

J.COURTIN

PSI — LYCÉE V.HUGO

# Diffusion thermique

## Objectifs :

- Diffusion de la chaleur (Loi de Fourier)
- Eq° de conservation & bilans
- Applications

## Révision 1ère année :

- Premier principe de la thermodynamique
- Capacité thermique et échange de chaleur
- Les échelles thermodynamiques
- Les mécanismes de transfert de la chaleur

# I - Diffusion thermique

## 1 - les mécanismes de transport de la chaleur

Différents mécanismes physiques permettent le transport de chaleur : (cf - 1ère année)

- **Rayonnement :** Les corps chauds émettent un rayonnement électromagnétique [infrarouge en général] comme le soleil [rayonnement du corps noir]. Celui-ci se propage à travers l'air ou même le vide jusqu'à rencontrer un corps qui l'absorbe et capte ainsi la chaleur émise (Astrophysique). On parle de **transfert par radiation**.
- **Convection :** la matière se déplaçant au sein d'un fluide, elle emporte avec elle sa « chaleur » par le biais de son agitation thermique. Cela se produit en raison de l'entraînement par le fluide en mouvement (advection) ou du fait d'une densité différente. En particulier, le fluide plus chaud étant moins dense, il va monter sous l'effet de la poussée d'Archimède.
- **Diffusion :** l'**agitation thermique\*** se transmet de proche en proche sous l'effet des chocs aléatoires. Il est important de noter que **ce processus est isotrope** [ne dépend pas de la direction], ainsi le « chaud » ne monte pas comme avec la convection. [\*  $E_c$  microscopique].

C'est ici le mécanisme de **diffusion thermique** que l'on veut modéliser c'est à dire la propagation de proche en proche de la chaleur sans qu'aucun rayonnement ou mouvement macroscopique du milieu n'y participe.

On parle alors de **conduction thermique** car la chaleur est conduite au sein du matériau de proche en proche.

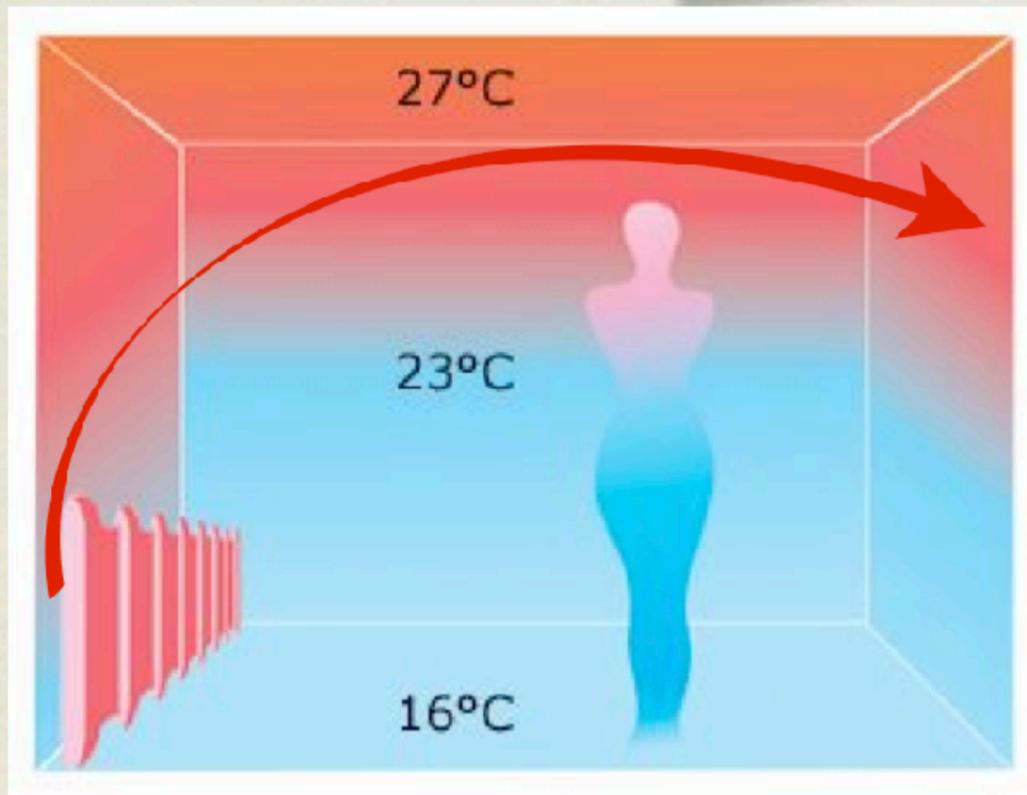
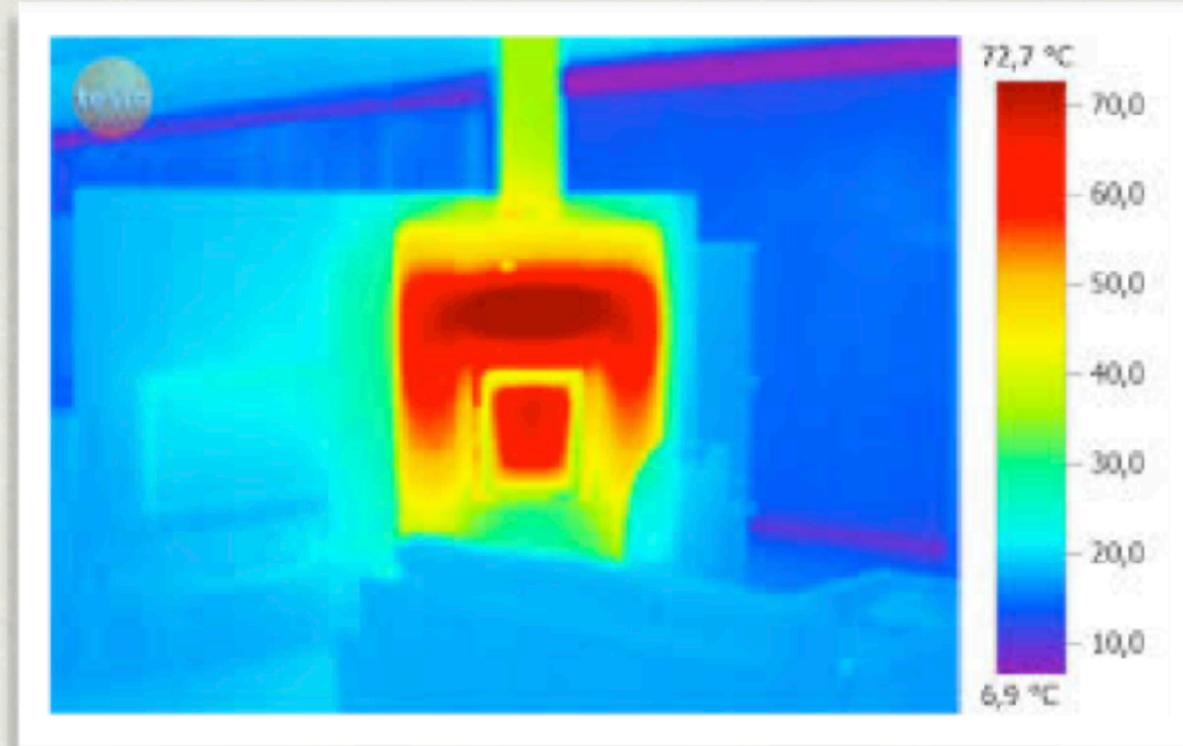
### Phénoménologie de la diffusion :

La phénoménologie de la diffusion est simple à comprendre. La chaleur est un transfert d'agitation microscopique sous l'effet des chocs. Or on a vu en sup que l'**interprétation microscopique de la température est que celle-ci quantifie l'énergie cinétique d'agitation microscopique des particules**.

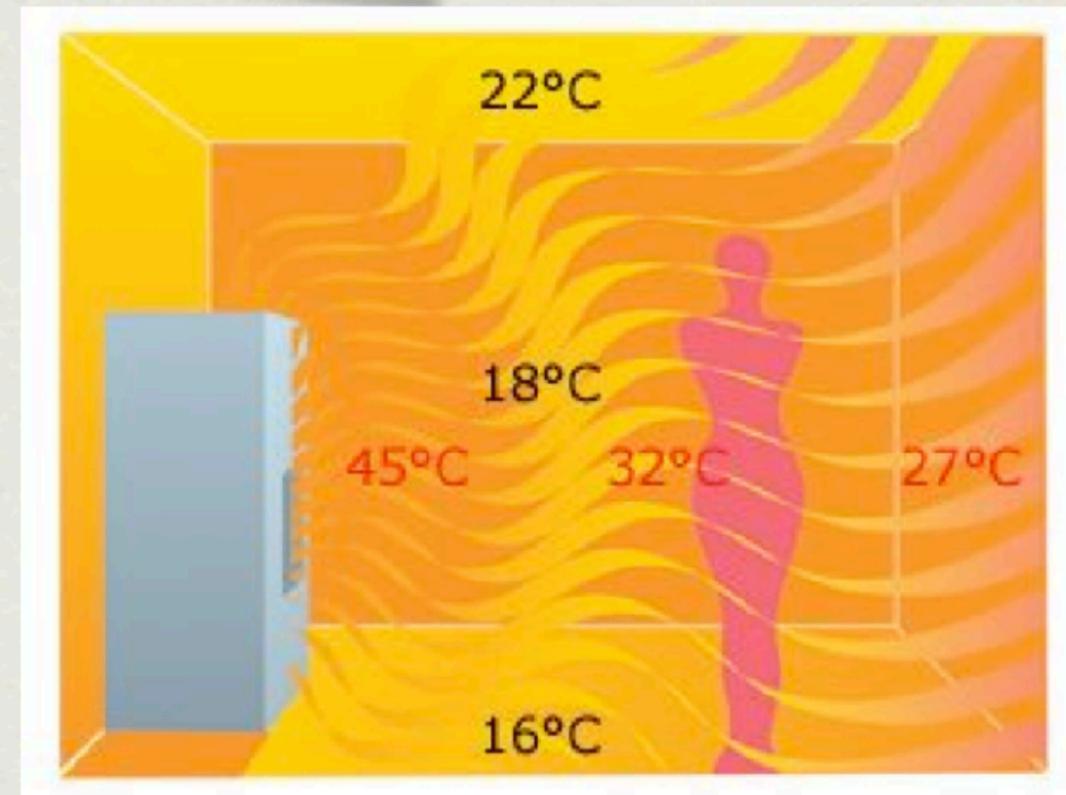
La chaleur diffuse ainsi des zones plus chaudes (forte agitation) vers les zones plus froides (faible agitation).

Si la température tend à devenir homogène, la diffusion s'arrête car l'agitation microscopique fait de même.

