Ind V

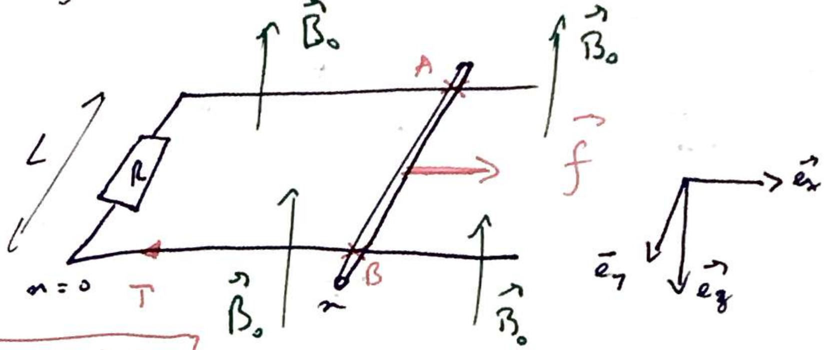
Circuit mobile dans un champ magnétique stationnaire

I Etude du rail de Laplace :

(m) → (e)

1) Conversion de puissance mécanique en puissance électrique

Etude du rail de Laplace :

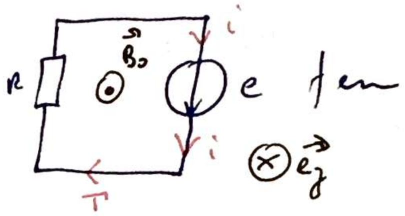


* Soit $\boxed{R}$ la résistance du circuit, $\boxed{m}$ la masse du barreau. Un opérateur applique une force f sur le barreau $\boxed{ex: mg\sin(\alpha)}$

* On choisit le flux ⊕ vers z $\quad \phi < 0$ et $\phi \searrow$

$e = -\frac{d\phi}{dt} > 0$

modèle électrique :



* **Equation électrique :** $\boxed{e = Ri}$

$\phi(t) = \vec{B}_0 . \vec{S} = (-B_0 \vec{e}_z).(L.x)\vec{e}_z = -B_0 L x$

$e = -\frac{d\phi}{dt} = B_0 L \dot{x}$ $\qquad \boxed{e = B_0 L \dot{x}}$ $\qquad i = \frac{e}{R}$ $\qquad i = \frac{B_0 L}{R}\dot{x}$

+ Version $e = \int \vec{E}_m . d\vec{l}$

* **Equation mécanique :** BDF : ⊛ $\vec{P} + \vec{R}_N = \vec{0}$ * pas de frottement

⊛ $\vec{f}$: action de l'opérateur extérieur $\vec{f} = f\vec{e}_x$

⊛ $\vec{F}_{Lapl} = \int_A^B i\, d\vec{l} \wedge \vec{B}_0 = i \underbrace{\int_0^L dy}_{L}\, \vec{e}_y \wedge (-B_0 \vec{e}_z)$

$$\boxed{\vec{F}_{Lap} = -B_0 i L \vec{e}_x}$$

Soit PFD : (selon $\vec{e}_x$) $\qquad m.\ddot{x} = f - B_0 i L$

On a donc le système : $\quad m\frac{dv}{dt} = f - B_0 i L$ (méca) $\quad$ et $\quad i = \frac{B_0 L}{R} v$ (élec) $\quad e = Ri$

$\left.\begin{array}{l} i \propto v \\ \text{et } F_{Lap} \propto i \end{array}\right\}$ $\boxed{\vec{F}_{Lap} = -\lambda \vec{v}}$ ⇒ freinage par induction.

↳ $\lambda = \frac{B_0^2 L^2}{R}$

|| Se généralise en courants de Foucault dans un volume conducteur

⊛ Etude de la vitesse :

$$\boxed{\frac{dv}{dt} = \frac{f}{m} - \frac{\lambda}{m} \cdot v}$$

$\tau = \frac{m}{\lambda} = \frac{mR}{B_0^2 L^2}$

① $v(0) = 0$ $\quad \vec{f} = f\vec{e_x}$

$v^h = K e^{-\frac{t}{\tau}}$

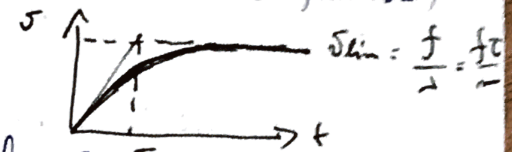
$v^p = \frac{f\tau}{m}$

Soit $v(t) = \frac{f\tau}{m} + K e^{-\frac{t}{\tau}}$ $\quad v(0) = 0 = \frac{f\tau}{m} + K$ $\quad K = -\frac{f\tau}{m}$

