≠.





épaisseur de couche limite.
↳ Régime visqueux

inversion de la vitesse = décollement de la couche limite. ⇒ Turbulence

b) Épaisseur de la couche limite.

L'existence de cette couche provient de la condit° d'adhérence, nécessité d'annuler la vitesse sur le contact solide.

Les effets visqueux y domine largement et il y a diffusion de qté de Mvt :

$$\boxed{\frac{\partial \rho v_x}{\partial t} = \nu \frac{\partial^2 \rho v_x}{\partial z^2}}$$

À moyen $\frac{[\rho v_x]}{\tau} \sim \nu \frac{[\rho v_x]}{\delta^2} \Rightarrow \delta \sim \sqrt{\nu \tau}$.

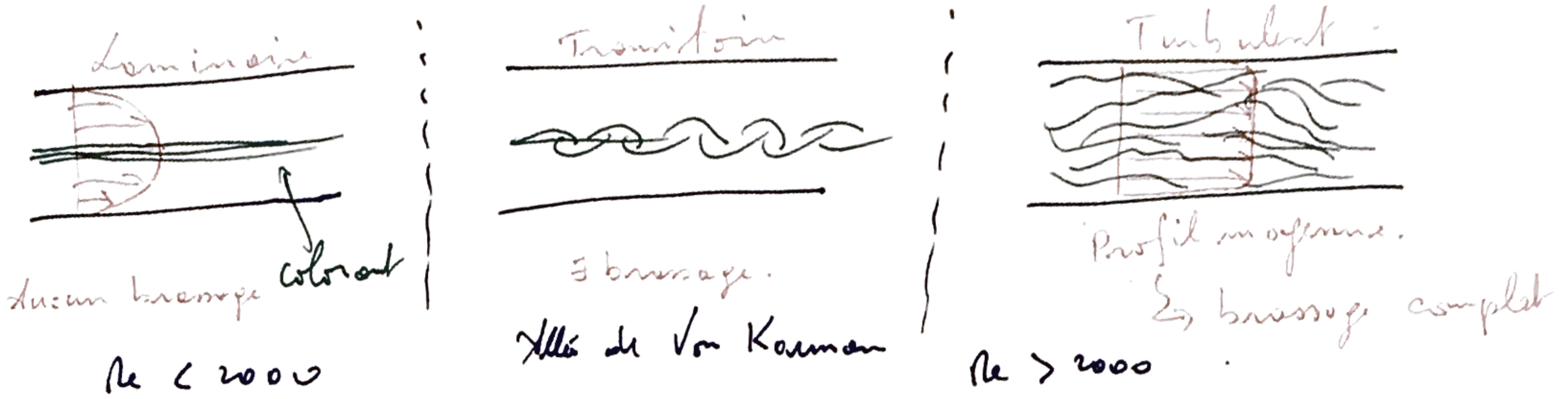
τ est ici le temps de diffusion, soit le temps de franchissement de l'obstacle comme la voiture/l'aile de taille L. Soit $\tau = \frac{L}{V}$ [V] vitesse de l'écoulement

$$\delta^2 = \nu \frac{L}{V} = \frac{\nu L^2}{LV} = \frac{L^2}{Re} \quad \text{Soit} \quad \boxed{\delta = \frac{L}{\sqrt{Re}}}$$

