J.COURTIN **PSI** — LYCÉE V.HUGO

Transport de charges

Les charges et le courant

Objectifs :

- Densité de charge et intensité du courant
- Vecteur densité de courant électrique
- Conservation de la charge & LDN
- Loi d'Ohm
- Résistance électrique et effet Joule

Révision SUP :

- Interaction électrostatique $\overrightarrow{E} = -\overrightarrow{\nabla}(V)$
- Définition du courant EC
- ARQS
- Notion de flux

I - Les charges et le courant

1 - Densité de charge

L 'ensemble des charges (électrons etc…) est une collection de points M_i et de charge q_i que l'on peut décrire par une représentation continue au moyen d'une fonction scalaire $\rho(M)$ ou **densité volumique de charge** telle que la charge dans un élément de volume $d\tau$ vaut : $dq = \rho(M)d\tau$

Soit :

- n_p : densité microscopique de charge
- q_p : la charge considérée

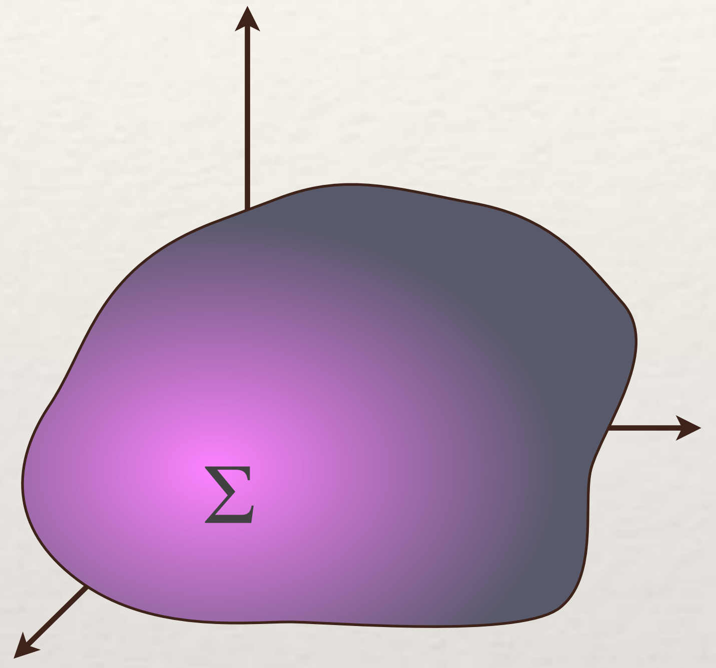
On a : $\boxed{\rho = n_p q_p}$

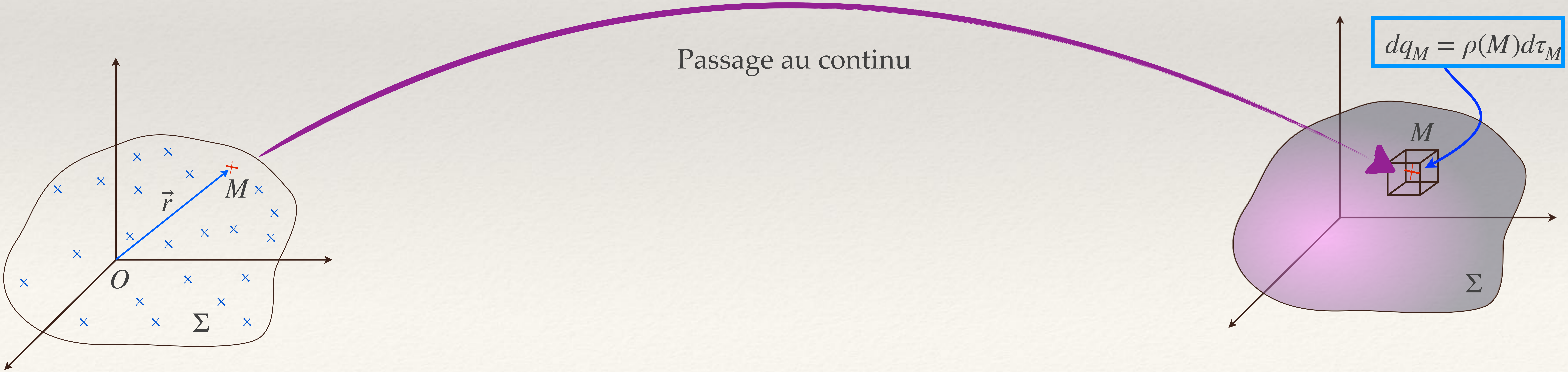
Cas général avec différentes populations de charges :

$\boxed{\rho = \sum_i n_i q_i}$ (ex : ions en solution)

RQ : Selon le PB on peut ne considérer que les porteurs mobiles ou porteurs fixes

RQ : En règle général le milieu reste électriquement neutre : $\rho_{tot} = \sum_i n_i q_i = 0$





2 - Le courant :

Soit un conducteur filiforme de section S, Is quantifie la quantité algébrique de charge qui traverse S par unité de temps. Il s'exprime en Ampère. A priori Is est une fonction du temps et de la position sur le fil :

$$\boxed{I_S(t,x) = \frac{dq_S}{dt}}$$

(C)

(s)

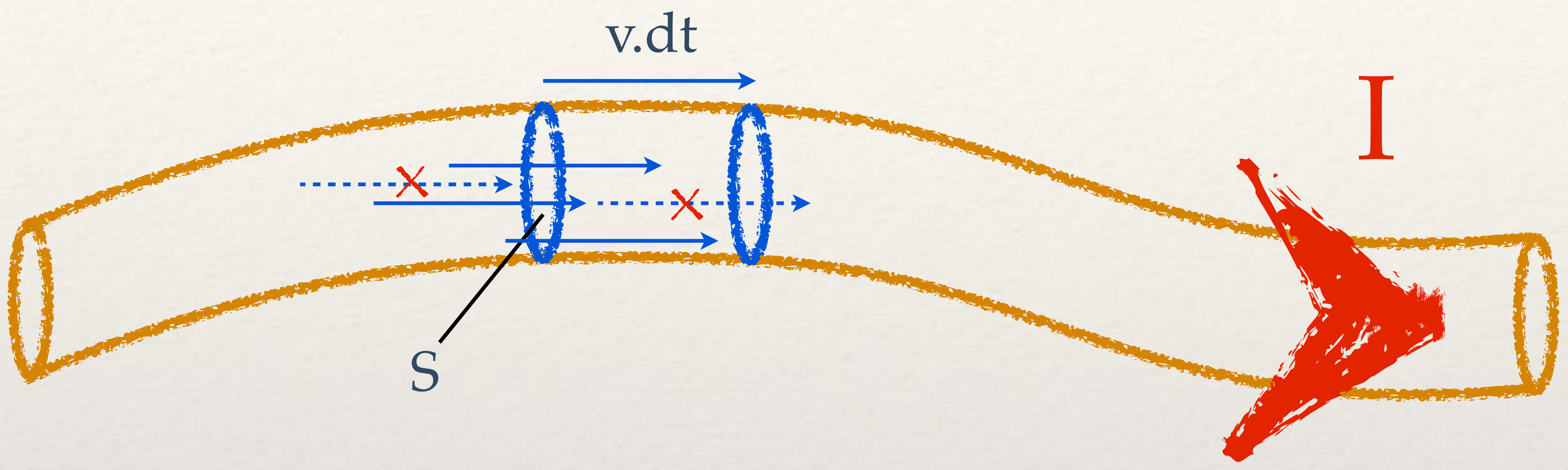
Révision SUP : Calcul du courant comme un débit de charges.
Montrer que $I = S\ v_p\ n_p\ q_p$

n_p nb de porteurs/unité vol.