Rq : $i(t) = \frac{f}{B_0 L}\left[1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right]$

$$v(t) = \frac{f\tau}{m}\left[1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right]$$

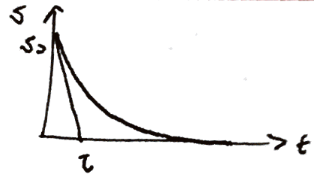
(chute verticale avec frott lin)



② $v(0) = v_0$ $\quad f = 0$ On lance le barreau dans le chp B_0.

$\frac{dv}{dt} = -\frac{\lambda}{m} v$ $\quad v = K e^{-\frac{t}{\tau}}$ $\quad v(0) = v_0 = K$ $\quad \boxed{v(t) = v_0 e^{-\frac{t}{\tau}}}$

$i(t) = \frac{B_0 L v_0}{R} e^{-\frac{t}{\tau}}$



⊛ Bilan de Puissance :

Electrique : LDM × i $\quad e = Ri \Rightarrow ei = Ri^2$ $\quad \mathcal{P}_{fem} = \mathcal{P}_{diss}$

↳ $\mathcal{P}_{fem} = BiL.v$

Mécanique : PFD × v $\quad \left(m\frac{dv}{dt} = f + F_{Lap}\right) v$ $\quad \frac{d}{dt}\left(\frac{1}{2} m v^2\right) = f.v + F_{Lap}.v$

$f.v = -F_{Lap}.v + \frac{dE_c}{dt}$ $\quad \boxed{\mathcal{P}_{op} = -\mathcal{P}_{Lap} + \frac{dE_c}{dt}}$

$\mathcal{P}_{Lap} = -BiLv = -\mathcal{P}_{fem}$

$$\boxed{\mathcal{P}_{Lap} + \mathcal{P}_{fem} = 0}$$

Cette relat° est toujours vérifiée.

Conversion électromécanique

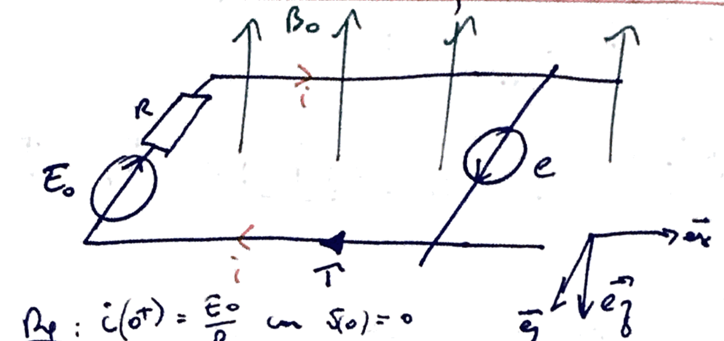
Au niveau du barreau, une partie de la puissance mécanique est transformée en puissance électrique qui sera dissipée dans le circuit

$$\boxed{\mathcal{P}_{op} = \mathcal{P}_{diss} + \frac{dE_c}{dt}}$$

ex : Supercondensateur : * dans certains bus l'energie cinétique est transformée en fem par la force de Laplace pour charger un condensateur et être réutilisée.

* métro freinage = fem qui alimente la ligne

② Conversion de puissance électrique en puissance mécanique $\quad$ (e) → (m)



Rq : $i(0^+) = \dfrac{E_0}{R}$ car $v(0) = 0$, $e(0) = 0$

⊛ éq° électrique :

$$\boxed{E_0 = Ri - e} \quad \text{où } e = -\frac{d\phi}{dt}.$$

$$\phi = -B_0 L x \qquad \underline{e = B_0 L \dot{x}} < 0 \ \text{⚠}$$

⊛ éq° mécanique

$$m\frac{dv}{dt} = F_{Lap} = -B_0 i L$$

élec $\quad \boxed{E_0 = Ri - B_0 L v}$

méca $\quad \boxed{m\dfrac{dv}{dt} = -B_0 i L}$

2 éq° couplés.

