INDUCTION 2

ACTIONS D'UN CHAMP MAGNÉTIQUE

- COMPRENDRE L'ORIGINE DE LA FORCE DE LAPLACE
- RAIL DE LAPLACE (PUISSANCES MISES EN JEU)
- SPIRE RECTANGULAIRE (MOMENT, COUPLE ETC...)
- GÉNÉRALISATION À TOUT MOMENT (AIMANT) EQUILIBRE ET STABILITÉ
- EXPÉRIENCE DE CHAMP TOURNANT

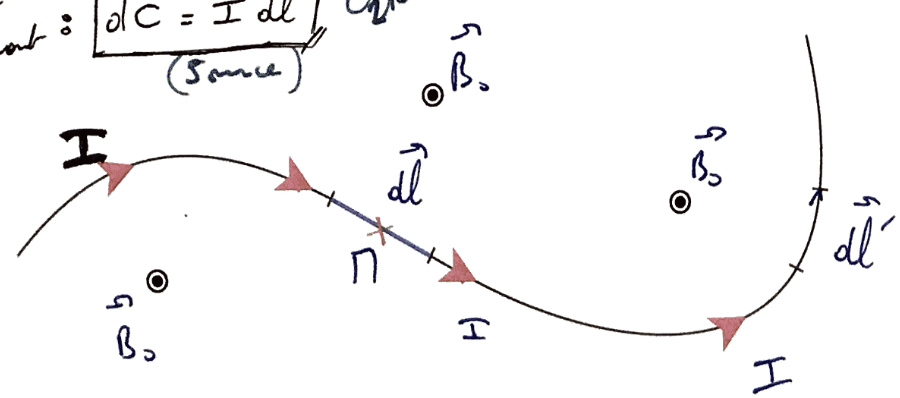
1 - LA FORCE DE LAPLACE

α - champs magnétiques propre et extérieur

On considère ici un fil électrique "plongé" dans un champ magnétique $\vec{B}_0$ extérieur.

Soit $\vec{dl}$ un élément de fil parcouru par un courant I :

Élément de courant : $\boxed{d\vec{C} = I\,\vec{dl}}$ (Source) O2R



ON DISTINGUERA BIEN : CHAMP EXTÉRIEUR & CHAMP PROPRE

L'élément de fil «voit» le champ extérieur, mais également le champ magnétique créé par le fil ou champ propre, c-à-d le champ produit au point M par tous les autres éléments de courant $\vec{dl}'$ qui constituent le fil.

On considère qu'en M, l'élément de fil $\vec{dl}$ ne voit pas son propre champ.

Rq : En réalité, un fil (ligne) n'existe pas et il faut calculer le champ au sein d'un volume matériel. Un élément de courant ponctuel n'a pas de sens matériellement. C'est un modèle.

Le champ propre ~~champ~~ dépend de la forme du fil et varie dans l'espace.
Différents points du fil ne voient donc pas le même champ propre produit par tous les autres éléments constitutifs du fil.

Le plus souvent, le champ propre est faible, et il n'est pas pris en compte dans les calculs, du moins dans un premier temps.

β - Force de Laplace linéique


Pierre-Simon Laplace (1749–1827)

En présence d'un champ mag., les particules en mvt. dans le fil subissent la force mag. de Lorentz. Soit dq une charge passant en M

$$\boxed{d\vec{F} = dq\,\vec{v} \wedge \vec{B}(M)}$$

On peut en déduire la relation entre force, courant et champ $\vec{B}$: càd l'expression de la force de Laplace.

$d\vec{F} = dq\,\dfrac{\vec{dl}}{dt} \wedge \vec{B}(M)$ or $I = \dfrac{dq}{dt}$ Rq : fil fixe (!)

car $\vec{dl}$ est parcouru à la vitesse $\vec{v}$ par la charge dq pendant dt :