# Cheminée dans l'infra-rouge

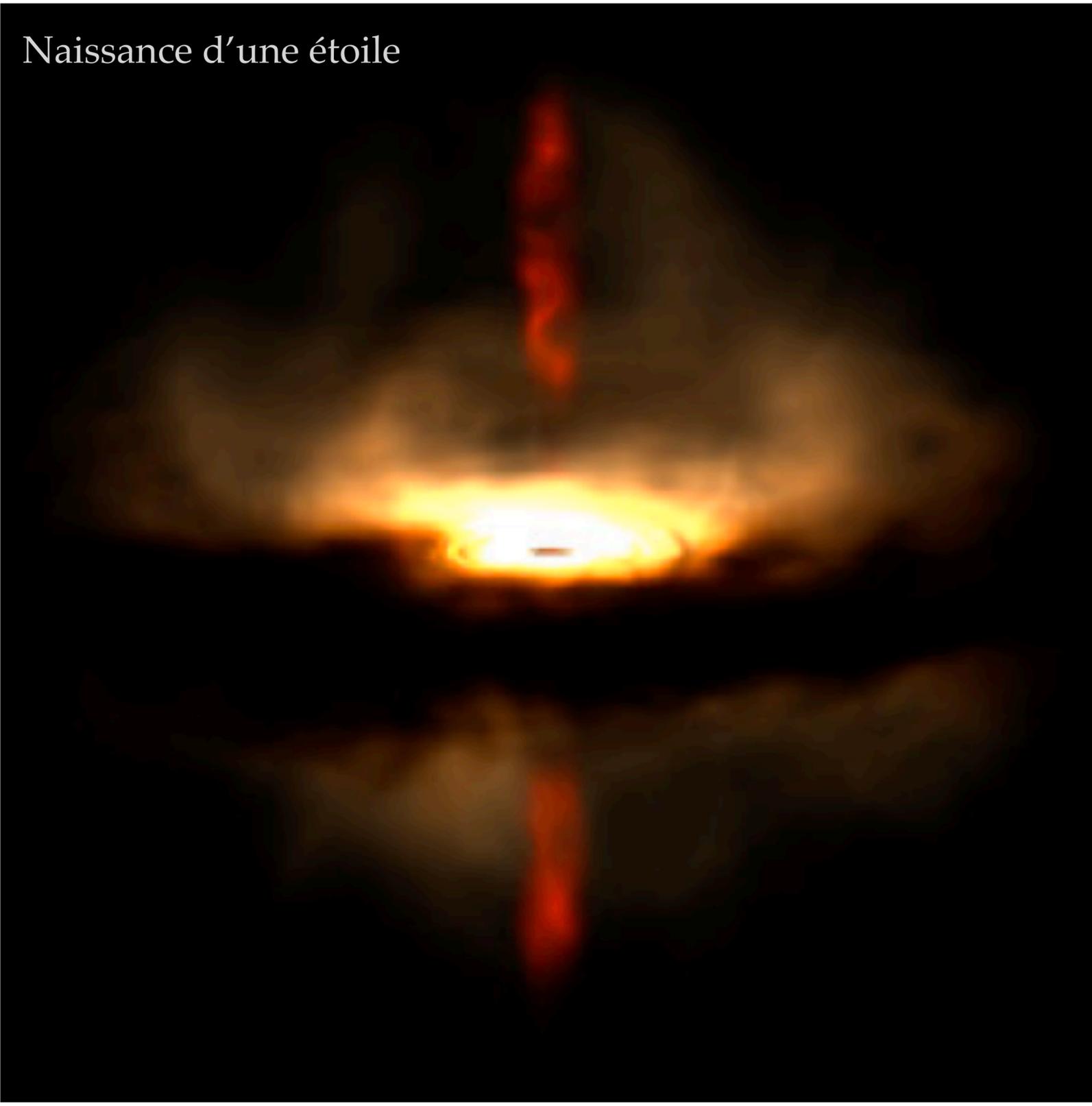


**Convection**



**rayonnement**

Naissance d'une étoile

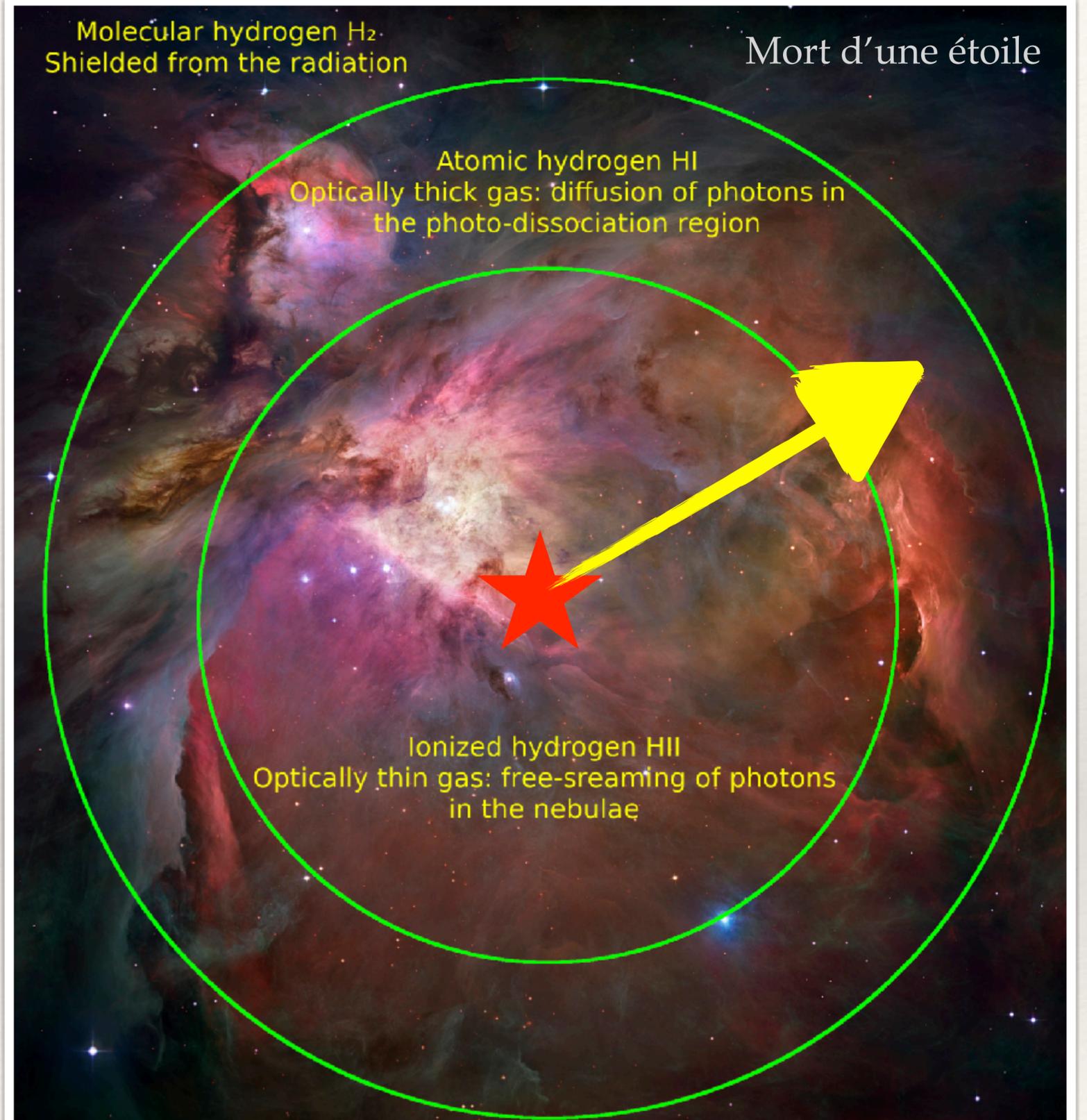


Simulation numérique avec **Transfert de Radiation** :

Models of a proto-planetary disk are shown with **radiation transfer** from the central star scattering of the surrounding dusty disk

Molecular hydrogen  $H_2$   
Shielded from the radiation

Mort d'une étoile

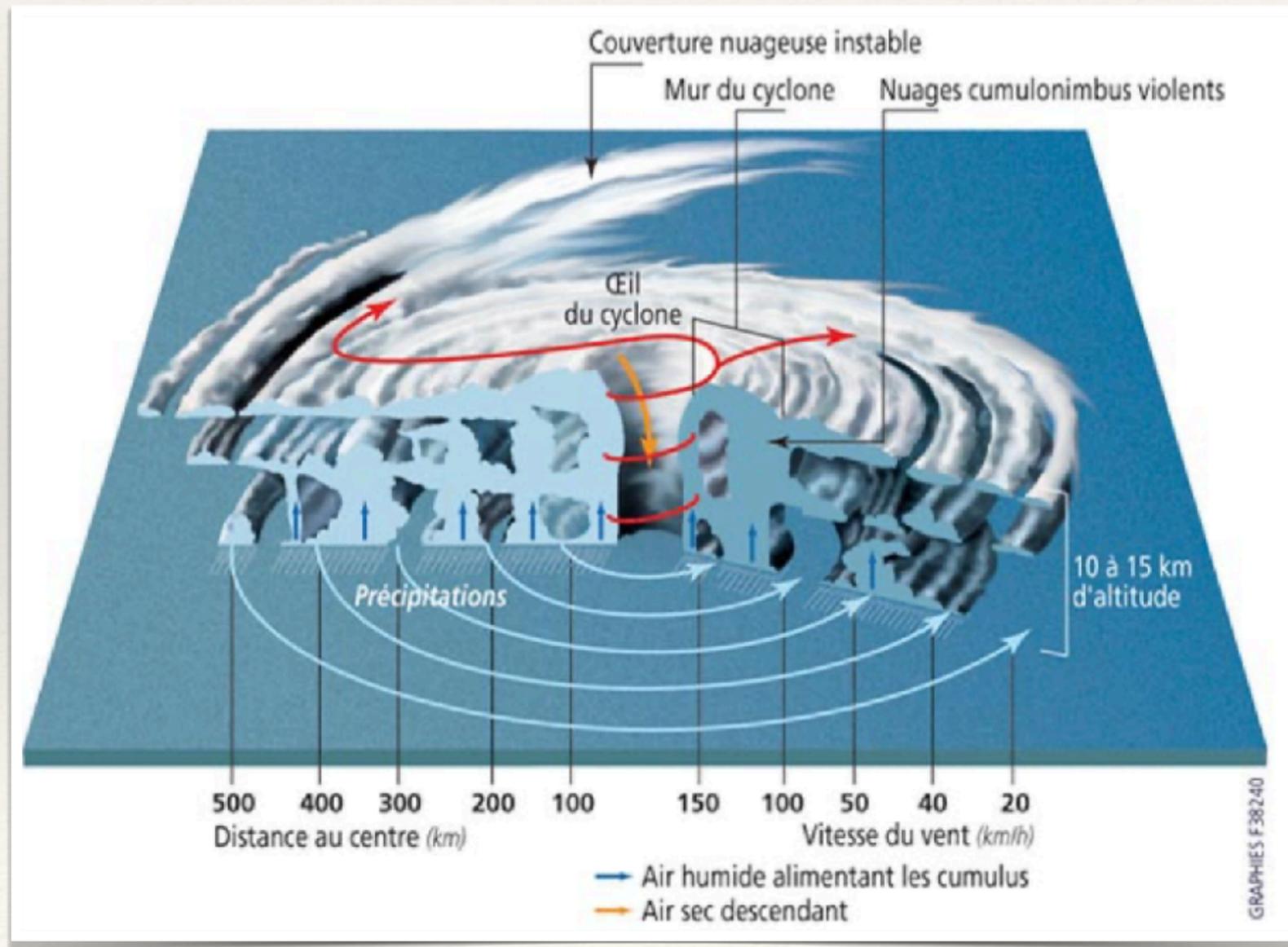
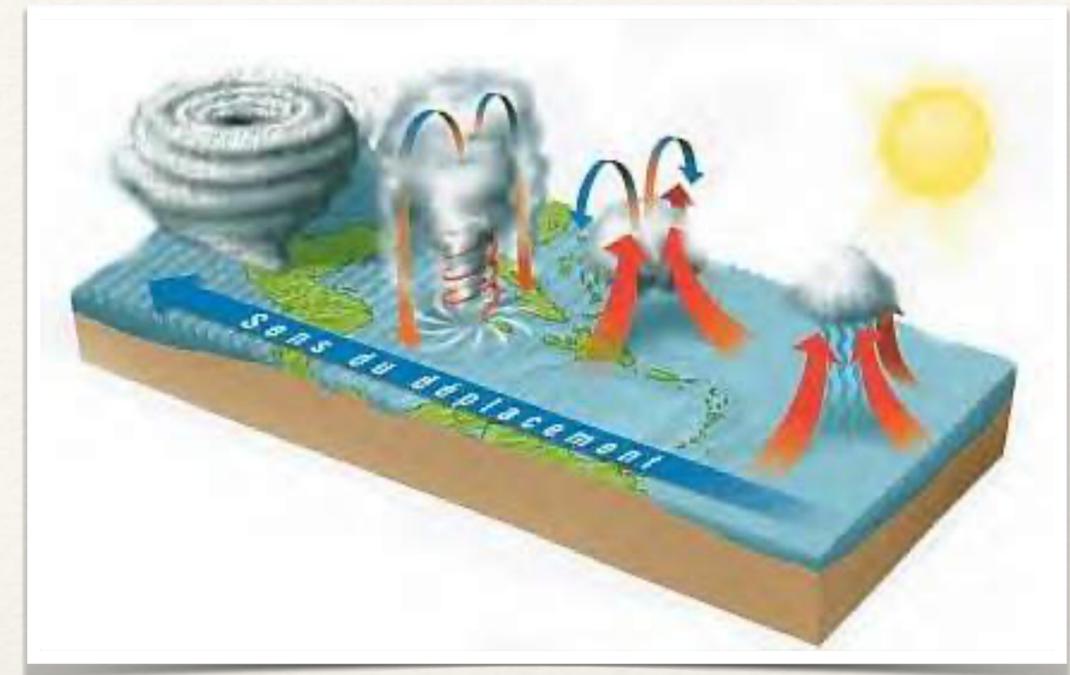