v_p vitesse des porteurs

q_p charge d'un porteur

S section du fil



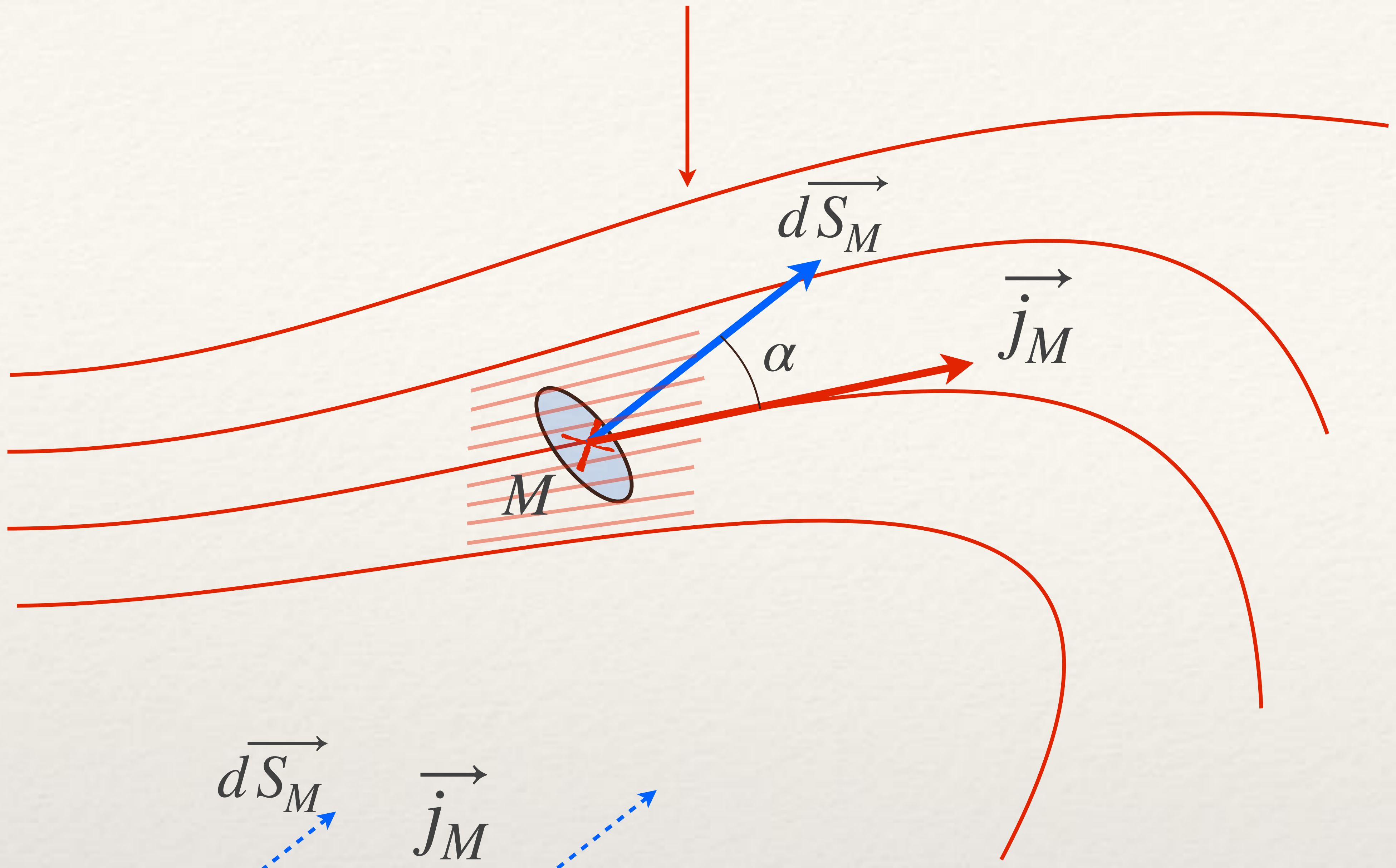
3 - Vecteur densité de courant

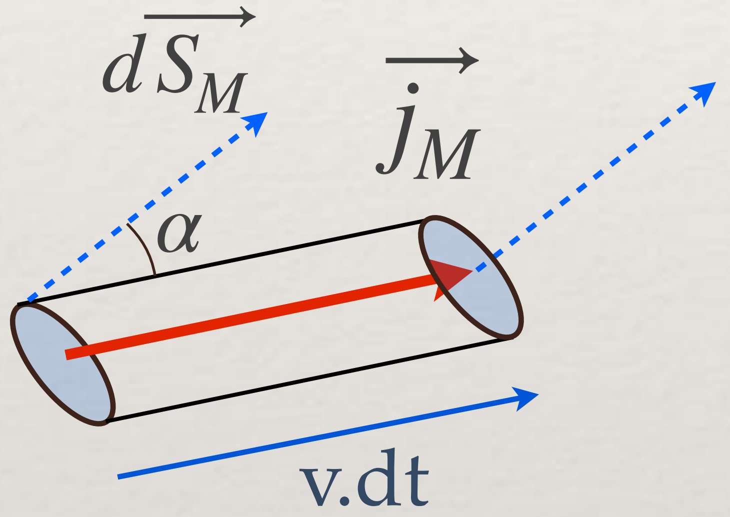
Plus généralement le courant est présent en tout point M du matériau conducteur, et peut être caractérisé par une charge dq passant à travers un élément de surface $d\vec{S}_M$: $dq_M = q_p n_p d^3V_M = q_p n_p d\vec{S}_M \cdot \vec{v}_M\ dt = I_M dt$ (cf - Diffusion de particules)

<u>**Définition :**</u> Afin de calculer le courant on introduit le **vecteur densité de courant** $\vec{j_M}$ qui indique au point M, la direction le sens et l'intensité du l'écoulement des charges. Soit : $\vec{j_M} = q_p n_p \vec{v}(M)$ avec $\vec{v}(M) = \vec{v}_p$ à l'échelle mésoscopique : mouvement coordonné des charges.

On a donc : $\boxed{\vec{j_M} \equiv \rho(M)\vec{v}(M)}$ de sorte que le courant élémentaire traversant une surface $d\vec{S_M}$ vaut : $dI_M = \vec{j_M} \cdot d\vec{S_M}$

A l'échelle mésoscopique, le mouvement des charges est coordonné.
On peut raisonner en terme de **ligne de courant**.