$\boxed{\vec B(M) = \vec B_0 + \vec B_{propre}(M)}$

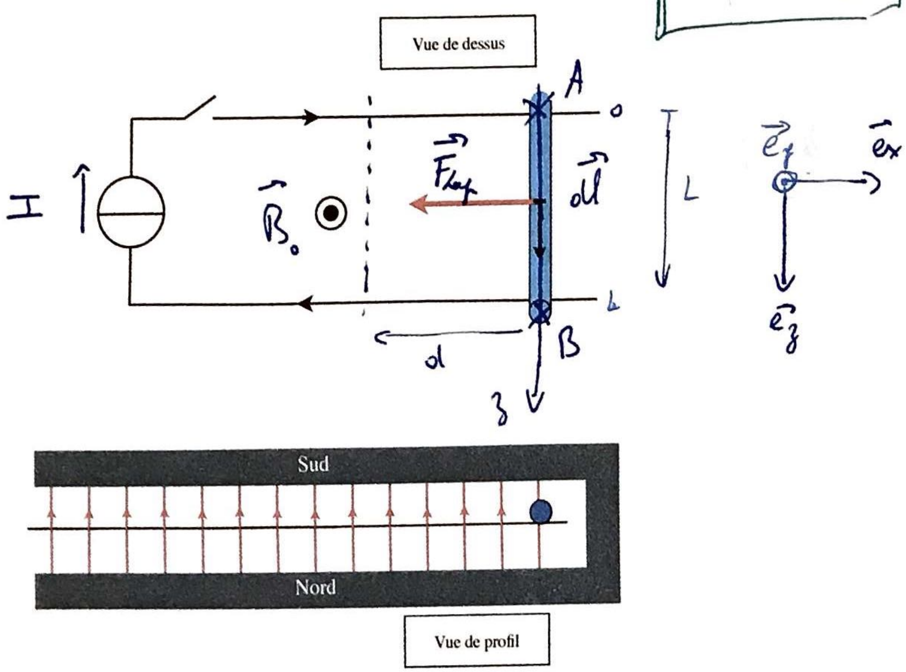
Donc $\boxed{d\vec F = I\,\vec{dl} \wedge \vec B(M)}$ (!)

Dans notre étude, le champ propre sera négligé.
et on considérera le champ extérieur $\vec B_0$ uniforme :

Soit $\boxed{d\vec F = I\,\vec{dl} \wedge \vec B_0}$

γ - Expérience des rails de Laplace

$\boxed{\vec B_0 = B_0\,\vec e_y}$



Observation : Le barreau accélère vers la gauche.

⇒ Nous avons tous les éléments pour créer un moteur électrique

ETUDE DYNAMIQUE SIMPLE

⊗ Calcul de la force de Laplace sur le barreau (mobile) :

$$\vec F_{Lap} = \int_A^B d\vec F_{Lap} = \int_0^L I\,\vec{dl} \wedge \vec B_0 = I \int_0^L dz\,(\vec e_z \wedge \vec B_0)$$

$$= I . \underbrace{\int_0^L dz}_{L} . B_0\, \underbrace{\vec e_z \wedge \vec e_y}_{-\vec e_x} \qquad \boxed{\vec F_{Lap} = -B_0 I L\,\vec e_x}$$

force constante.

⊗ Soit d la distance parcourue : Travail

$$W_{Lap} = \vec F . \vec d = (-B_0 I L\,\vec e_x).(-d\,\vec e_x) = B_0 I L d\, \vec e_x . \vec e_x$$

$$\boxed{W_{Lap} = B_0 I L d} = B_0 . I . S$$ ← Surface balayée.

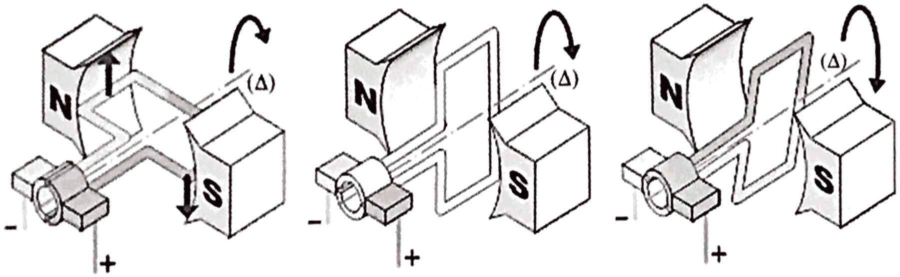
⊗ Trajectoire : de type chute libre $\vec a = \frac{\vec F_{Lap}}{m} = -\frac{B_0 I L}{m}\vec e_x$