**Nébuleuse d'Orion et différentes zones optiques**

Source : <https://esahubble.org/news/heic0601>

Convection : l'air chaud monte ! L'air froid descend

→ Formation de cyclones



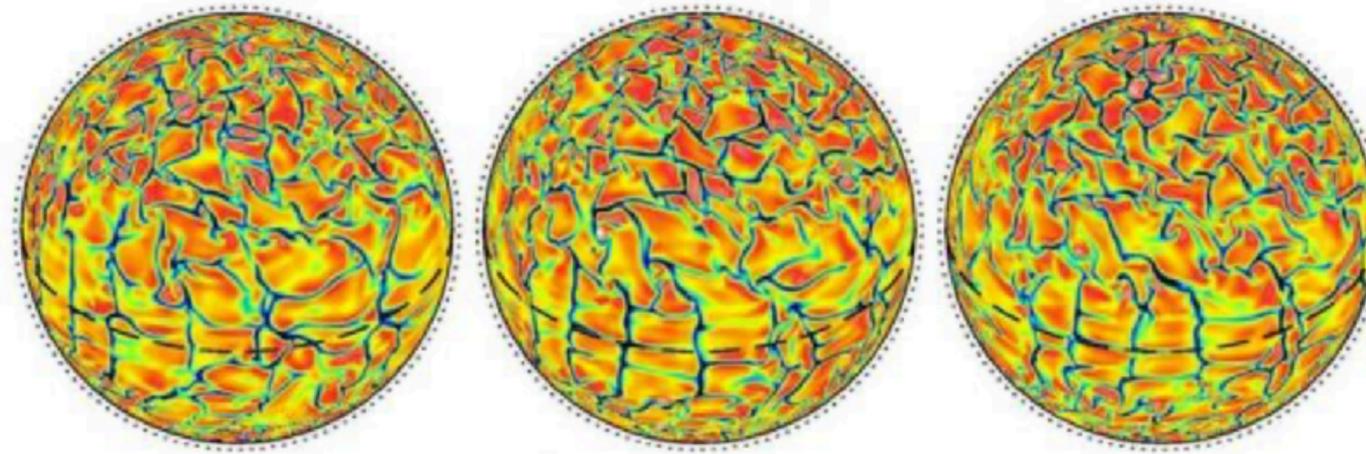
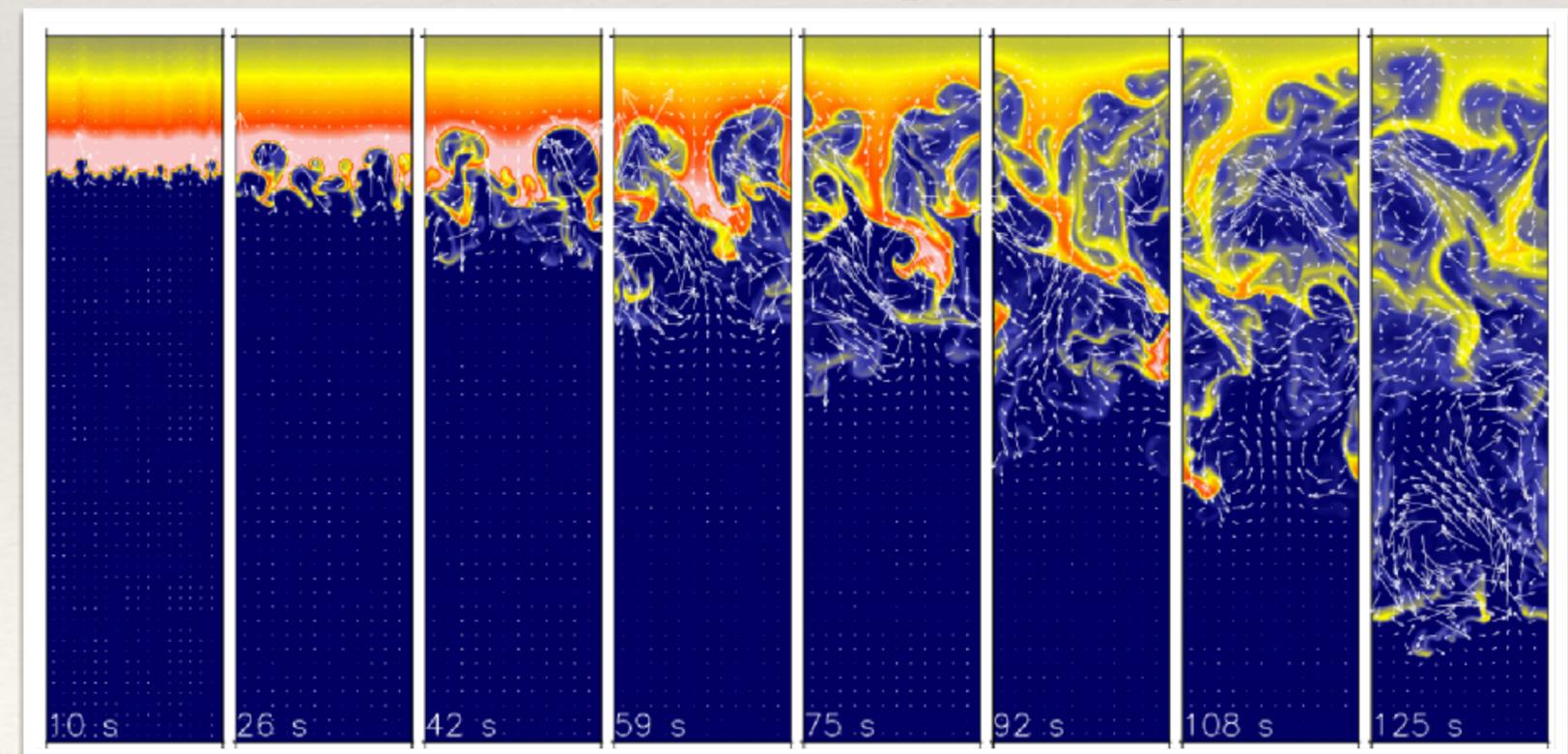
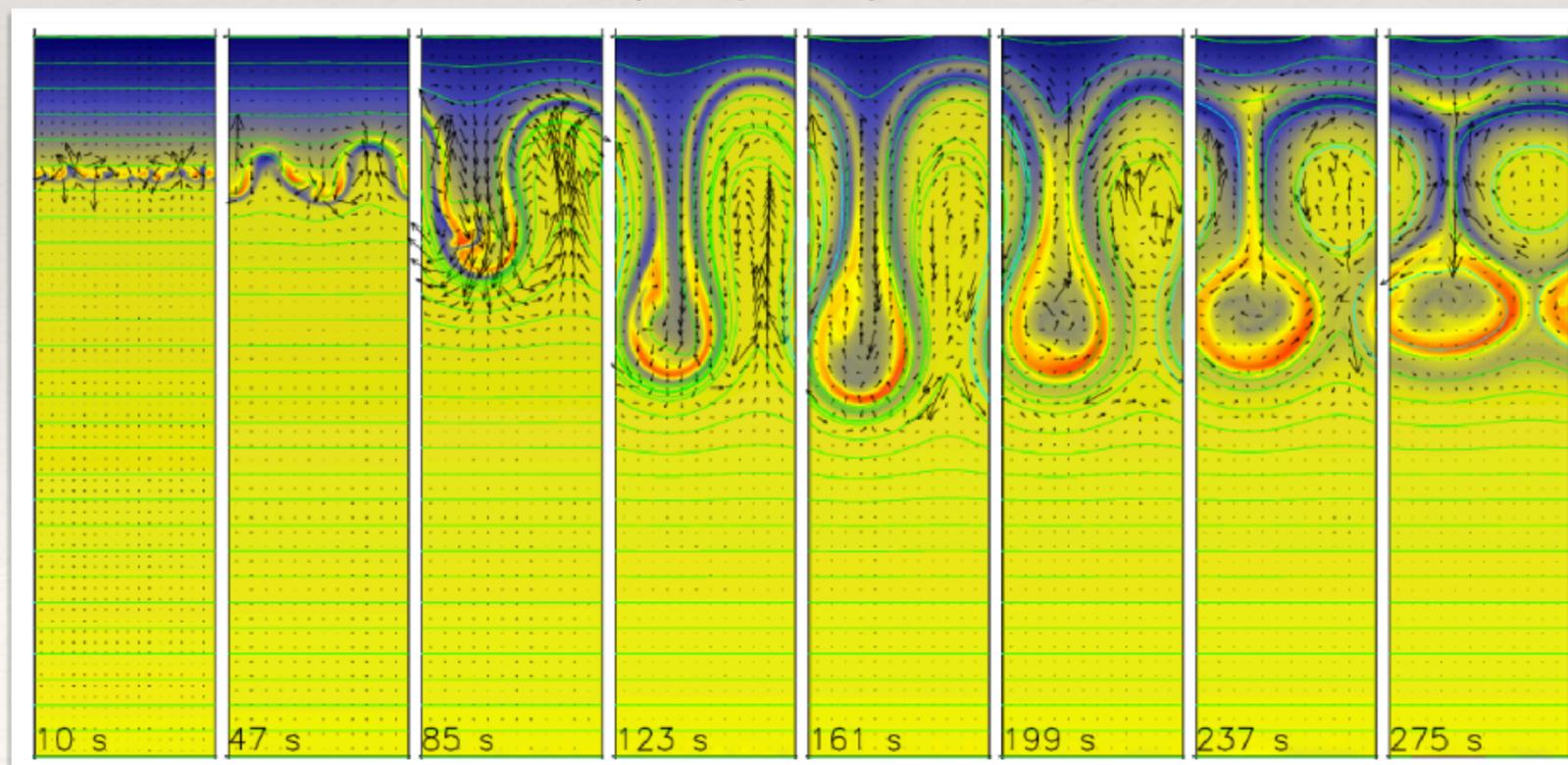