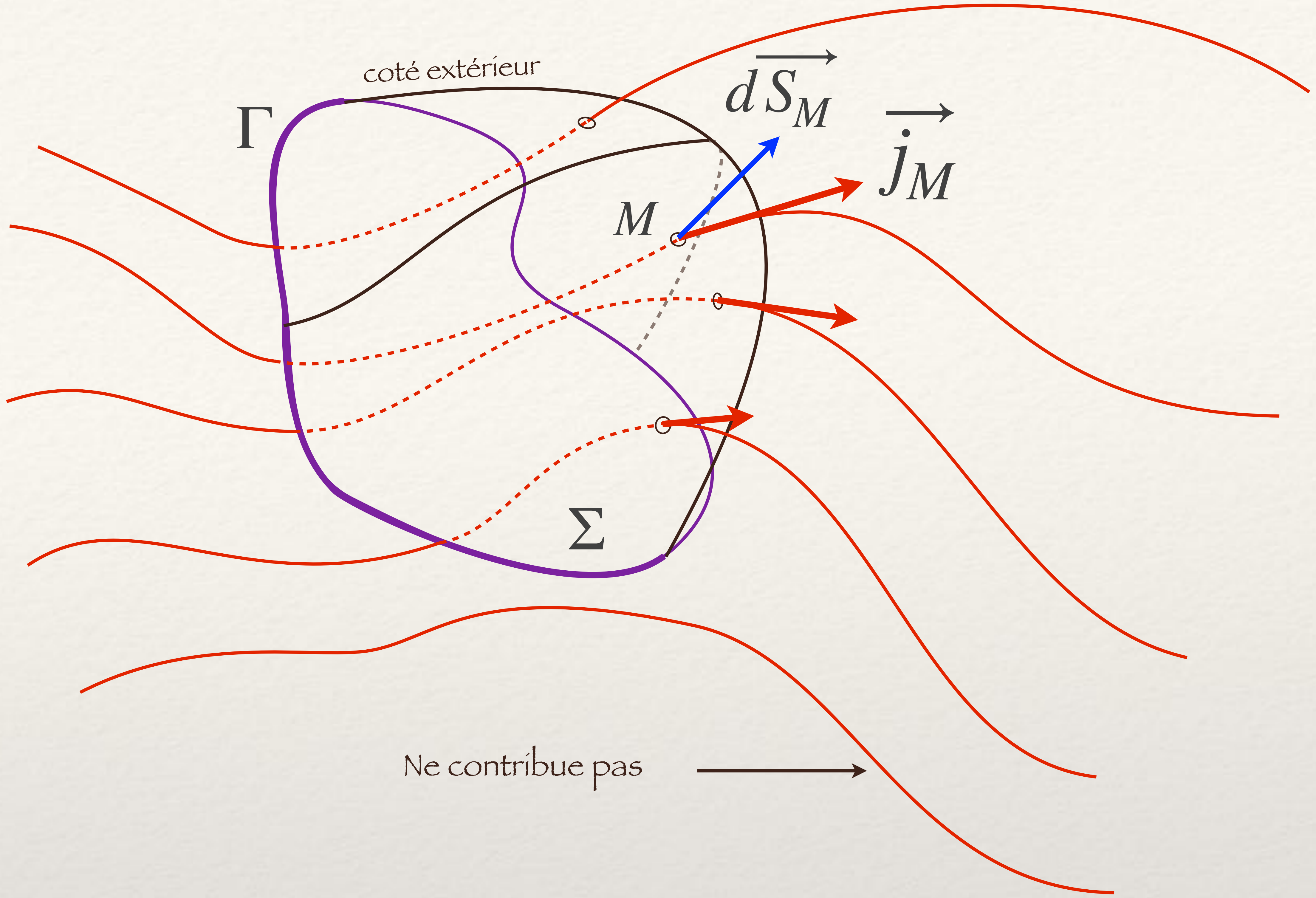


$$\boxed{dI_M = \vec{j_M} \cdot d\vec{S_M}}$$

$\vec{j_M}$ est donc en Am^{-2}

Ici $\vec{j_M}$ est le vecteur densité <u>volumique</u> de courant

4 - Intensité du courant



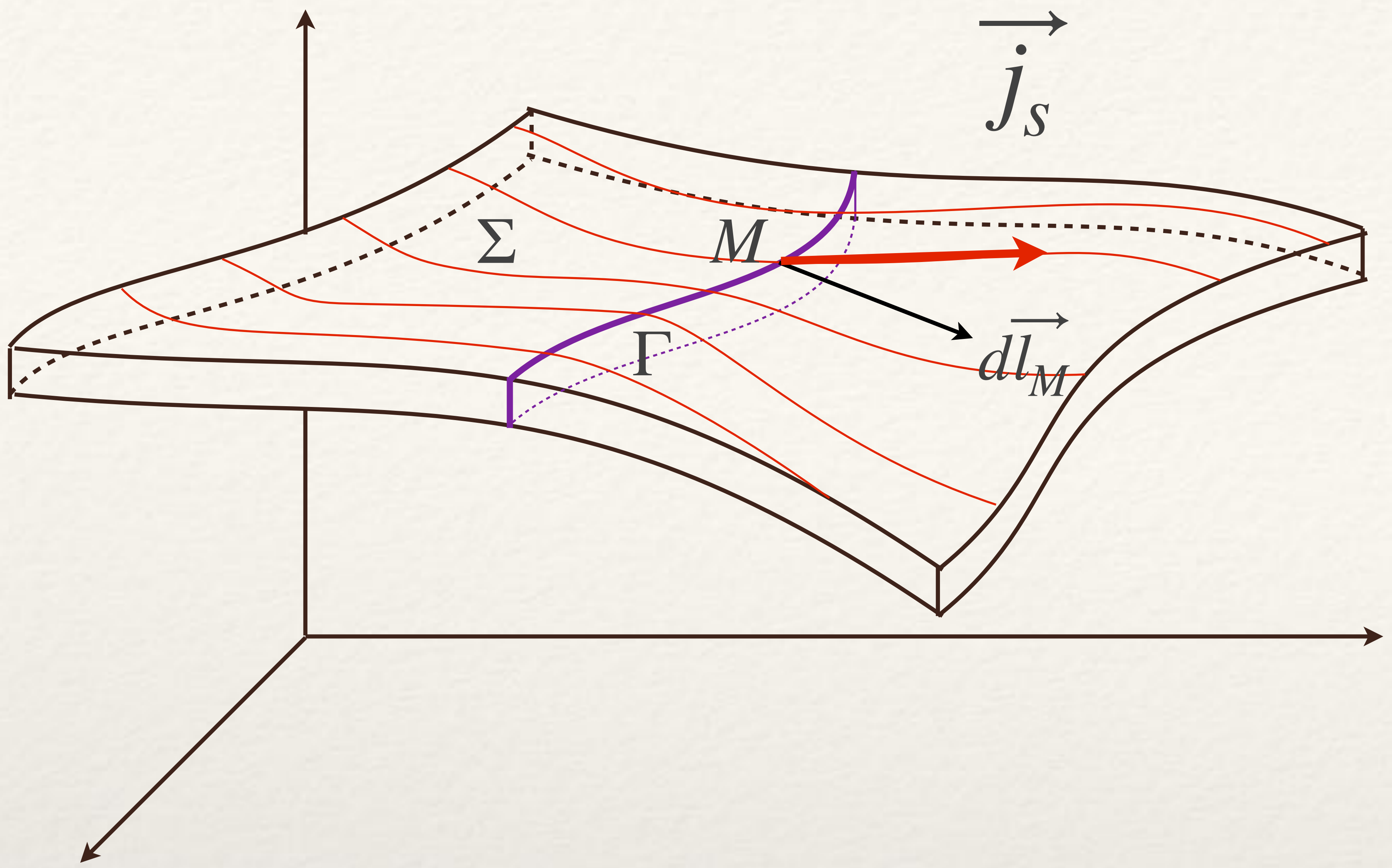
$$\boxed{I_\Gamma = \iint_\Sigma \vec{j} \cdot d\vec{S}}$$