⊛ Loi de Sitesse : $\quad i = \dfrac{E_0}{R} + \dfrac{B_0 L}{R} v$

Soit $\quad m\dfrac{dv}{dt} = -\dfrac{B_0 E_0 L}{R} - \dfrac{B_0^2 L^2}{R} v$

$$\boxed{\frac{dv}{dt} + \frac{1}{\tau} v = -\frac{B_0 L E_0}{mR}}$$

Avec $\quad \boxed{\tau = \dfrac{mR}{B_0^2 L^2}}$

× SH : $\quad v^h = K e^{-\frac{t}{\tau}}$

SP : $\quad v^p = -\dfrac{\cancel{B_0} L E_0}{\cancel{mR}} \cdot \dfrac{\cancel{mR}}{B_0^{\cancel{2}} L^{\cancel{2}}} = -\dfrac{E_0}{B_0 L}$

$$\boxed{v(t) = -\frac{E_0}{B_0 L} + K e^{-\frac{t}{\tau}}.}$$

$v(0) = 0$ on ferme l'interrupteur à $t = 0$ $\qquad v(0) = -\dfrac{E_0}{B_0 L} + K = 0 \qquad K = \dfrac{E_0}{B_0 L}$

$$\boxed{v(t) = -\frac{E_0}{B_0 L}\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)}$$

Rq : Si on change le signe de E_0 ou de B_0
↳ le barreau part dans l'autre sens.

$$\left(v_{lim} = -\frac{E_0}{B_0 L}\right)$$

$$i(t) = \frac{-m}{B_0 L}\frac{dv}{dt} = +\frac{E_0 m}{B_0^2 L^2 \tau} e^{-\frac{t}{\tau}} \qquad \boxed{i(t) = \frac{E_0}{R} e^{-\frac{t}{\tau}}} \quad \text{Loi de courant.}$$

⊛ Bilan de Puissance $\quad$ LDM × i $\qquad E_0 i + e i = R i^2$ $\qquad \boxed{P_{gen} + P_{fem} = P_{diss}}$

PFD × v $\qquad m v \dfrac{dv}{dt} = F_{Lap} v$ $\qquad \boxed{\dfrac{dE_c}{dt} = P_{F_{Lap}} = -P_{fem}}$

$e i = B_0 i L v = -F_{Lap} v$ $\qquad \boxed{P_{F_{Lap}} + P_{fem} = 0}$ $\qquad \boxed{P_{gen} = P_{diss} + \dfrac{dE_c}{dt}}$

* Bilan d'NRS : ①

$i = \frac{B_0 L}{R} v$

* $\mathcal{P}_{op} = f v = \frac{f^2 \tau}{m}\left[1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right]$

* $\mathcal{P}_{olin} = R i^2 = \frac{\cancel{R} B_0^2 L^2}{R^{\cancel{2}}} \cdot \frac{f^2 \tau^2}{m^2}\left[1 - 2e^{-\frac{t}{\tau}} + e^{-\frac{2t}{\tau}}\right]$

$= f^2 \frac{\cancel{B_0^2} \cancel{L^2} \cancel{m} \cancel{R} \tau}{\cancel{R}\, m^{\cancel{2}}\, \cancel{B_0^2} \cancel{L^2}}[\,..\,] \Rightarrow \boxed{\mathcal{P}_{olin} = \frac{f^2 \tau}{m}\left[1 - 2e^{-\frac{t}{\tau}} + e^{-\frac{2t}{\tau}}\right]}$

* $\frac{dE_c}{dt} = \mathcal{P}_{op} - \mathcal{P}_{olin}$

$\longrightarrow \quad E_c(\infty) - E_c(0) = \frac{f^2 \tau}{m}\int_0^\infty \left(\cancel{1} - e^{-\frac{t}{\tau}}\right) - \left(\cancel{1} - 2e^{-\frac{t}{\tau}} + e^{-\frac{2t}{\tau}}\right) dt.$

$= \frac{f^2 \tau}{m}\int_0^\infty \left(e^{-\frac{t}{\tau}} - e^{-\frac{2t}{\tau}}\right) dt$