fig 2 : Evolution temporelle de la vitesse radiale dans une simulation globale 3-D de la convection sous l'influence de la rotation. En bleu les flots descendant et en jaune-rouge les flots montant. Chaque image est séparée par 5 jours. Les marqueurs A, B et C suivent des motifs convectifs particulièrement intéressants.

**Convection turbulente** —> comprendre les éruptions solaires

**Instabilité de Rayleigh-Taylor => convection**

**Convection turbulente : conséquences imprévisibles**



# CEA Transfert de chaleur dans la convection thermique à bulles : application aux écoulements de corium



Fukushima-Daiichi

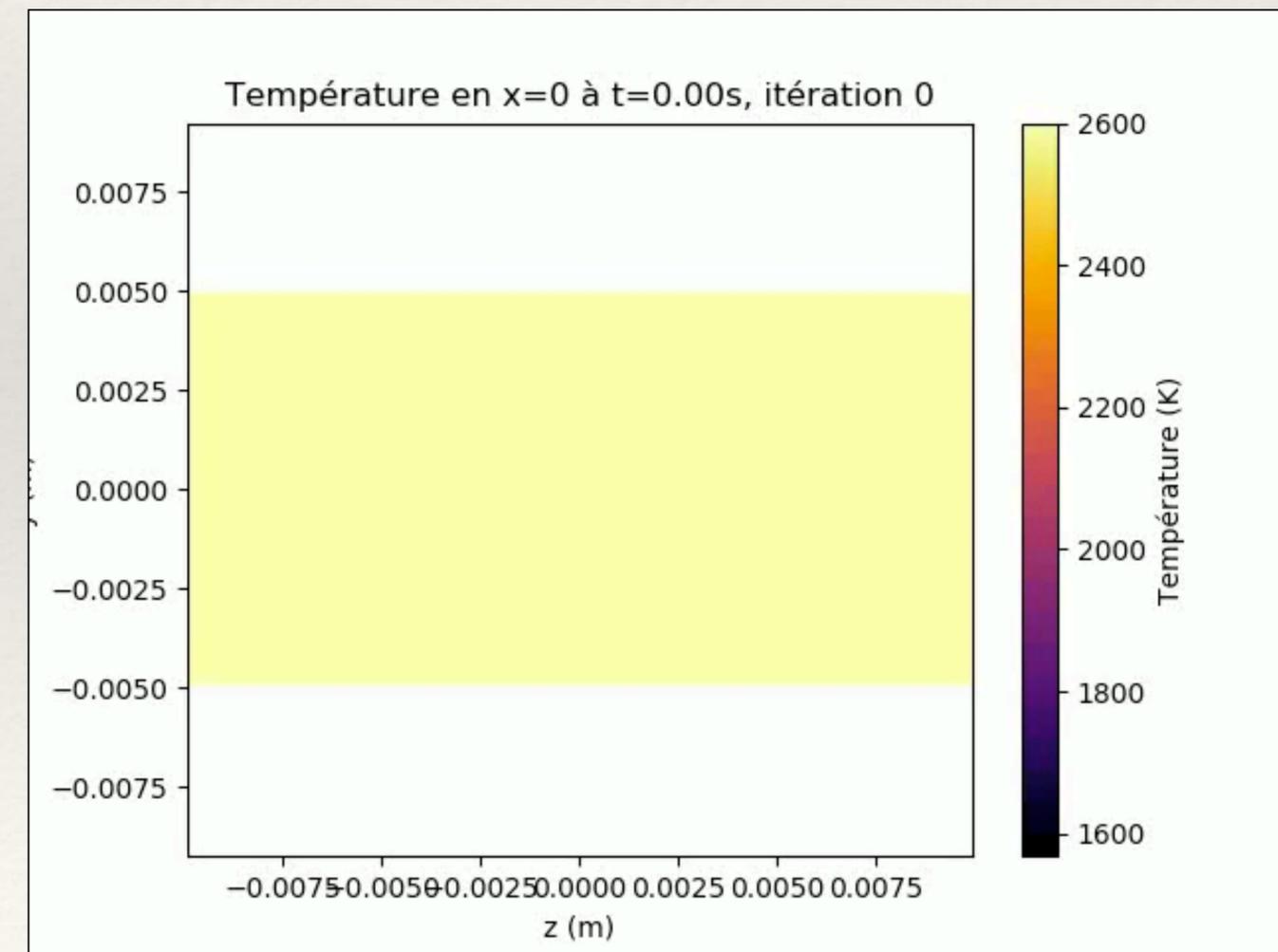
Les matériaux constituant la cuve du réacteur entrent en fusion et se mélange avec le composé radioactif, formant un liquide nommé : le **corium**

Le dernier obstacle avant la percée du corium dans l'environnement extérieur est donc l'enceinte en béton

CEA : contrôler la convection turbulente  $\rightarrow$  injection de bulle

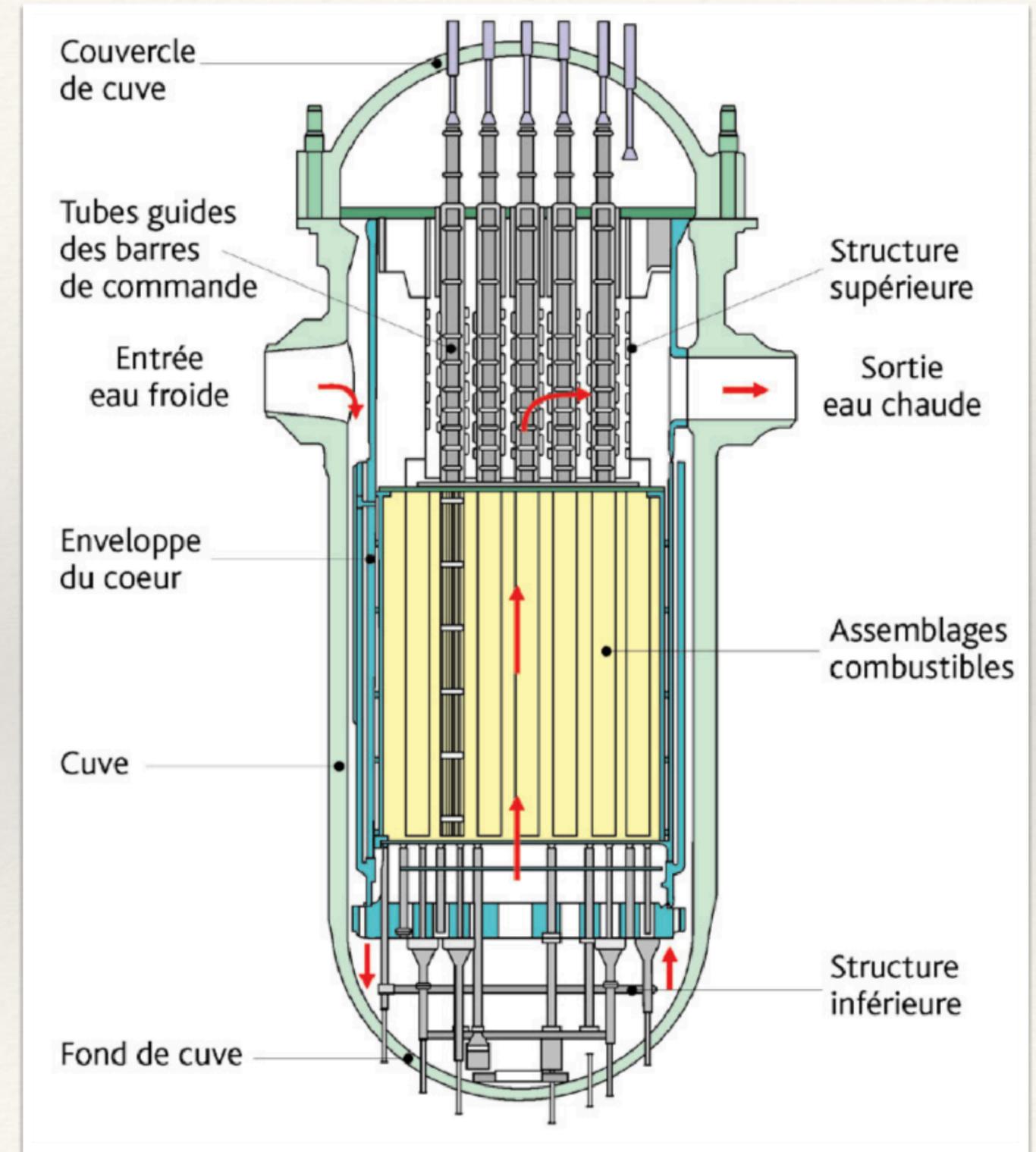
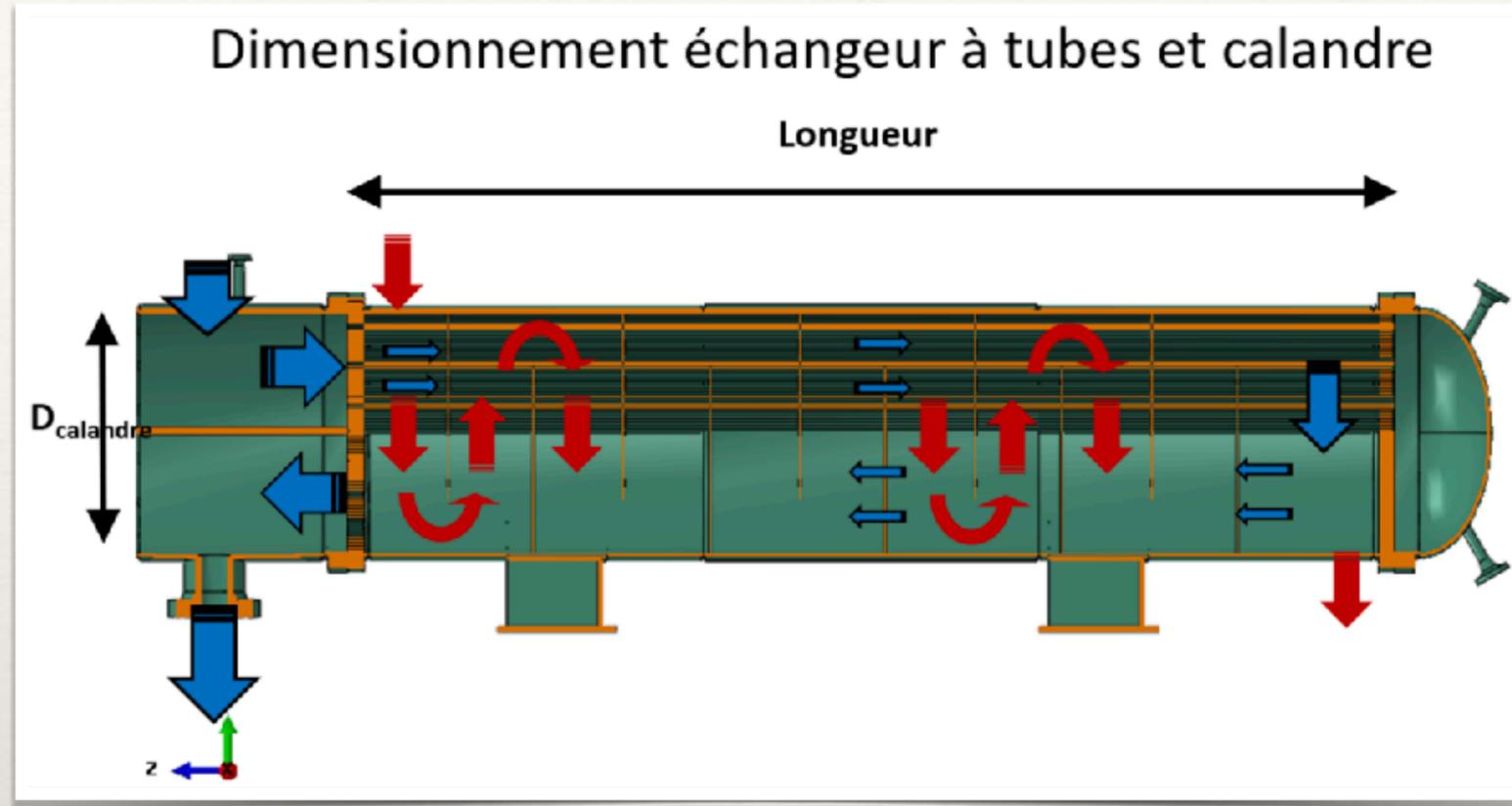
Eviter que le Corium ne perce le béton