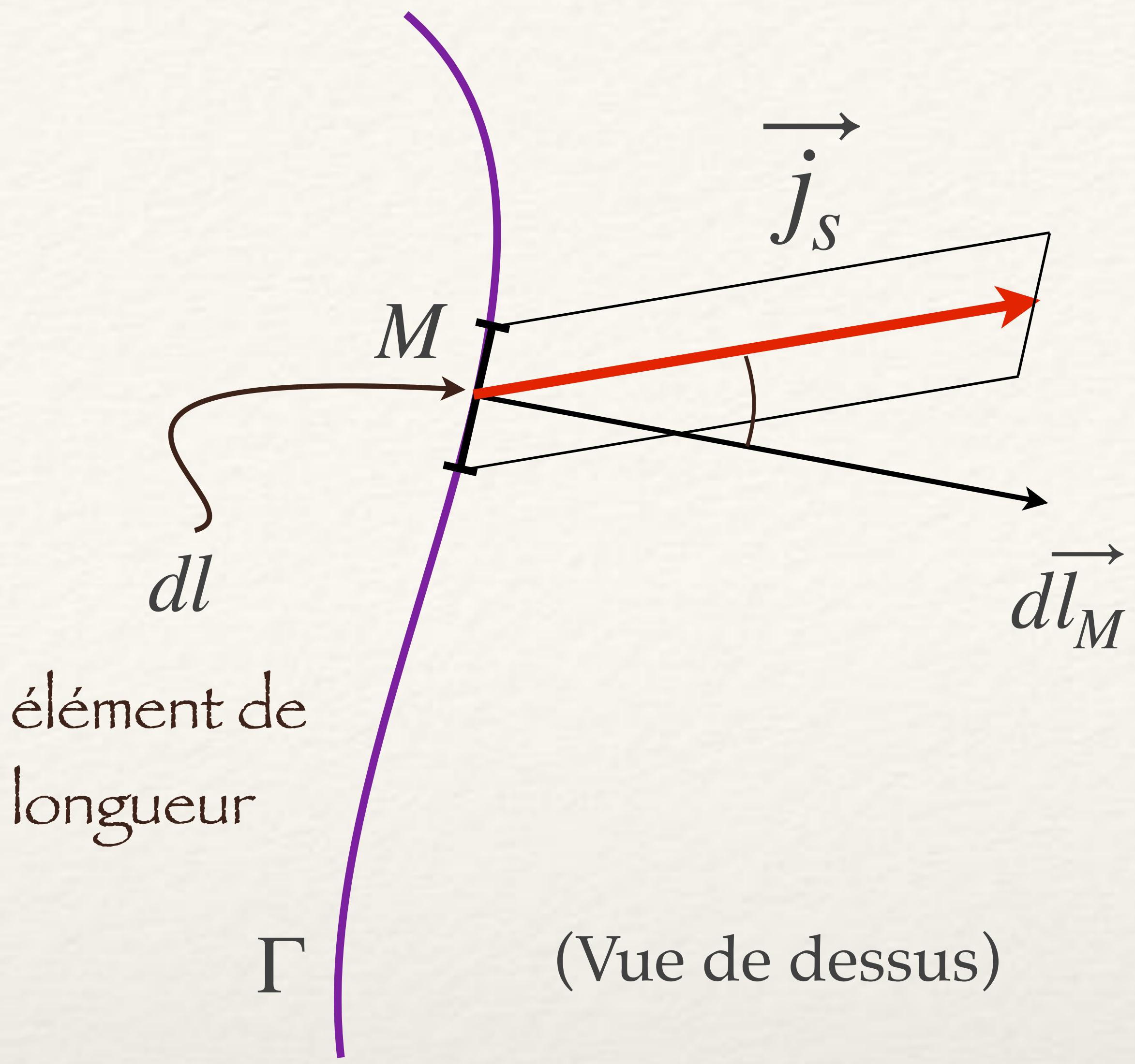
A — m^2 — Am^{-2}

Le **Courant** est donc interprété comme le :
flux du vecteur densité de courant à travers une surface.

Rq : en régime permanent I_Γ ne dépend que de Γ et non de Σ

3' - HP - Densité de courant surfacique $\overrightarrow{j_S}(M)$: dans bien des cas il est pratique d'envisager une distribution surfacique plutôt que volumique





(Vue de dessus)

$$\boxed{dI_M = \overrightarrow{j_s}(M) \cdot \overrightarrow{dl_M}}$$

$\overrightarrow{j_S}$ est donc en Am^{-1}

$$\boxed{I_\Gamma = \int_\Gamma \overrightarrow{j_S} \cdot \overrightarrow{dl_M}}$$

A — m — Am^{-1}

Le courant est donc interprété comme le :
« **flux** » **du vecteur densité de courant à travers une ligne.**

NB : le vecteur $\overrightarrow{dl_M}$ a pour norme *dl* mais il est dirigé selon la normale à Γ dans le plan tangent à la surface Σ au point M.