$E_c(\infty) - E_c(0) = \frac{f^2 \tau}{m}\left[-\tau \underbrace{\left[e^{-\frac{t}{\tau}}\right]_0^\infty}_{-1} - \left(-\frac{\tau}{2}\right)\underbrace{\left[e^{-\frac{2t}{\tau}}\right]_0^\infty}_{-1}\right] = \frac{f^2 \tau}{m}\left(\tau - \frac{\tau}{2}\right) = \frac{f^2 \tau^2}{2m}$

* Or $E_c(0) = 0$ et $E_c(\infty) = \frac{1}{2} m v_\infty^2 = \frac{1}{2} m \frac{f^2 \tau^2}{m^2} = \frac{f^2 \tau^2}{2m}$ OK

Rq : $v_{lim} = \frac{f}{m}$

* Bilan d'NRS : ②

$\mathcal{P}_{gen} = E_0 i$ et $i = \frac{E_0 + e}{R} = \frac{\cancel{E_0}}{\cancel{R}} \cancel{+ \frac{B_0 L}{R}} \frac{-E_0}{\cancel{B_0 L}}\left(\cancel{1} - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$

$\boxed{\mathcal{P}_{gen} = \frac{E_0^2}{R} e^{-\frac{t}{\tau}}} \quad \Leftarrow \quad \boxed{i = + \frac{E_0}{R} e^{-\frac{t}{\tau}}}$

$\boxed{\mathcal{P}_{olin} = R i^2 = \frac{E_0^2}{R} e^{-\frac{2t}{\tau}}}$

$E_{gen} = \int_0^\infty \mathcal{P}_{gen}\, dt = \frac{E_0^2}{R}\left(-\tau(-1)\right) = + \frac{E_0^2 \tau}{R}$

$E_{olin} = \frac{E_0^2}{R}\left(-\frac{\tau}{2}\right)(-1) = \frac{1}{2}\frac{E_0^2 \tau}{R}$

$E_{gen} - E_{olin} = \frac{1}{2}\frac{E_0^2 \tau}{R} = \frac{1}{2}\frac{m E_0^2}{B_0^2 L^2}$

Or $\Delta E_c = \frac{1}{2} m v_\infty^2 - 0 = \frac{1}{2} m \frac{E_0^2}{B_0^2 L^2}$

Youpii !

③ Conversion électromécanique :

Voir en cours → garder $i\vec{dl_p}$

$$e = \oint_\Gamma \vec{E}_{m(P)} \cdot \vec{dl_p} \qquad P_{fem} = e i = e\frac{dq}{dt} = \oint_\Gamma \vec{E}_m \cdot dq_p \frac{\vec{dl_p}}{dt_p} = \oint \vec{E}_m \cdot dq\, \vec{v}_p$$

vitesse des porteurs au point P $\quad \vec{v}_p = \frac{\vec{dl_p}}{dt}$ ← distance parcourue par les charges en P

Admis $\boxed{\vec{E}_m = \vec{v}_{cond_p} \wedge \vec{B}}$ circuit mobile. $\quad \vec{v}_{cond_p}$: vitesse du conducteur mobile ds le chp $\vec{B}$ au pt P.

$i\vec{dl_p}$

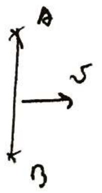
$$P_{fem} = \oint_\Gamma \left(\vec{v}_{cond} \wedge \vec{B}\right) \cdot dq_p \vec{v}_p = -\oint_\Gamma \left(dq_p \vec{v}_p \wedge \vec{B}\right) \cdot \vec{v}_{cond} = -\oint \left(dq_p \frac{\vec{dl_p}}{dt} \wedge \vec{B}\right) \cdot \vec{v}_{cond}$$

Rq : autant garder $I\vec{dl_p}$

$$= -\oint \left[I \vec{dl_p} \wedge B\right] \cdot \vec{v}_{cond} = -\oint d\vec{F}_{Lap_p} \cdot \vec{v}_{cond_p} = -P_{Lap}.$$