(cf méca 2) $\boxed{x(t) = -\frac{1}{2}\frac{B_0 I L}{m} t^2}$

2 - Etude d'une spire de courant

α - Modélisation simple d'un moteur à courant continu

Réalisation du dispositif :

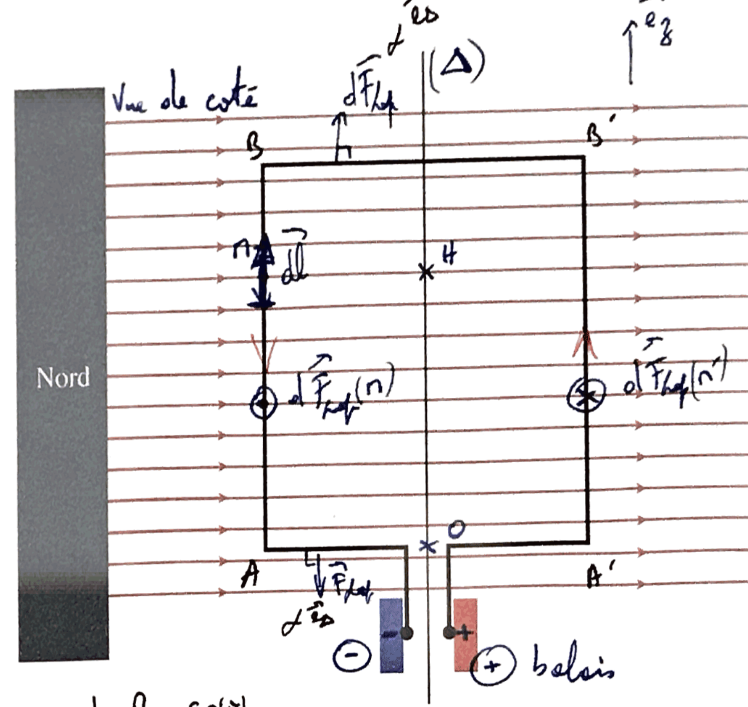


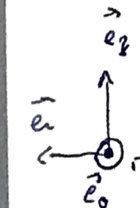
Le dispositif simple . . . .

.
.
.

Le chp $\vec{B}$ est supposé uniforme entre les 2 pôles

Principe du moteur à courant continu



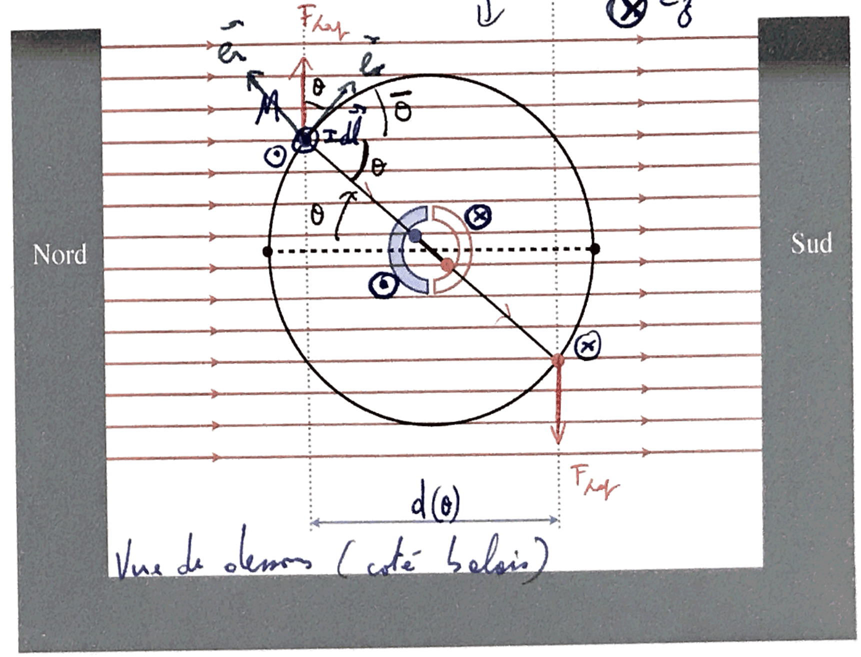


Rq: pas de moment sur AA' et sur BB'