Exo :

- Soit e l'épaisseur de la plaque —> relier $\vec{j}$ et $\overrightarrow{j_S}$
- Soit S la section d'un fil —> relier $\vec{j}$ et I

II - Conservation de la charge

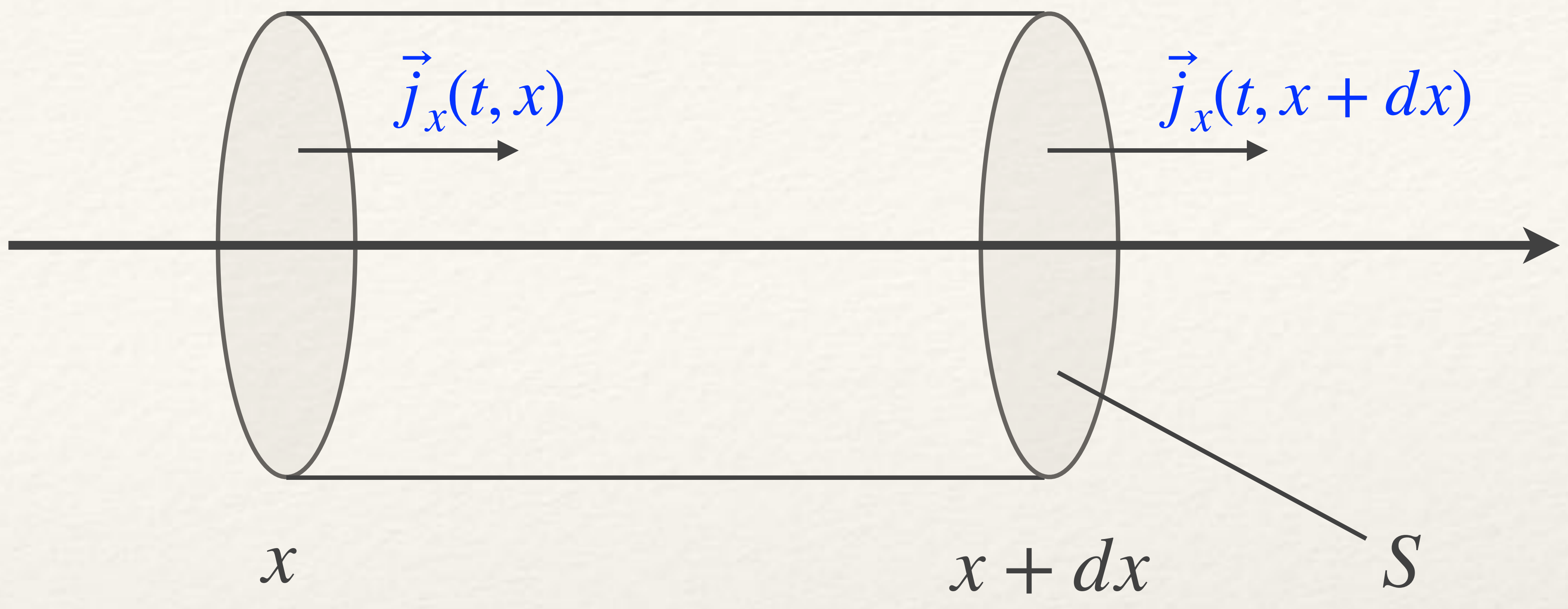
1 - Bilan unidirectionnel de conservation de la charge

Nous allons calculer l'augmentation de charge dq au sein du volume élémentaire de 2 façons :

- Augmentation intrinsèque de la densité de charge $\rho(t, x)$ au cours du temps.

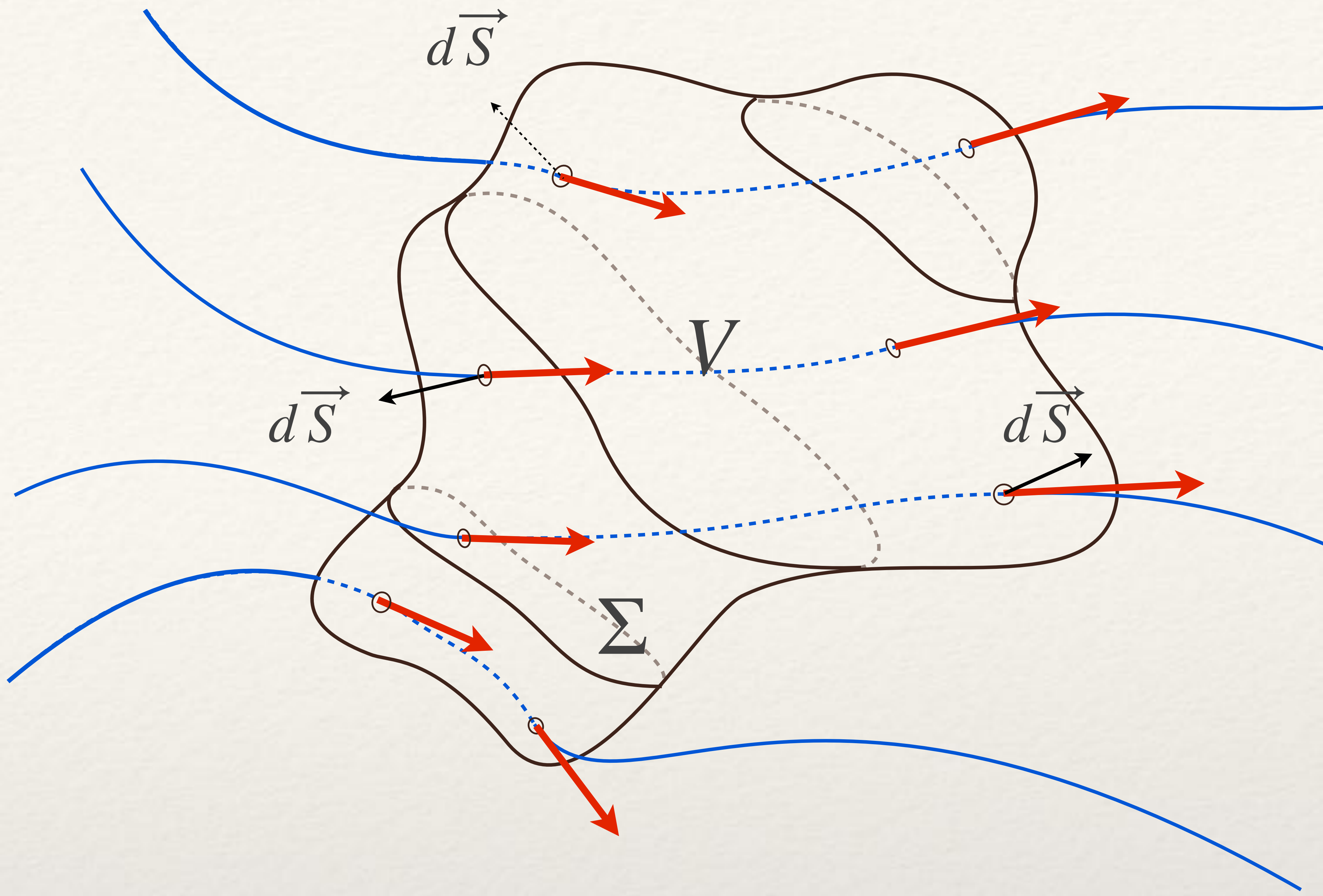
- Augmentation de la charge par le courant entrant à travers ses frontières.

L'identification de ces 2 expressions est la traduction même de la conservation de la charge.