Soit $\boxed{P_{fem} + P_{Lap} = 0}$ Conversion électro-mécanique

Rq : calcul de e avec Em : $\vec{E}_m = \vec{v}_{cond} \wedge \vec{B}_0$ $\quad \vec{v}_{cond}$: vitesse du circuit mobile



$$\vec{E}_m = v\vec{e_x} \wedge -B_0 \vec{e_z} = +B_0 v \vec{e_y}$$

$$e \equiv \int_A^B \vec{E}_m \cdot \vec{dl} = \int_0^L B_0 v \vec{e_y} \cdot dy\, \vec{e_y} = B_0 v L$$

$$e = B_0 v L$$

Rq : Cas général : $\boxed{\vec{E}_m = -\frac{\partial \vec{A}}{\partial t} + \vec{v}_{cond} \wedge \vec{B}_0}$

$\boxed{\vec{B} = \vec{rot}(\vec{A})}$ $\quad \vec{A}$: potentiel vect

$$\vec{A} \equiv \frac{\mu_0}{4\pi}\oint_\Gamma \frac{i_p \vec{dl_p}}{\|\vec{PM}\|}$$

$e = \oint \vec{E}_m \cdot dl_p$

$\oint$ $2^{ème}$ année.

$ei = \oint \vec{E}_m \cdot i\,d\vec{l_p}$. or $\boxed{\vec{E}_m(n) = \vec{v}_{cond}(n) \wedge \vec{B}(n)}$

Soit $P_{fem} = ei = \oint [\vec{v}_{cond} \wedge \vec{B}(p)] \cdot i\,d\vec{l_p}$

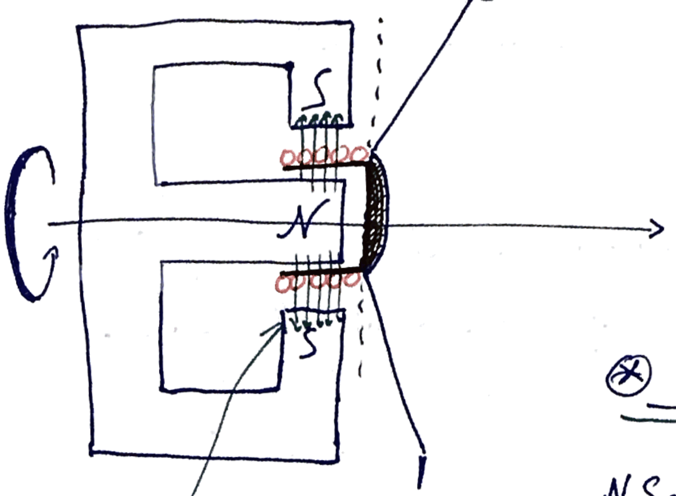
$= \oint [\vec{B} \wedge i\,d\vec{l_p}] \cdot \vec{v}_{cond} = - \oint [\underbrace{i\,d\vec{l_p} \wedge \vec{B}(p)}_{d\vec{F}_{Lap}(p)}] \cdot \vec{v}_{cond}(p)$

$= -\oint dP_{Lap}(p) = -P_{Lap}$.

$$\boxed{P_{fem} + P_{Lap} = 0}$$

II Haut parleur électrodynamique

① Description du HP [BDF]



Membrane élastique ⇒ Force de rappel $\boxed{\vec{T} = -kz\,\vec{e_z}}$

⊛ frottement avec l'air

$$\boxed{\vec{f} = -\lambda \dot{z}\,\vec{e_z}}$$

⊛ Force de Laplace :

N spires

$$\vec{F}_{Lap} = N \int_{spire} i\,\vec{dl} \wedge \vec{B_0}(r)$$

$$= N i \underbrace{\int_0^{2\pi} R\,d\theta\,\vec{e_\theta}}_{2\pi R} \wedge B_0\,\vec{e_r}$$

Soit $\vec{F}_{Lap} = -\overbrace{N 2\pi R}^{\ell}\, B_0\, i\, \vec{e_z}$

$$\boxed{\vec{F}_{Lap} = -\ell B_0 . i\,\vec{e_z}}$$

$$\boxed{\vec{B} = B_0\,\vec{e_r}}$$

champ magnétique radial.

équat° mécanique : $\boxed{m\ddot{z} = -kz - \lambda\dot{z} - \ell B_0 i}$

② Flux coupé :

pb $\boxed{\phi = 0}$ $\forall t$...