Nous pouvons également visualiser l'évolution du champ de température, il est intéressant de constater que **l'injection de bulle à pour effet de brasser le bain de corium**, et ainsi facilité d'autant plus le mélange que dans le cas de la convection pure. Par ailleurs, on constate une diminution rapide de la température, en effet il est légitime de supposer que les bulles en jouant sur la dynamique du mélange, contribuent à favoriser les échanges thermiques.

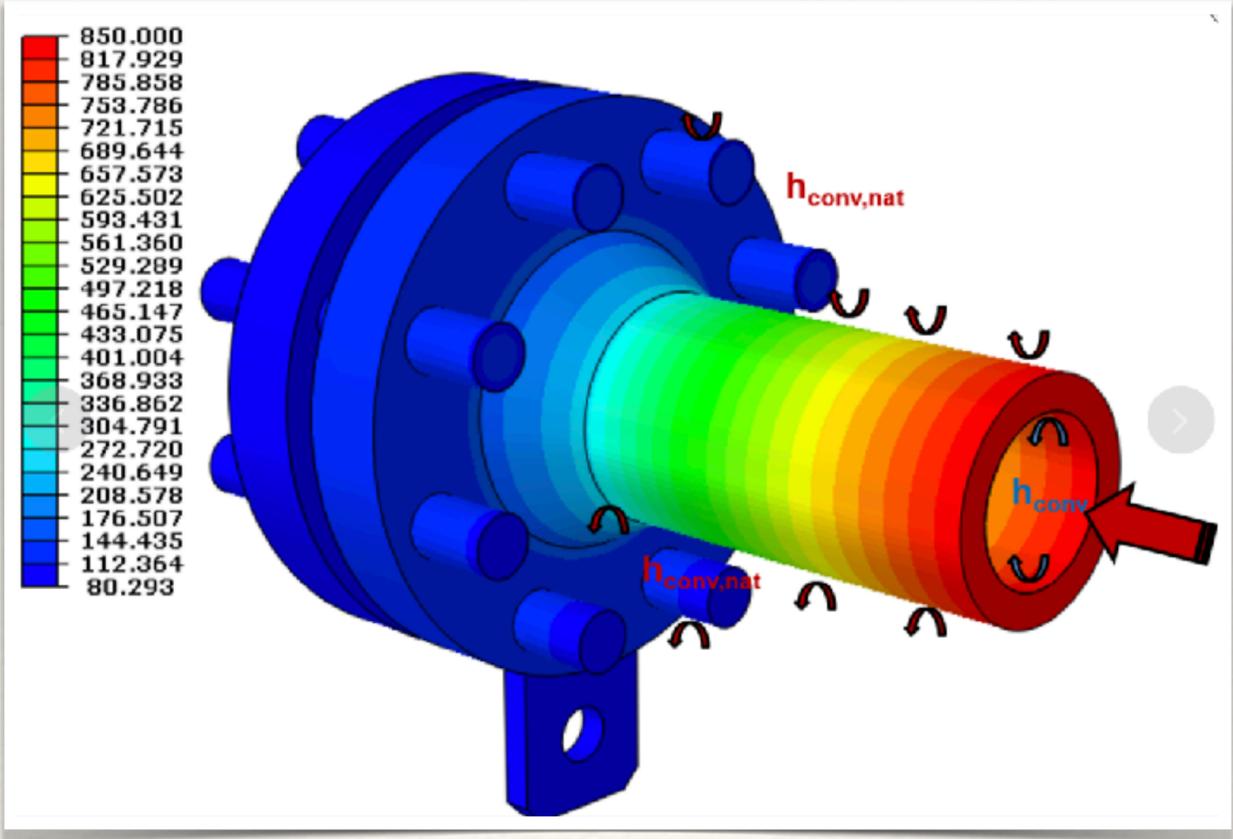
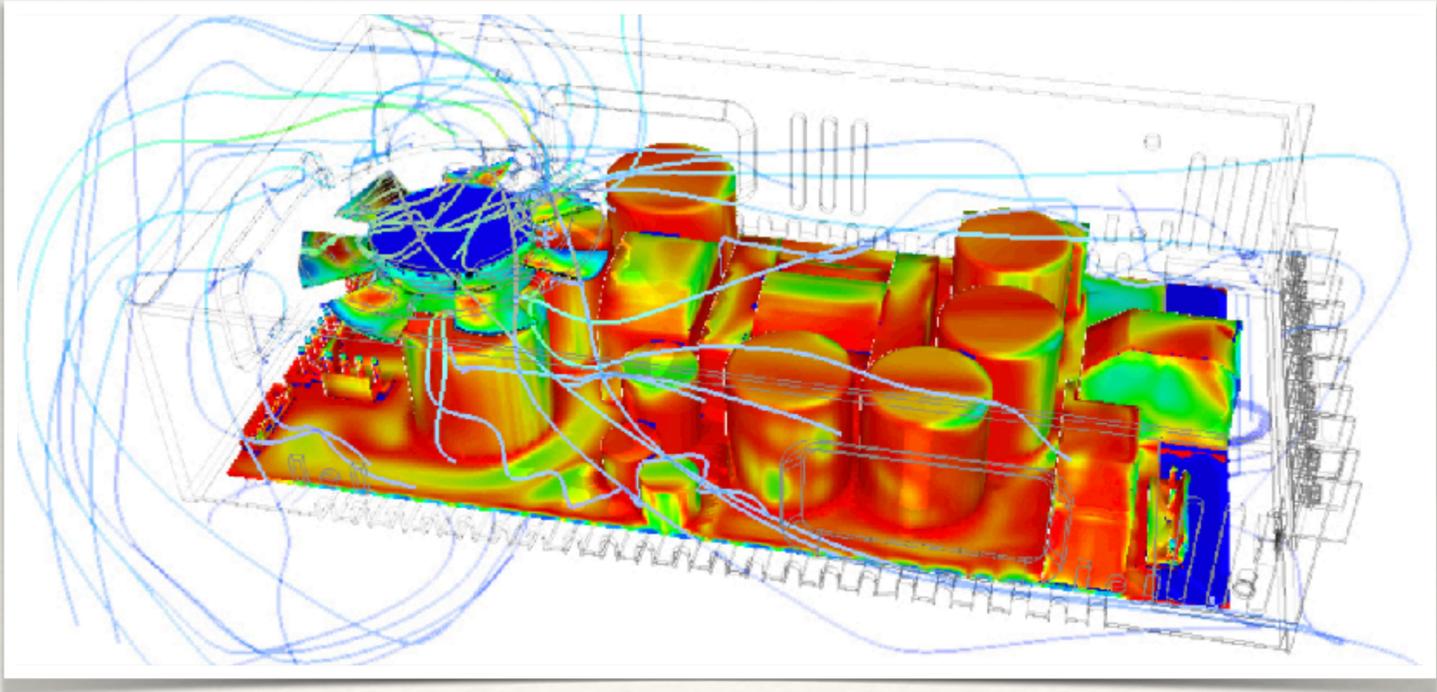
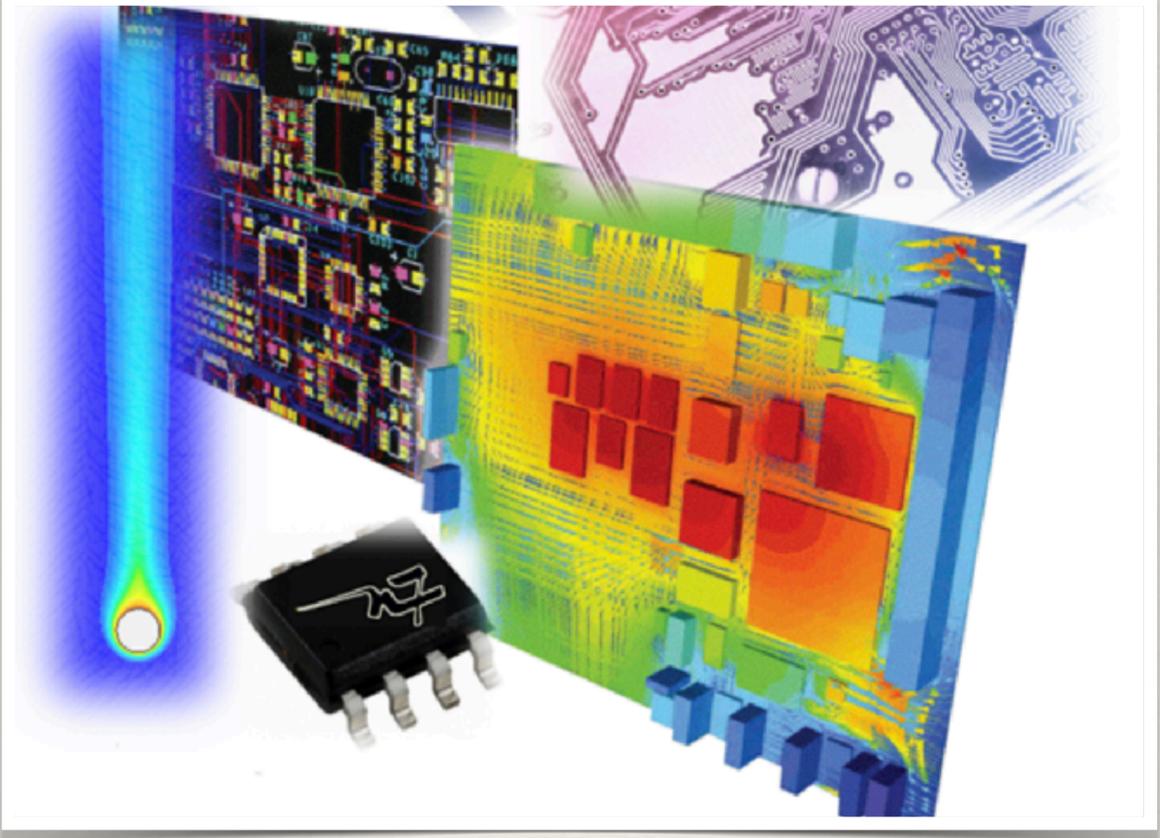
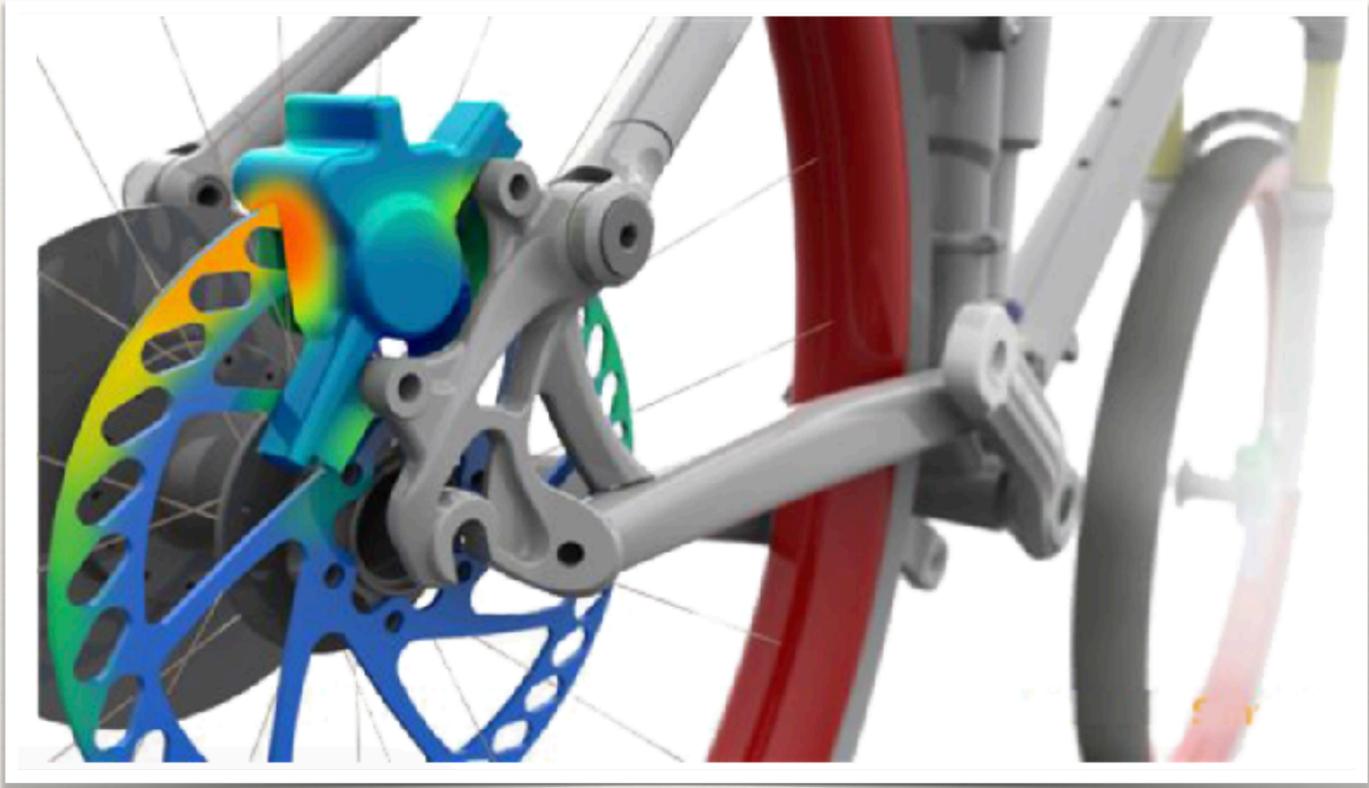