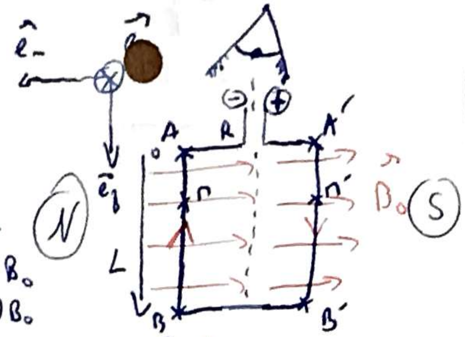
$d\vec{F} \propto \vec{e_z}$

$\Rightarrow dM_\Delta \perp \vec{e_z}$

$$\vec{B}(M) = \begin{cases} -B_0 \cos(\theta) \\ +B_0 \sin(\theta) \\ 0 \end{cases}$$



Calcul du couple moteur



* Force de Laplace sur 1 côté

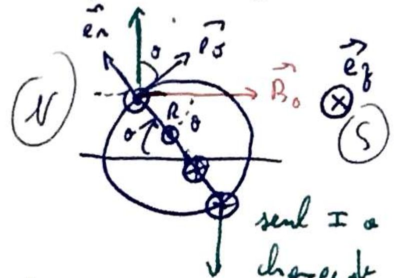
$$d\vec{F}_{(n)} = +I\, d\vec{l} \wedge \vec{B}_0 = -I \begin{vmatrix} 0 \\ 0 \\ dz \end{vmatrix} \wedge \begin{vmatrix} -\cos(\theta) B_0 \\ +\sin(\theta) B_0 \\ 0 \end{vmatrix}$$

(+) A → B (!)

$$\boxed{d\vec{F}_{(n)} = I\, dz \begin{vmatrix} \sin(\theta) B_0 \\ \cos(\theta) B_0 \\ 0 \end{vmatrix}}$$

$$d\vec{F}_{(n')} = -d\vec{F}_{(n)}$$

$$\boxed{\vec{F} = B_0 I L \begin{vmatrix} \sin\theta \\ \cos(\theta) \end{vmatrix}} = \int_0^L dz\, d\vec{F}_{(n)}$$



seul I a changé de sens.

* Calcul du moment sur 1 côté et selon Δ :

$$\mathcal{M}_\Delta = \int_0^L (\vec{OM} \wedge d\vec{F}_{(n)}) \cdot \vec{e}_z = \int_0^L (\vec{e}_z \wedge R\, \vec{e}_n) \cdot d\vec{F}_{(n)} = \int_0^L R\, \vec{e}_\theta \cdot d\vec{F}_{(n)}$$

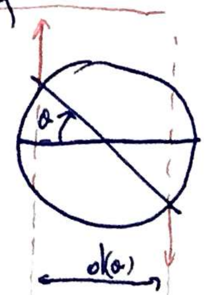
or $\vec{e}_\theta \cdot d\vec{F}_n = B_0 I\, dz \cos(\theta)$ $\quad d\mathcal{M}_\Delta = B_0 R I \cos(\theta)\, dz$.

Soit $\mathcal{M}_\Delta = \int_0^L d\mathcal{M}_\Delta = \boxed{B_0 I L R \cos\theta = \mathcal{M}_\Delta}$

Soit le couple : $T_m = 2\mathcal{M}_\Delta$ $\quad \boxed{T_m = 2 B_0 I L R \cos\theta}$

* géométriquement : $\|F_{Lap}\|^{\text{1 côté}} = B_0 I L$

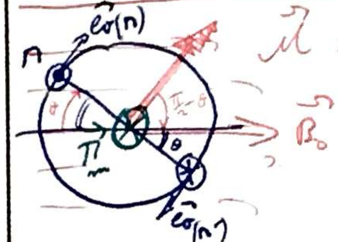
couple :