2 - Généralisation [HP]

On considère un système de volume V limité par une frontière de surface fixe Σ :



Interprétation :

$Div(\vec{j})$ est le **flux** **sortant** **par unité de volume**

Cf - fiche opérateurs vectoriels

Équation locale de conservation de la charge :

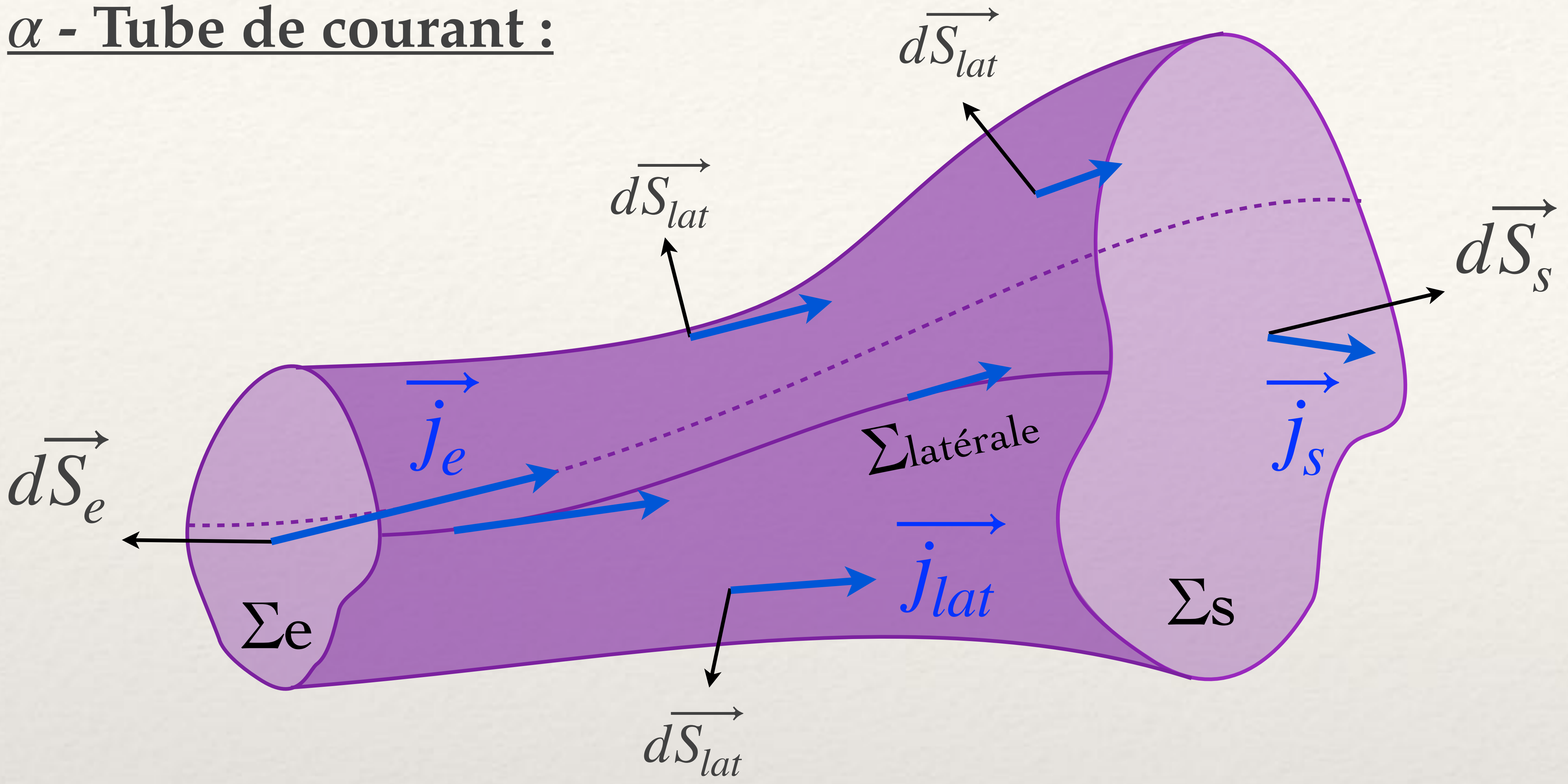
$$\boxed{\frac{\partial \rho}{\partial t} + Div(\vec{j}) = 0}$$

III - Etude du courant en régime stationnaire

1 - Conséquences de la conservation de la charge en régime stationnaire

$$\boxed{\cancel{\frac{\partial \rho}{\partial t}} + Div(\vec{j}) = 0}$$

<u>α **- Tube de courant :**</u>



$$\iiint_V Div(\vec{j})\, d\tau = \boxed{\oiint \vec{j} \cdot d\vec{S} = 0}$$

Le flux sortant est nul !