# Echangeur de centrale nucléaire ☢️ : Convection !

et conduction...

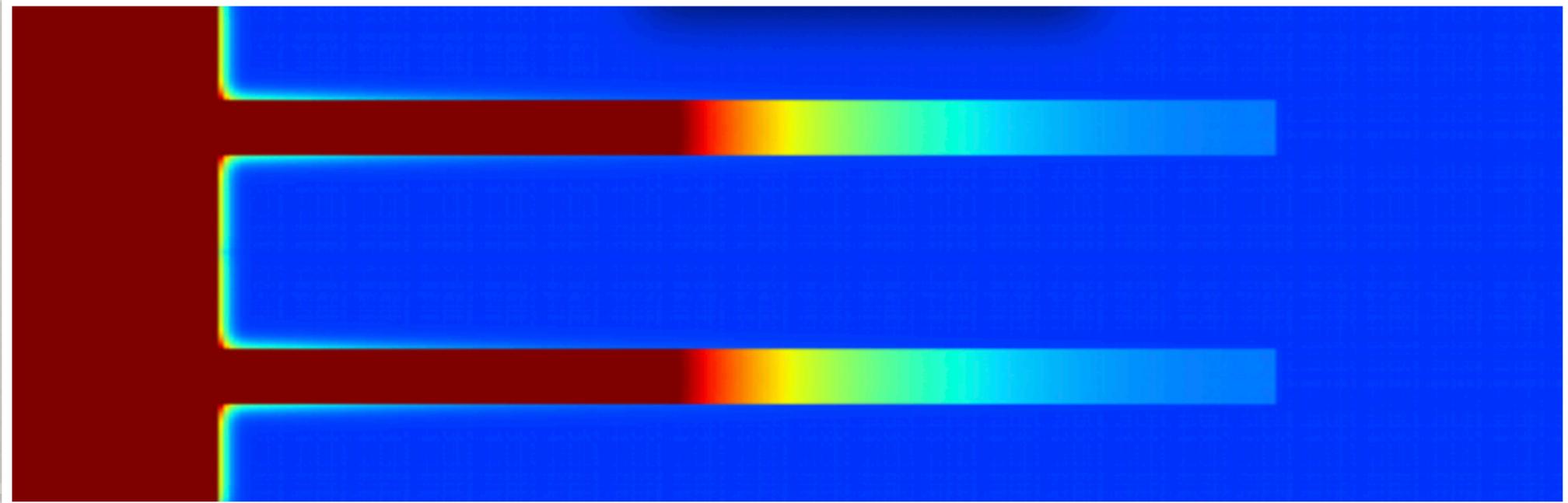


# Diffusion thermique :



Diffusion & convection

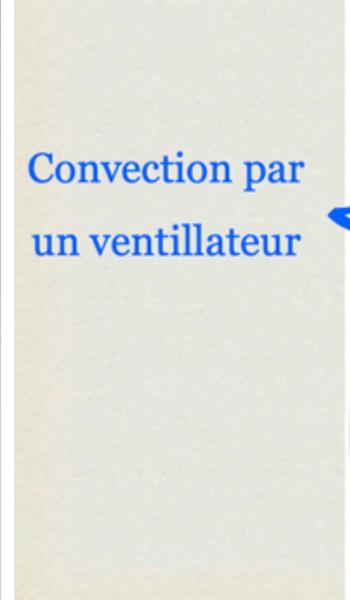
# Ailette de refroidissement : Conduction dans le métal, convection & diffusion dans l'air



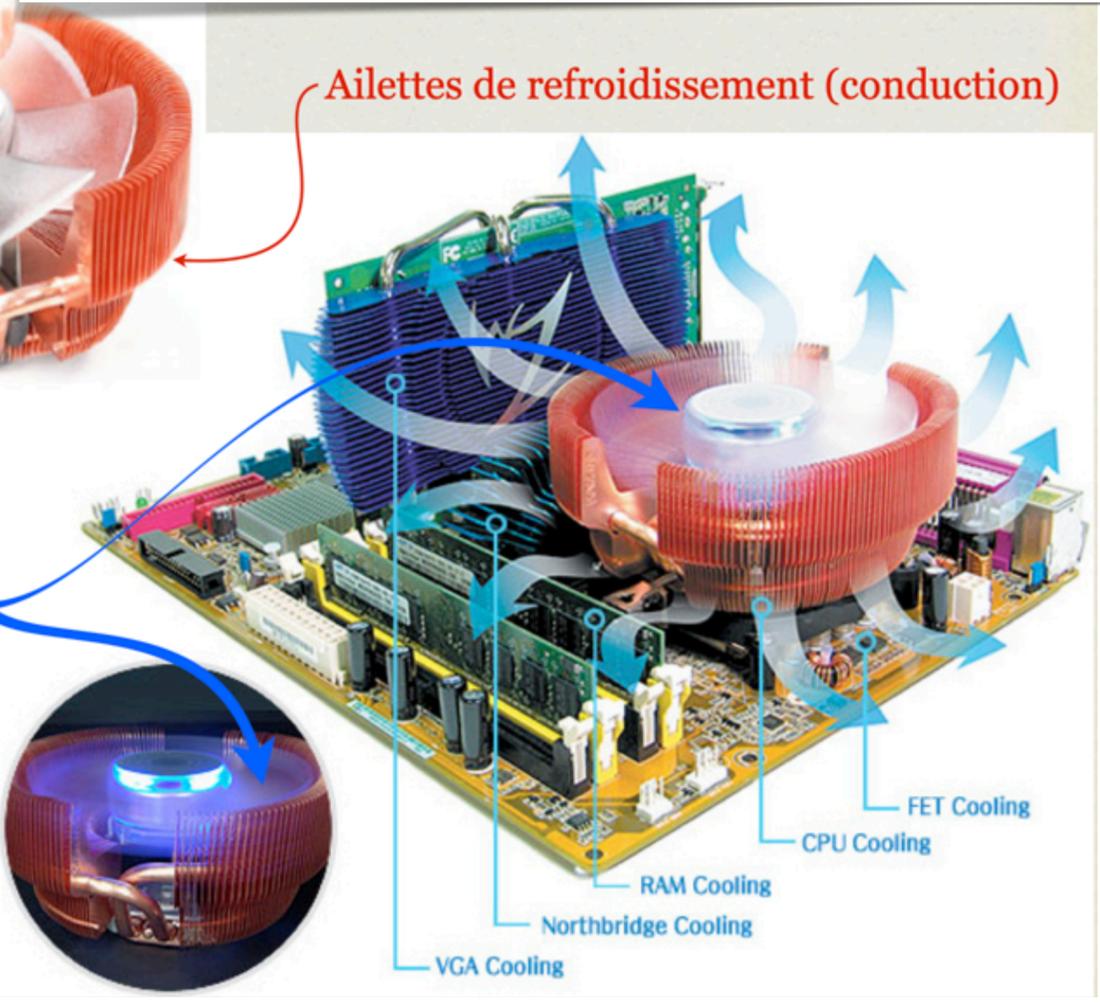
Ailettes de refroidissement



Ailettes de refroidissement (conduction)