La f.e.m induite peut être obtenue en utilisant la conversion électromécanique réalisée au sein du conducteur :

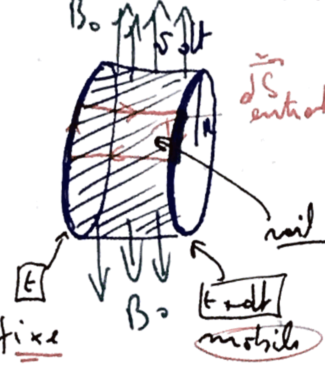
$\mathcal{P}_{Lap} + \mathcal{P}_{fem} = 0$ Soit $e i = -\vec{F}_{Lap}.\vec{v} = -(-\ell_0 B_0 i\,\vec{e_z}).(\dot{z}\,\vec{e_z})$

$$e \cancel{i} = +B_0 \ell \dot{z} \times \cancel{i} \qquad \boxed{e = +B_0 \ell \dot{z}}$$

$\boxed{Rq}$: On montre que $e = \oint \vec{E_m} \vec{dl}$ avec $\vec{E_m} = \vec{v} \wedge \vec{B} = \dot{z}\vec{e_z} \wedge B_0\vec{e_r} = +B_0 \dot{z}\,\vec{e_\theta}$

Soit $e = N \int_0^{2\pi} (B_0 \dot{z}\,\vec{e_\theta}).(R\,d\theta\,\vec{e_\theta}) = N B_0 \dot{z}\, 2\pi R = B_0 \ell \dot{z}$

⊛ On a bien $|e| = \frac{d\phi}{dt}$ mais on parle dans de "flux coupé" :



$$d\phi = \underbrace{B_0 \times 2\pi R . v\,dt}_{dS_{lat}} \times N \text{ spin}$$

$$|e| = \frac{d\phi}{dt} = l v B_0 = B_0 l \dot{z}$$

$$e = -\frac{d\phi}{dt} = B_0 l \dot{z}$$

↳ Le sens est celui de $\vec{E}_m = \vec{v} \wedge \vec{B}$.

Eq° électrique :

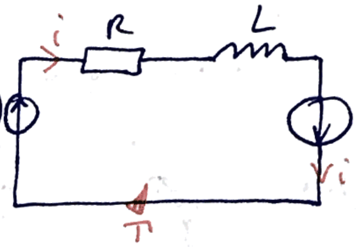
On utilise un modèle de circuit :

flux propre

Rq : on pourrait mettre L dans e

$e \Rightarrow$ flux extérieur aimant.

tension en entrée



fem $e = B_0 l \dot{z}$

Soit $E(t) = Ri + L\frac{di}{dt} - e$ Soit

① $$\boxed{\frac{di}{dt} + \frac{R}{L} i - \frac{B_0 l}{L}\dot{z} = \frac{E(t)}{L}}$$ Eq° Élec

$$\boxed{\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}} \quad \boxed{Q = \frac{1}{\lambda}\sqrt{km}}$$

② $$\boxed{\frac{d^2 z}{dt^2} + \frac{\omega_0}{Q}\frac{dz}{dt} + \omega_0^2 z = -\frac{l B_0}{m} i}$$ Eq° Méca

③ RSE

① $$(j\omega L + R)\,\underline{i} - j\omega . B_0 l . \underline{z} = \underline{E}$$

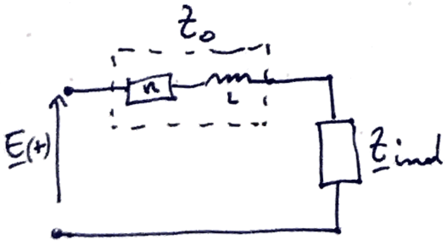
② $$[\omega_0^2 - \omega^2].\underline{z} + j\frac{\omega\omega_0}{Q}.\underline{z} = -\frac{l B_0}{m}\,\underline{i}$$

$$\underline{z} = \underline{i}\,\frac{-\frac{l B_0}{m}}{[\omega_0^2 - \omega^2] + j\frac{\omega\omega_0}{Q}}$$

Soit $$\boxed{\frac{\underline{E}}{\underline{i}} = \underbrace{j\omega L + R}_{Z_0} + \underbrace{\frac{j\omega\frac{B_0^2 l^2}{m}}{[\omega_0^2 - \omega^2] + j\frac{\omega\omega_0}{Q}}}_{Z_{ind}}}$$

Le terme Z_{ind} est l'impédance induite par le couplage électromécanique.