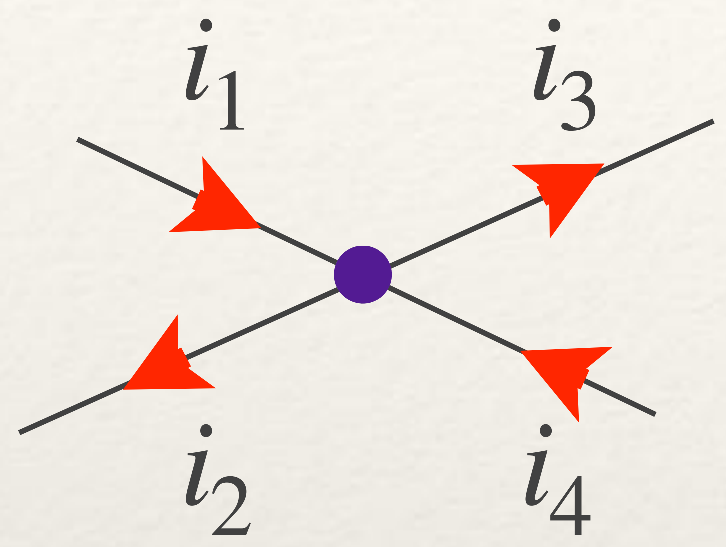
<u>Calcul :</u> $\boxed{I_e = I_s}$

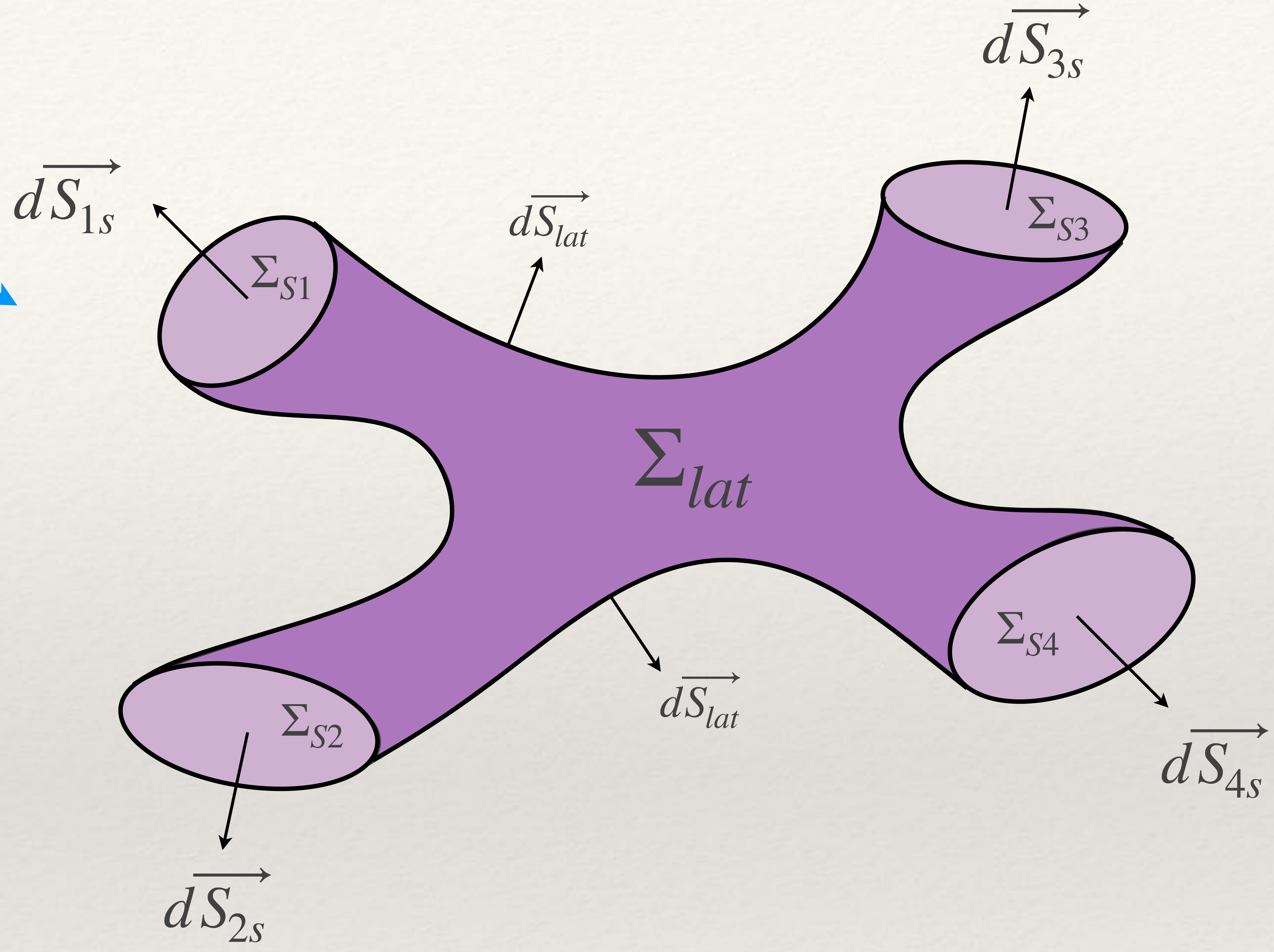
β - Loi des noeuds :

Dans l'ARQS il n'y a pas d'accumulation de charge $dq = 0$ au cours du temps soit localement $\dfrac{\partial \rho}{\partial t} = 0$

Démo :

$\Sigma = \Sigma_{S1} \cup \Sigma_{S2} \cup \Sigma_{S3} \cup \Sigma_{S4} \cup \Sigma_{lat}$





Ecriture locale de la L.D.N : $\boxed{Div(\vec{j}) = 0}$

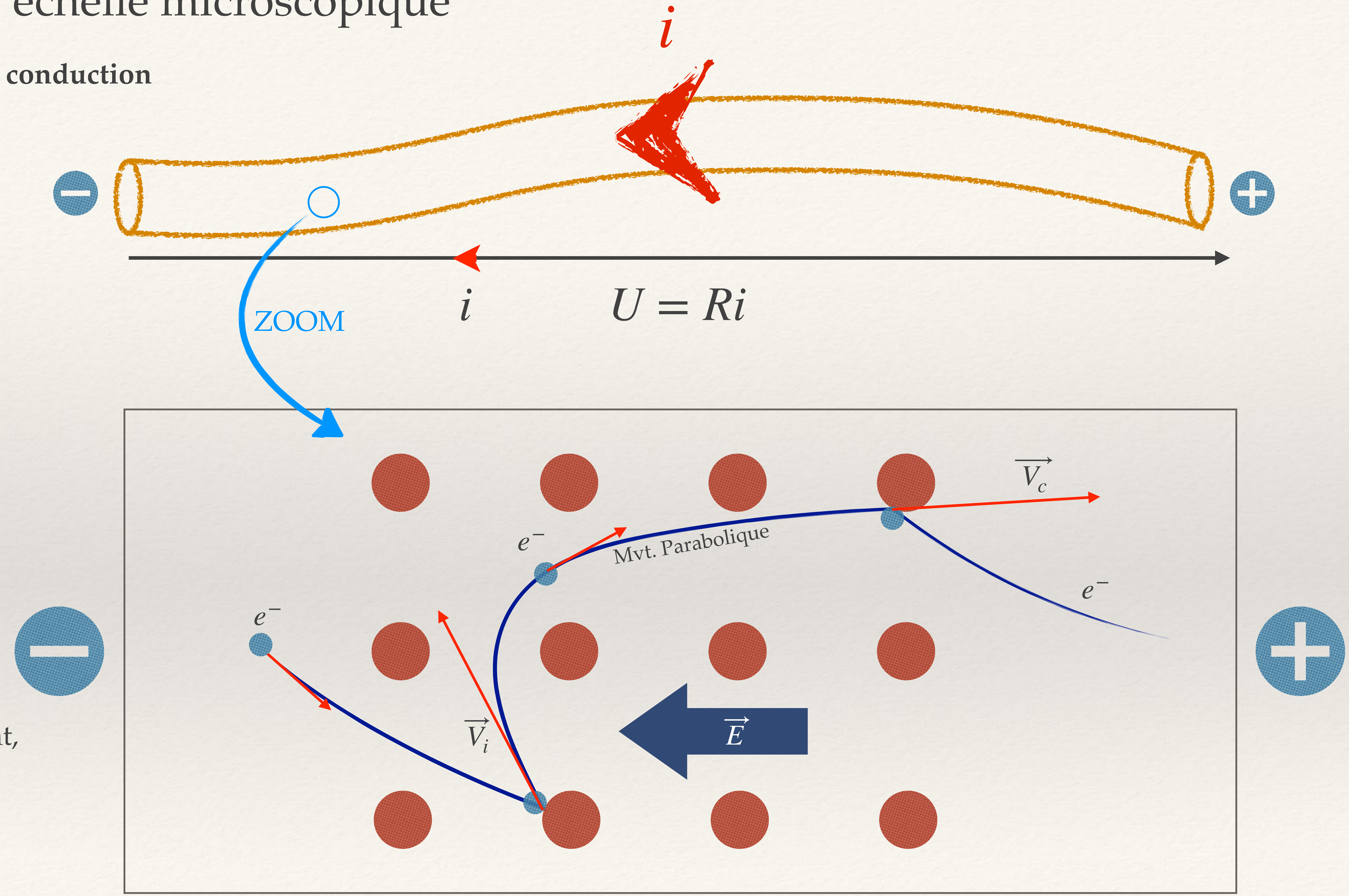
IV - Le courant à l'échelle microscopique