Convection par un ventilateur



# Les trois mécanismes de transfert de la chaleur

Résumé simple et efficace ....

$$q = h\Delta T$$

where

$q$  is the local heat flux density [ $\text{W}\cdot\text{m}^{-2}$ ]

$h$  is the heat transfer coefficient [ $\text{W}\cdot\text{m}^{-2}\cdot\text{K}$ ]

$\Delta T$  is the temperature difference [K]

$$q = -k\nabla T$$

where

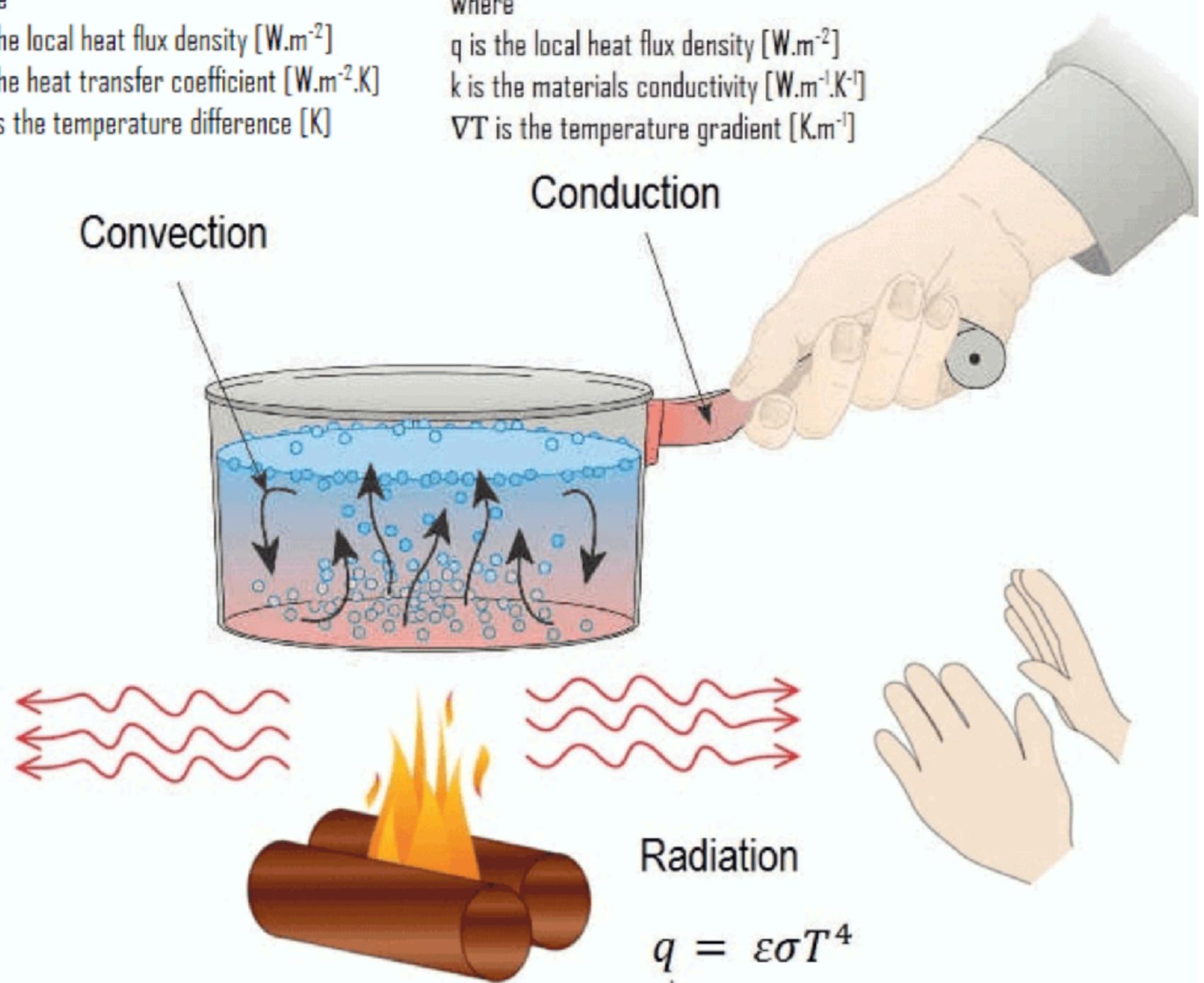
$q$  is the local heat flux density [ $\text{W}\cdot\text{m}^{-2}$ ]

$k$  is the materials conductivity [ $\text{W}\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$ ]

$\nabla T$  is the temperature gradient [ $\text{K}\cdot\text{m}^{-1}$ ]

Convection

Conduction



Radiation

$$q = \varepsilon\sigma T^4$$

where

$q$  is the power radiated from an object [ $\text{W}\cdot\text{m}^{-2}$ ]

$\sigma$  is the Stefan-Boltzmann constant [ $\text{W}\cdot\text{m}^{-2}\cdot\text{K}^{-4}$ ]

$\varepsilon$  is the emissivity of the surface of a material [-]

Rq : on peut dire conduction ou Diffusion



### 3 - Loi de Fourier

On sait que les particules vont migrer des zones chaudes vers les zones froides. Notons que c'est une conséquence du 2nd principe. L'objet pertinent pour quantifier la diffusion thermique sera ainsi le gradient de température.

#### Loi de Fourier :

La diffusion thermique sera quantifiée par son vecteur densité de courant thermique :  $\vec{j}_Q = -\lambda \vec{\nabla}(T)$  Loi de Fourier

- Gradient  $\vec{\nabla}(T)$  : c'est la dérivée en 3D de la température. C'est un **vecteur qui pointe dans la direction où  $T(x, y, z)$  augmente le plus fortement**. Sa norme indique son taux d'accroissement.
- Signe « moins » : Signifie que **la diffusion s'opère des régions les plus chaudes vers les plus froides**.
- Coefficient  $\lambda$  : Coefficient de **conductivité thermique** :  $\lambda$  **quantifie la rapidité de la diffusion** selon la matière traversée.  
 $\lambda$  est en  $Wm^{-1}K^{-1}$ .

Rq : **La loi de Fourier suppose des températures** qui ne soient pas excessivement faibles / fortes, et pas trop de variabilité de la température dans le temps et l'espace. C-à-d comme toujours **relativement proches de l'équilibre thermodynamique local**.

Enfin  $\lambda$  dépend de la température de façon très différente d'un matériau à l'autre. Augmentation faible avec T dans l'air et l'eau.

Enfin la loi de Fourier est associée au 2nd principe de la thermodynamique :

- La chaleur s'écoule spontanément du chaud vers le froid.
- L'existence même d'un gradient de température implique qu'il y ait création d'entropie.

# Valeurs tabulées pour $\lambda$

( en  $Wm^{-1}K^{-1}$  )

MATERIAUX	CONDUCTIVITE (W/m/K)
Terre	2,1-8,4
Terre sèche	0,14
Pierre lourde (granite)	3,49
Briques pleine	1,16
Béton plein	1,75
Fer	78,2
Aluminium	204
Eau	0,57
Glace	2,2
Air	0,025
Verre	1
Bois	0,12-0,23
Matières organiques	0,25

	CONDUCTIVITE (W/m/K)	
Gaz	0,006 – 0,18	mauvais conducteurs
Liquides (non métalliques)	0,1 – 1	conducteurs moyens
Matériaux non métalliques	0,004 – 4	conducteurs moyens
Solides Métalliques	10 – 400	excellents conducteurs

ODG

	Sec	Humide		Conductivité thermique des matériaux $\lambda$ en W/m.K
Matériaux isolants	0,028		polyuréthane	
	0,040		laine minérale, liège	
	0,058		vermiculite	
	0,065		perlite	
Bois et dérivés	0,17	0,19	feuillus durs	
	0,12	0,13	résineux	
Maçonneries	0,27	0,41	briques 700-1000 kg/m <sup>3</sup>	
	0,54	0,75	briques 1000-1600 kg/m <sup>3</sup>	
	0,90	1,1	briques 1600-2100 kg/m <sup>3</sup>	
Verre	1,0	1,0		
Béton armé	1,7	2,2		
Pierres naturelles	1,40	1,69	tuft, pierre tendre	
	2,91	3,49	granit, marbres	
Métaux		45	acier	
		203	aluminium	
		384	cuisse	

**Rq:** La conductivité augmente avec la densité de la matière.  
Le meilleur isolant est donc : le VIDE !

## II - Équation de la diffusion thermique

### 1 - Bilan de conservation de l'énergie

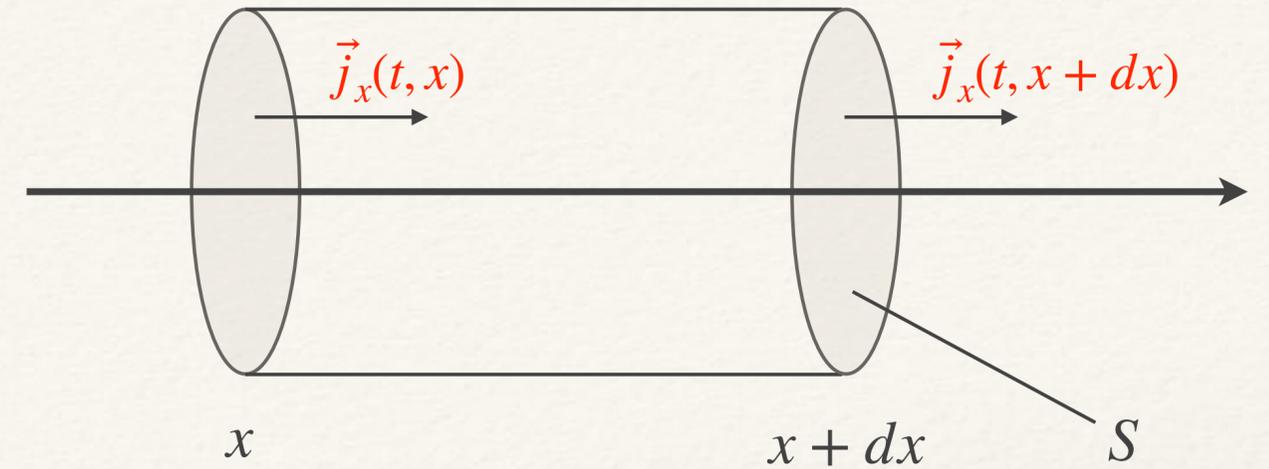
Nous allons calculer l'augmentation  $dU$  de l'énergie interne au sein du volume élémentaire et l'identifier avec la chaleur reçue :  $dU = \delta Q$

- $dU$  est liée à l'augmentation de température au cours du temps.
- $\delta Q$  : Bilan des entrée / sortie du flux thermique à travers ses frontières.