Soit le modèle électrique du HP en RSE



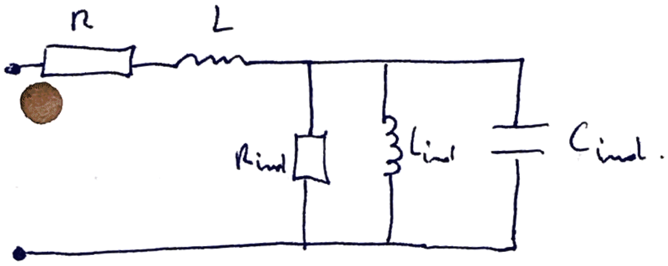
Modélisation électrique du haut parleur :

$$\underline{E} = (\underline{Z}_0 + \underline{Z}_{ind})\,\underline{i}$$

Avec $\underline{Z}_0 = R + j\omega L$, sans couplage en

$$\underline{Z}_{ind} = \frac{j\frac{\omega}{\omega_0}\left(\frac{B_0^2 l^2}{\omega_0 m}\right)}{1-\left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2 + j\frac{\omega}{Q\omega_0}} = \frac{\frac{(B_0 l)^2}{\omega_0 m}}{\frac{1}{Q} + j\left[\frac{\omega}{\omega_0}-\frac{\omega_0}{\omega}\right]}$$

$$\boxed{\frac{1}{\underline{Z}_{ind}} = \frac{m\omega_0}{(B_0 l)^2}\frac{1}{Q} + j\frac{\omega}{\cancel{\omega_0}}\left(\frac{m\cancel{\omega_0}}{(B_0 l)^2}\right) + \frac{1}{j\omega\frac{(B_0 l)^2}{m\omega_0^2}} = \frac{1}{R_{ind}} + j\omega C_{ind} + \frac{1}{j\omega L_{ind}}}$$



$$R_{ind} = \frac{(B_0 l)^2 Q}{m\omega_0} = \frac{(B_0 l)^2 \frac{1}{\lambda}\sqrt{km}}{m\sqrt{\frac{k}{m}}}$$

$$\boxed{R_{ind} = \frac{(B_0 l)^2}{\lambda}}$$

$$\boxed{L_{ind} = \frac{(B_0 l)^2}{k}} \qquad \boxed{C_{ind} = \frac{m}{(B_0 l)^2}}$$

Bilan de Puissance.

LDM × i $\quad \frac{d}{dt}\left(\frac{1}{2}Li^2\right) + Ri^2 - ei = Ei$

(+) PFD × v $\quad \frac{d}{dt}\left(\frac{1}{2}m\dot{z}^2\right) + \lambda\dot{z}^2 + \frac{d}{dt}\left(\frac{1}{2}kz^2\right) - F_{exp}\dot{z} = 0.$

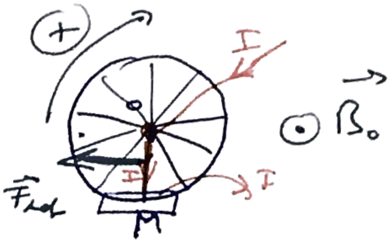
$ei = -F_{exp}\dot{z}$

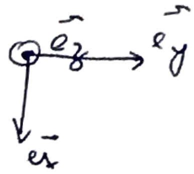
$\boxed{-ei - F_{exp}\dot{z} = 0}$

$$\boxed{Ei = \frac{d}{dt}\left[\underbrace{\frac{1}{2}Li^2}_{E_{MAG}} + \underbrace{\frac{1}{2}kz^2}_{E_p^{el.}} + \underbrace{\frac{1}{2}m\dot{z}^2}_{E_c}\right] + Ri^2 + \lambda\dot{z}^2} + \underline{\underline{0}}$$

III Etude de la roue de Barlow

$\longrightarrow$ Modèle Simple





BDF $\rightarrow$ Action extérieure : $\vec{\mathcal{M}}_O(\text{Lap}) = \int_O^M \vec{OM} \wedge d\vec{F}_{Lap}(M)$

$$d\vec{F}_{Lap} = I\,\vec{dl} \wedge \vec{B_0} = I\,dr\,\vec{e_x} \wedge B_0\,\vec{e_z} = -B_0 I\,dr\,\vec{e_y}.$$