1 - Modèle de Drüde de la conduction

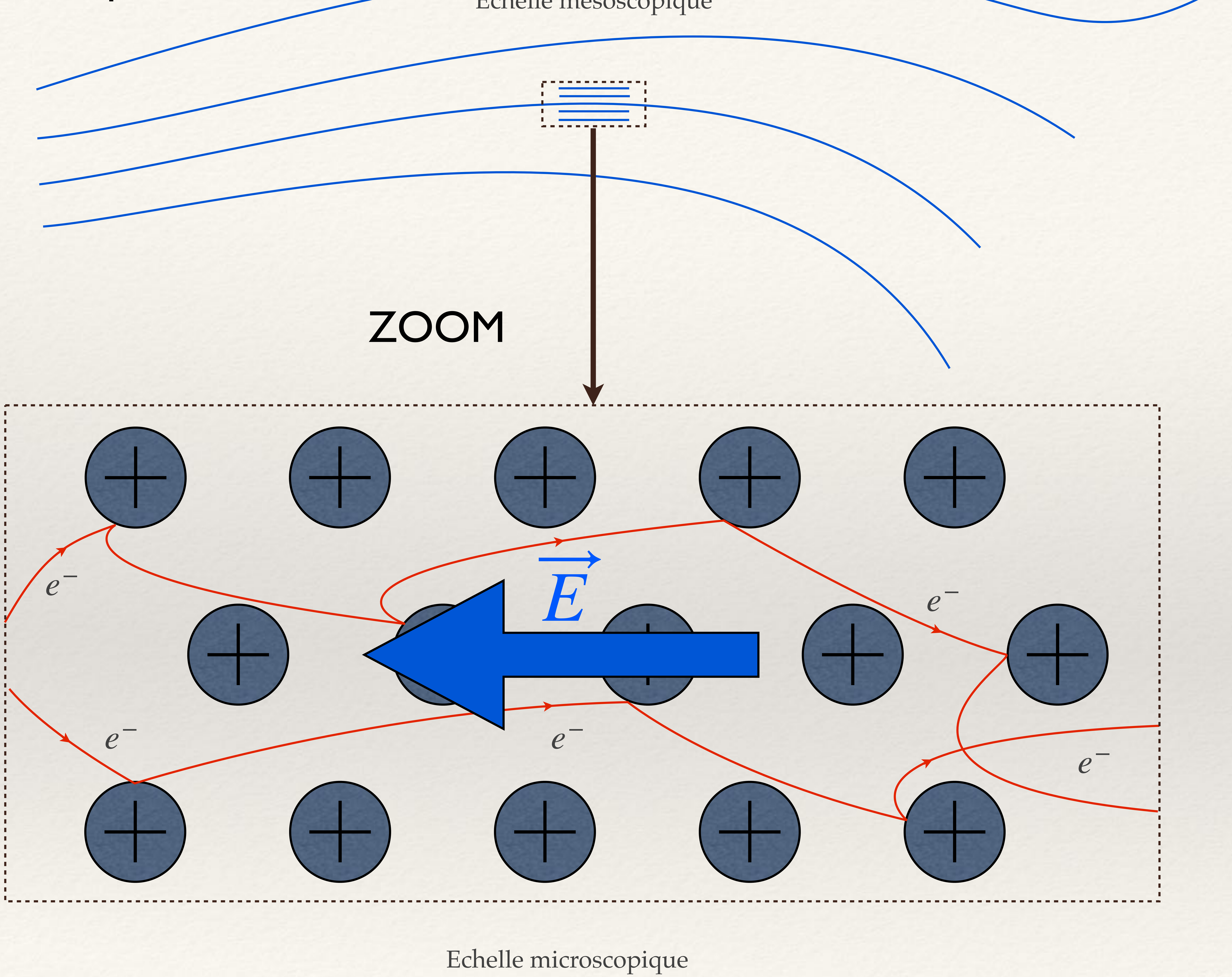
Macroscopiquement on observe le flot moyen d'un gaz d'électron

Microscopiquement, l'électron rebondit aléatoirement au sein d'un réseau de cations

Noter que les cations sont aussi agités thermiquement, et peuvent donc relancer l'électron dans toutes les directions.



Interprétation :



La vitesse initiale de l'e^- après un choc est le résultat aléatoire produit par :

- Ses point et angle d'impact sur le réseau cationique. (marche aléatoire)

- Le mouvement aléatoire du cation lui-même qui s'agite autour de sa position moyenne. (—> agitation thermique)

Après un choc le modèle de Drüde consiste à penser que, raisonnablement, **la vitesse initiale de l'e^- est nulle en moyenne** :

$$\langle \overrightarrow{v}_0 \rangle_i = \overrightarrow{0}$$

A l'échelle mésoscopique ces successions d'accélération/arrêt se traduit par une

$\Rightarrow$ **vitesse constante du flot de porteurs de charges mobiles**

Simulation numérique :

https://contrib.pbslearningmedia.org/WGBH/arct15/SimBucket/Simulations/drudemodelconduction/content/index.html

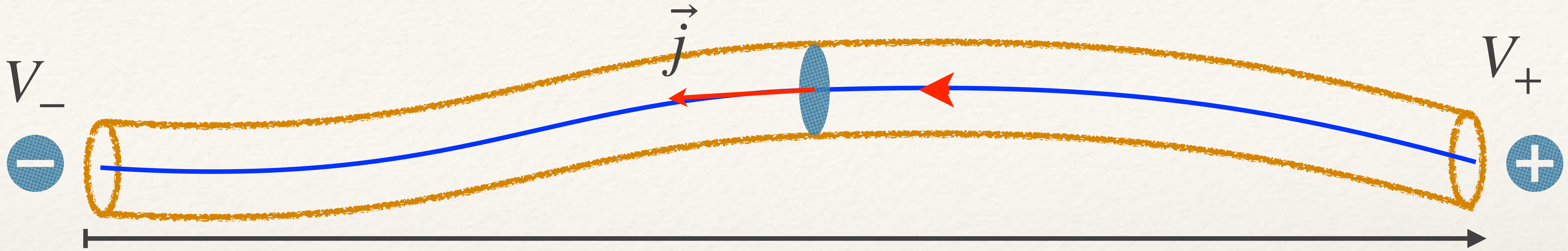
1 - Modèle de Drüde de la conduction

Hypothèses : $\langle \overrightarrow{V_0^i} \rangle_i = \overrightarrow{0}$

2 - Loi d'Ohm locale

3 - Loi d'Ohm macroscopique : $U = Ri$

$$i = \oiint \vec{j} \cdot d\vec{S}$$



$$U = V_+ - V_-$$