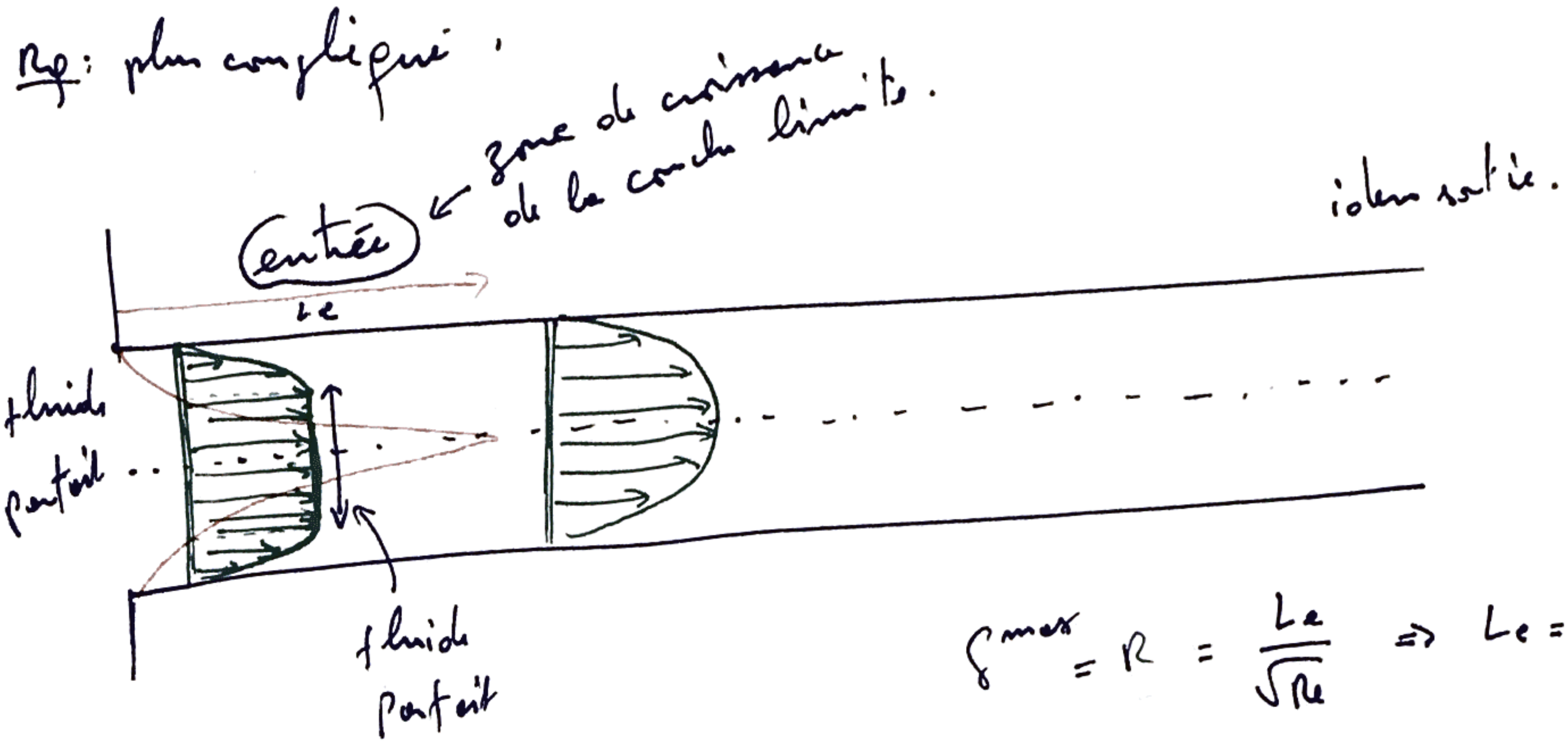
AN : Voiture : $Re = \frac{1.5.30}{2.10^{-5}} \sim 10^6$ $\delta = \frac{5}{10^3} \sim 10^{-3}$ m $\boxed{\delta \sim 1 \text{ mm}}$

V] Retour sur le Tube :

Le nbre de O. Reynolds a été inventé en observant le régime d'écoulement ds un Tuyau transparent ds lequel on augmente le débit



Rq : plus compliqué :



$$\delta^{max} = R = \frac{L_e}{\sqrt{Re}} \Rightarrow L_e = R\sqrt{Re}$$

Si Re très grand : $L_e \gg L$ longueur du tube

$\delta \to 0$

fluide parfait.