$T_m = d(\theta) \times F \qquad d(\theta) = 2R\cos(\theta)$

$$\boxed{T_m = 2 B_0 I L R \cos\theta}$$

Expression du couple en fonction du moment magnétique



$\vec{\mathcal{M}} = I\vec{S}$

$$\boxed{\vec{\mathcal{M}} = I\, 2RL\, \vec{e}_{\theta(n)}}$$

$(\vec{\mathcal{M}}, \vec{B}_0) = \frac{\pi}{2}$ $\quad \vec{\mathcal{M}} \perp \vec{B}_0$

$\boxed{\theta = 0}$ • $T_m = 2 B_0 I L R = \|\vec{\mathcal{M}}\| \times \|\vec{B}_0\|$. selon $\vec{e}_z \perp \vec{\mathcal{M}}, \vec{B}_0$

$\boxed{\theta = \frac{\pi}{2}}$ • $T_m = 0$ $\quad$ or $\vec{\mathcal{M}} \propto \vec{B}_0$.

$\boxed{\theta \text{ qcq}}$ • $T_m = 2 B_0 I L R \cos\theta = \|\vec{\mathcal{M}}\| \times \|\vec{B}_0\| \times \underbrace{\sin\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right)}_{\sin(\vec{\mathcal{M}}, \vec{B}_0)}$.

et $\vec{T}_m \propto \vec{e}_z$

On en déduit l'expression générale pour un cadre rectangulaire :

$$\boxed{\vec{T}_m = \vec{\mathcal{M}} \wedge \vec{B}_0}$$

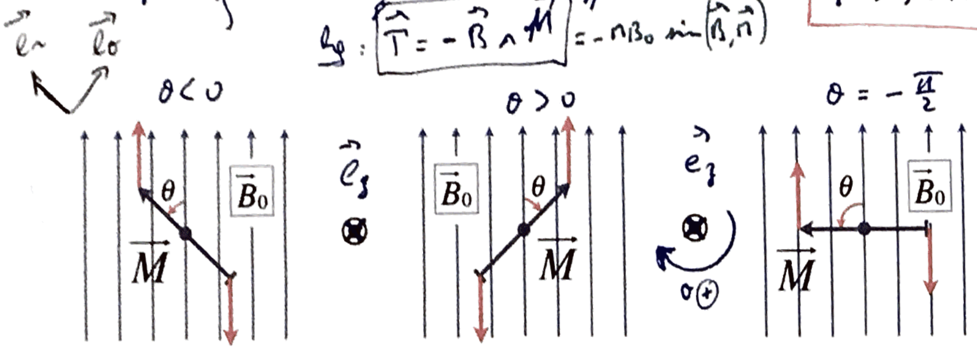
formule vectorielle intrinsèque

Cette formule reste correcte ∀ cadre (forme) si $\vec{B}_0$ est uniforme.

3 - ACTION D'UN CHAMP UNIFORME SUR UN MOMENT

On généralise l'expression précédente à tt moment magnétique : Le couple de rappel s'écrit : $\boxed{\vec{T} = \vec{M} \wedge \vec{B}}$

Rq : $\boxed{\vec{T} = -\vec{B} \wedge \vec{M}} = -MB_0 \sin(\vec{B}, \vec{n})$



$T = -MB_0 \sin(\theta) > 0$ $\quad$ $T = -MB_0 \sin(\theta) < 0$ $\quad$ $T_{max} = MB_0$

$$\vec{T} = \vec{M} \wedge \vec{B} = -MB_0 \sin(\theta)\, \vec{e}_z$$

⚠ def θ a changé

PROPRIÉTÉ :

Le couple a pour csq. de tjrs. ramener l'aimantat° ds la direct° du chp $\vec{B}$.