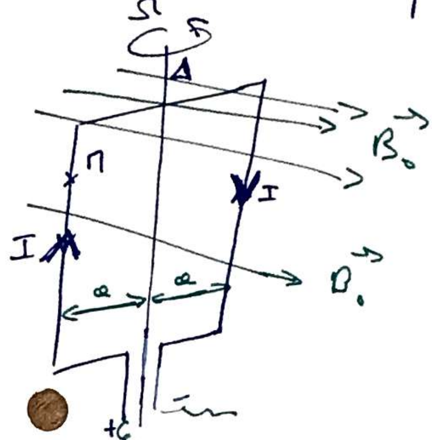
$$\vec{\mathcal{M}}_O = \int_0^R (r\,\vec{e_x}) \wedge (-B_0 I\,dr\,\vec{e_y}) = -B_0 I \underbrace{\int_0^R r\,dr}_{\frac{R^2}{2}} \cdot \vec{e_z} = -B_0 I R \times \frac{R}{2}\,\vec{e_z}$$

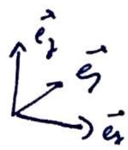
Tout se passe comme si la force de Laplace s'exerçait au centre du rayon.

IV Etude du moteur à courant continu : Spire rectangulaire plongée dans un champ B_0 uniforme

⚠ Constante $\Omega(t)$??

On considère une spire rectangulaire de hauteur H et de largeur $2a$ de moment d'inertie J_Δ qui tourne à Vitesse angulaire Ω autour d'un axe Δ et plongée dans un champ $\vec{B_0}$ uniforme $\vec{B_0} \perp \vec{e_\Delta} = \vec{e_z}$

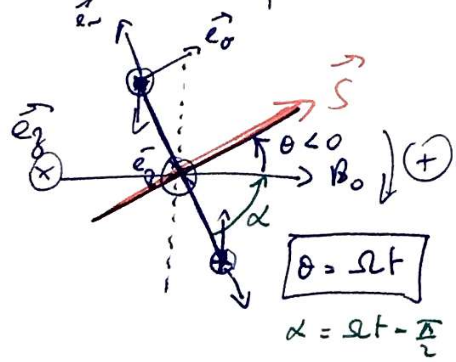




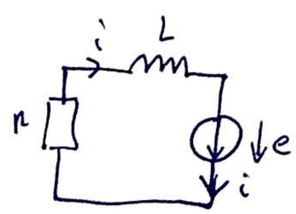
On a vu que $\boxed{\phi = \vec{B}.\vec{S}}$ $\quad \vec{B_0} = B_0 \vec{e_x}$

et $\boxed{\Gamma_m = \vec{\mathcal{M}} \wedge \vec{B_0} = I\vec{S} \wedge \vec{B_0}}$

Modèle mécanique



La spire rectangulaire a une résistance R et une inductance propre L : Soit le modèle :



modèle électrique

$$\boxed{e = L\frac{di}{dt} + Ri}$$

eq° électrique : $e = -\frac{d\phi}{dt}$ or $\phi = \vec{B_0}.\vec{S} = 2aHB_0 \cos(\Omega t)$ $\quad$ c^{te} de couplage

Soit $e = +2aH.B_0\Omega \sin(\Omega t)$

LDM

$$\boxed{\frac{di}{dt} + \frac{R}{L}i = \overbrace{2aHB_0}^{\phi_0}\frac{\Omega}{L}\sin(\Omega t)}$$

eq° mécanique : Bilan des act° ext : * $\vec{\Gamma}_{ext}$: charge ou motrice.

* $\boxed{\vec{\Gamma_m} = \vec{\mathcal{M}} \wedge \vec{B_0} = -i.\underbrace{2aHB_0}_{\phi_0}\sin(\Omega t)}$

TMC :

$$\boxed{J\frac{d\Omega}{dt} = \Gamma_{ext} - i.\overbrace{2aHB_0}^{\phi_0}\sin(\Omega t)} \qquad \theta = \Omega t$$

$\tau = \frac{L}{R}$

$\phi_0 = 2aHB_0$

eq° couplées
$$\begin{cases} \frac{di}{dt} + \frac{1}{\tau}i = \phi_0\frac{\Omega}{L}\sin(\Omega t). \\ \frac{d\Omega}{dt} = \frac{\Gamma_{ext}}{J} - \phi_0\frac{i}{J}\sin(\Omega t) \end{cases}$$