CONSTRUCTION DE L'ÉNERGIE POTENTIELLE :

On peut relier cette propriété à l'E_p du dipôle ds le chp $\vec{B}$

$$dE_p = -dW = -\mathcal{P}dt = -\vec{T}\cdot\vec{\Omega}\, dt = -T \cdot \frac{d\theta}{\cancel{dt}}\cancel{dt} = -T\, d\theta .$$

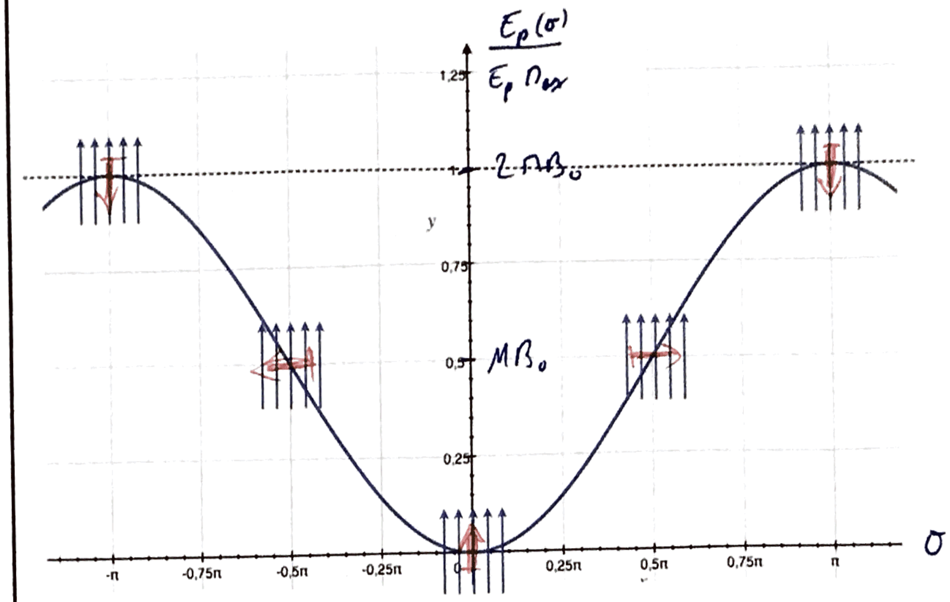
$$= +MB_0 \sin(\theta)\, d\theta = d(-MB_0 \cos(\theta) + c^{te}).$$

$E_p = -MB_0 \cos(\theta) + c^{te}$ $\quad$ $E_p(0) \equiv 0$ $\quad$ $c^{te} = +MB_0$

$$\boxed{E_p(\theta) = MB_0[1 - \cos(\theta)]}$$

Rq : $E_p(\theta) = MB_0 - \vec{M}\cdot\vec{B}$

* Si $c^{te} = 0$ $\quad$ $\boxed{E_p = -\vec{M}\cdot\vec{B}}$



EQUILIBRE ET STABILITÉ :

1 - RECHERCHE DES POSITIONS D'ÉQUILIBRE

$$\frac{dE_p}{d\theta} = MB_0 \sin(\theta) = 0 \Leftrightarrow \theta_{eq} = n\pi \quad n \in \mathbb{Z}$$

$\theta_{eq} = 0\,[2\pi]$ ou $\theta_{eq} = \pi\,[2\pi]$

2 - STABILITÉ DE L'ÉQUILIBRE ?

$$\frac{d^2E_p}{d\theta^2} = MB_0 \cos(\theta)$$

OK stable

* $\frac{d^2E_p}{d\theta^2}(0) = +MB_0$ stable
* $\frac{d^2E_p}{d\theta^2}(\pi) = -MB_0$ instable

4 - RÉALISATION DE CHAMPS TOURANTS

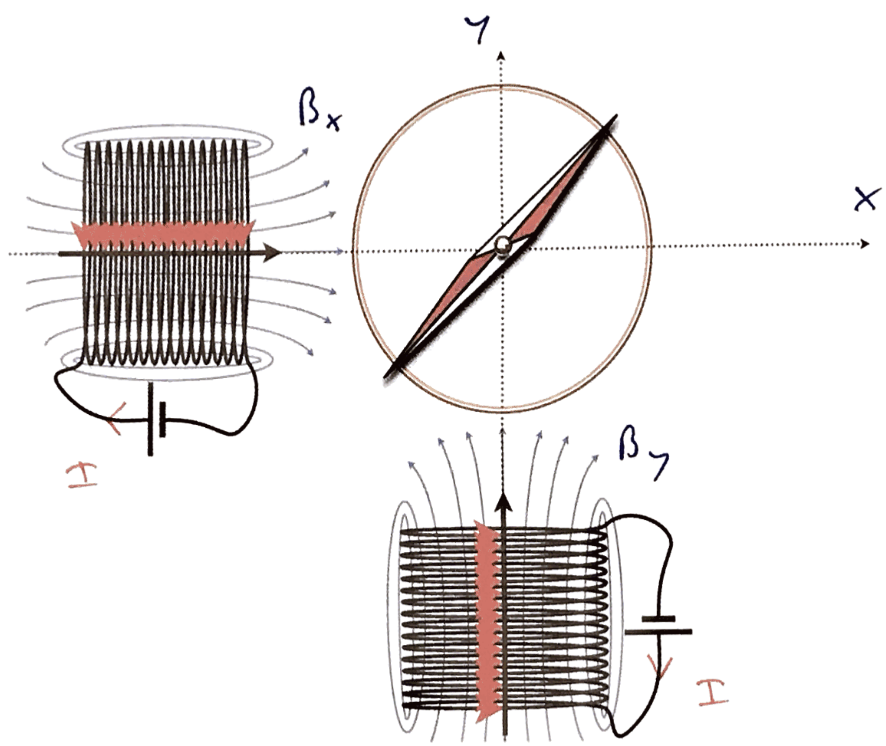
Il s'agit d'entraîner en rot° sous la form d'une aimantat° [boussole, aimant, bobine], à l'aide d'un chp. magnétique tournant.

On peut supposer d'après l'étude précédente que si le champ tourne, et puisque le moment tente toujours de s'aligner sur le champ B, l'aimantation produisant ce moment sera obligé de suivre le champ dans sa rotation.

On suppose donc pour simplifier que le moment produit par le champ sur le moment est suffisement important pour vaincre l'inertie du rotor et lui imposer sa rotation.

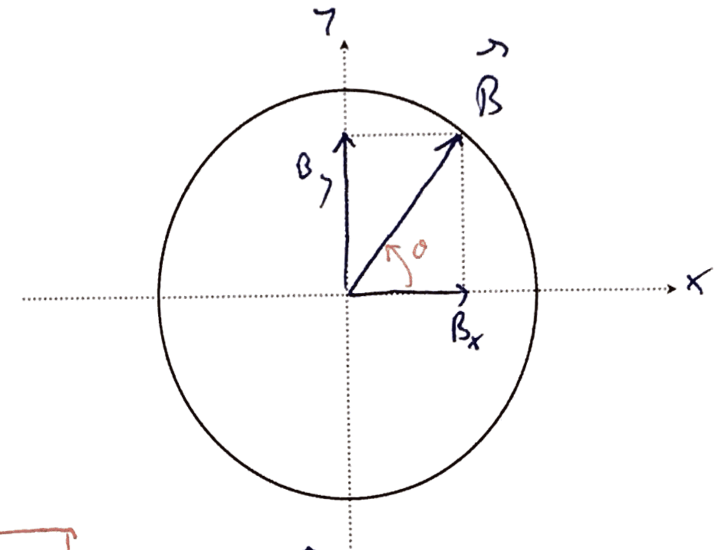
L'étude complète peut toutefois être faite simplement en posant le TMC.

(cf TD)



CALCUL DU CHAMP B :

$$\boxed{\vec{B} = B_x \vec{e_x} + B_y \vec{e_y}}$$



$\boxed{\theta = \omega t}$ $t = 0$ $\vec{B} = B_0 \vec{e_x}$

$$\begin{cases} B_x = B_0 \cos(\omega t) \\ B_y = B_0 \sin(\omega t) = B_0 \cos\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right) \end{cases}$$

$$\boxed{\vec{B} : \begin{vmatrix} B_0 \cos(\omega t) \\ B_0 \cos\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right) \end{vmatrix}}$$

On comprend donc que la réalisat° d'un chp tournant nécessite :

- une quadrature spatiale (avance) [B_y tourné de 90°/B_x]
- une quadrature temporelle retard [B_y retard de 90°/B_x]

$\Longrightarrow$ Le chp ainsi obtenu tourne à $\boxed{\omega}$