L'identification de ces 2 expressions est la traduction même de la conservation de l'énergie.

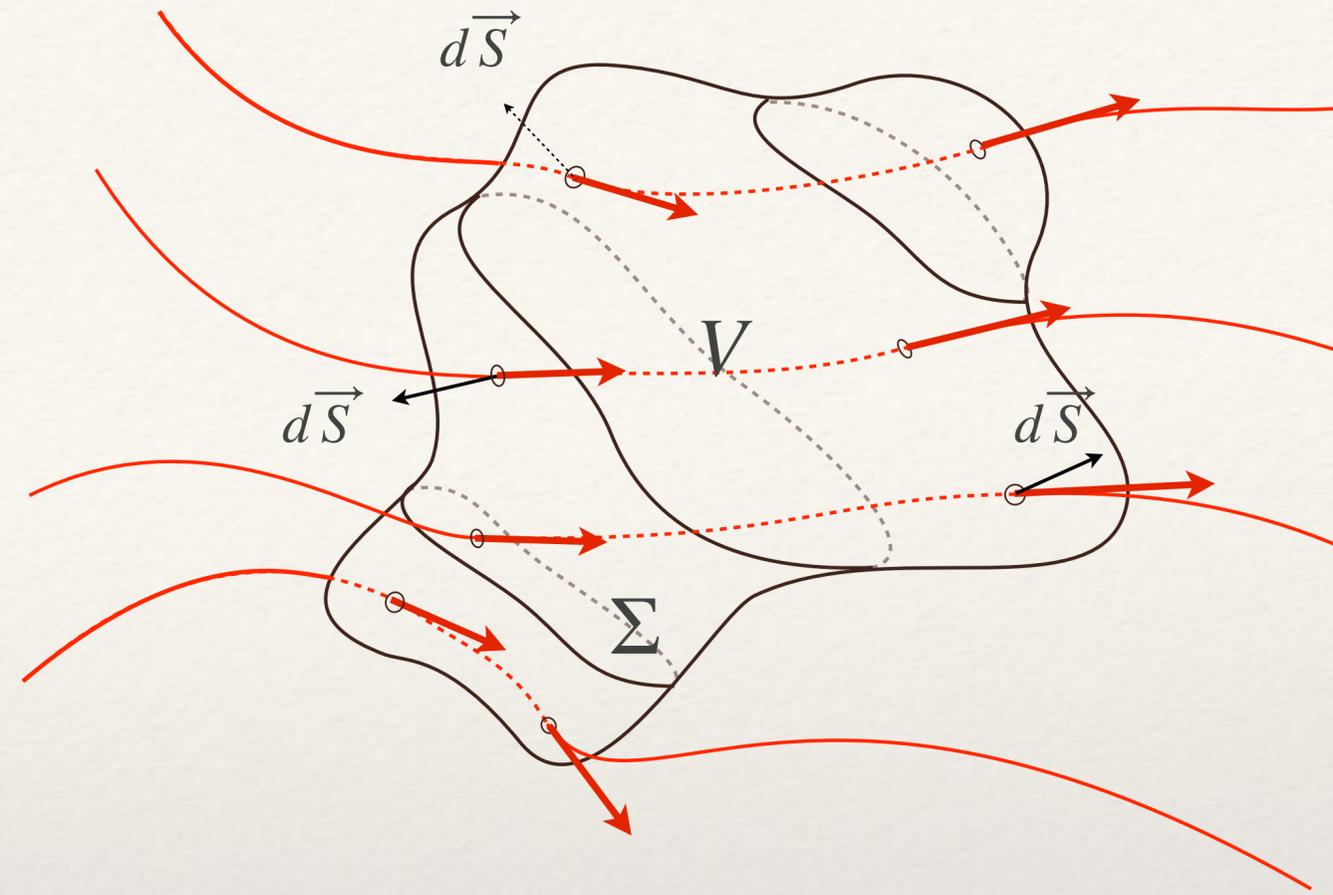
Notons que l'on envisage pas ici de travail  $\delta W$  quel qu'il soit, car on envisage généralement des phases denses, mais cela peut se généraliser.

Enfin on notera  $\rho$  la masse volumique,  $c$  la capacité thermique massique, et  $u(t, x)$  l'énergie interne massique.



## 1' - Généralisation [HP]

On considère un système de volume  $V$  limité par une frontière de surface fixe  $\Sigma$  :



Interprétation :

$Div(\vec{j}_Q)$  est le flux **sortant** par unité de volume

## 2 - Équation de la chaleur

— La diffusion de la chaleur est irréversible —

Relier l'équation de la chaleur à l'irréversibilité temporelle du phénomène.

ODG et analyse dimensionnelle —> cf Simulation Numérique

### 3 - Terme source

Certains phénomènes peuvent nous amener à envisager des termes dits de « source » qui apportent ou retire de l'énergie au sein du système :

#### Apports :

- Effet Joule par **dissipation électrique** (fil électrique, résistance)
- Effet Joule par **radioactivité** (croûte terrestre)
- **Rayonnement** : captation en volume d'ondes électromagnétiques (Photons Visibles, UV, X,  $\gamma$ )
- **Réaction chimique exothermique** (ou tout ce qui apporte de la chaleur)

#### Pertes :

- **Réaction chimique endothermique** (ou tout ce qui prélève de la chaleur)
- **Rayonnement** : émission d'ondes électromagnétiques (Photons Visibles, UV, X,  $\gamma$ )  
—> cf - exemple de la nébuleuse / proto-étoile

## 4 - Régime Permanent

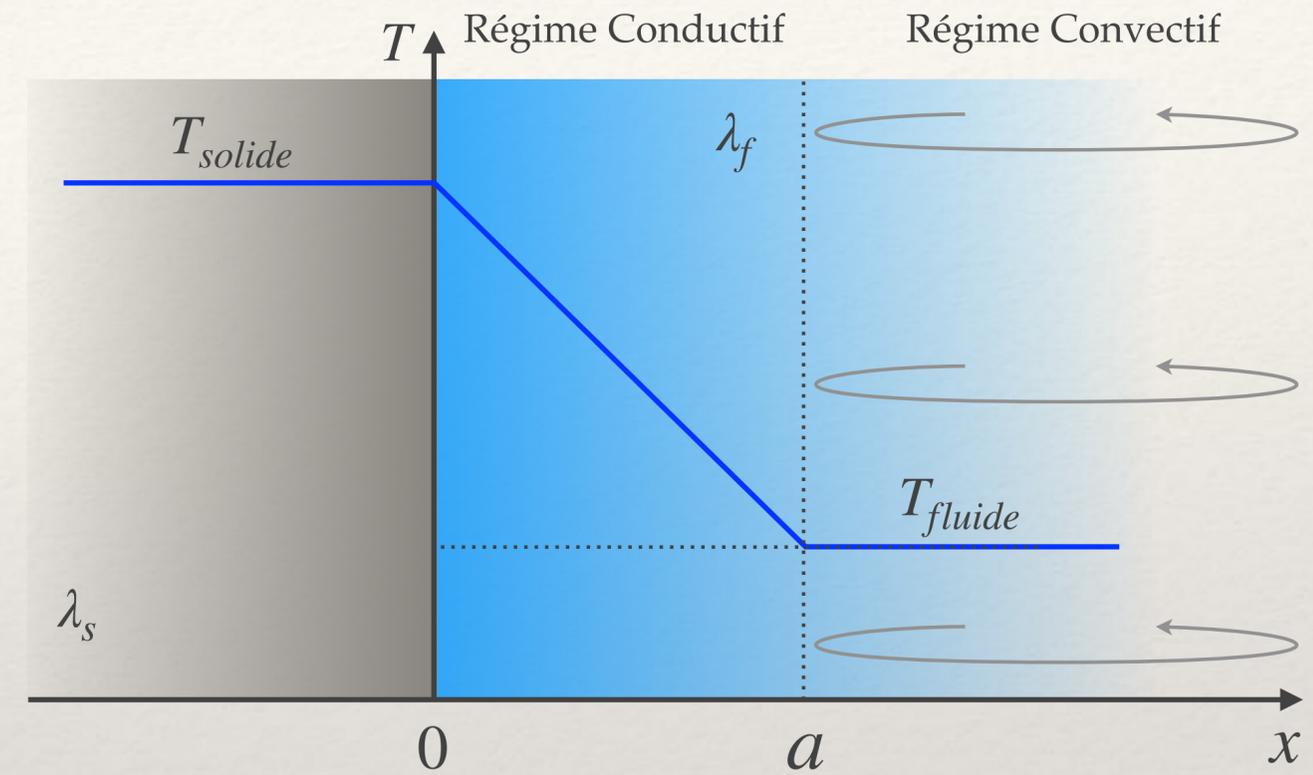
— Etude du barreau sans pertes —

# III - Application

## 1 - Résistance thermique

## 2 - Diffusion Convecto-Conductive : Loi de Newton

Modélisation de l'interface solide-fluide



Gradient constant  
⇒ profil linéaire  
de  $T(x)$

Brassage de l'air  
⇒  $T$  homogène

### 3 - Etude d'une ailette de refroidissement

On considère une ailette métallique de longueur  $L$ , de périmètre  $P$  et de section  $S$  en contact avec une machine (moteur ou autre) de température  $T_0$ .

On suppose que la température extérieure est fixée et vaut  $T_f$ .

On notera  $\lambda$  la conductibilité thermique de l'ailette et  $\lambda_{air}$  celle de l'air.

On notera  $h = \lambda_{air}/a$  [coefficient de Newton] avec  $a$  l'épaisseur de la « couche limite » de l'air autour de l'ailette.

**On souhaite établir l'évolution  $T(x)$  au sein de l'ailette en régime permanent RP.**

#### a - Modélisation des échanges avec l'extérieur : Loi de Newton

L'aile étant quasi-plane on peut calculer ses échanges comme ceux d'un plan à température  $T$  avec l'extérieur à température  $T_f$ .

On dit pour cela que l'échange est réalisé par un gradient linéaire dans la « couche limite » de l'air d'épaisseur  $a$ , alors que la température reste homogène dans la section  $x$  de l'aile. Justifier ces hypothèses. Exprimer le vecteur densité de flux thermique en fonction de  $T(x)$ ,  $T_f$ ,  $a$  et des conductivités thermiques  $\lambda$  et  $\lambda_{air}$ .

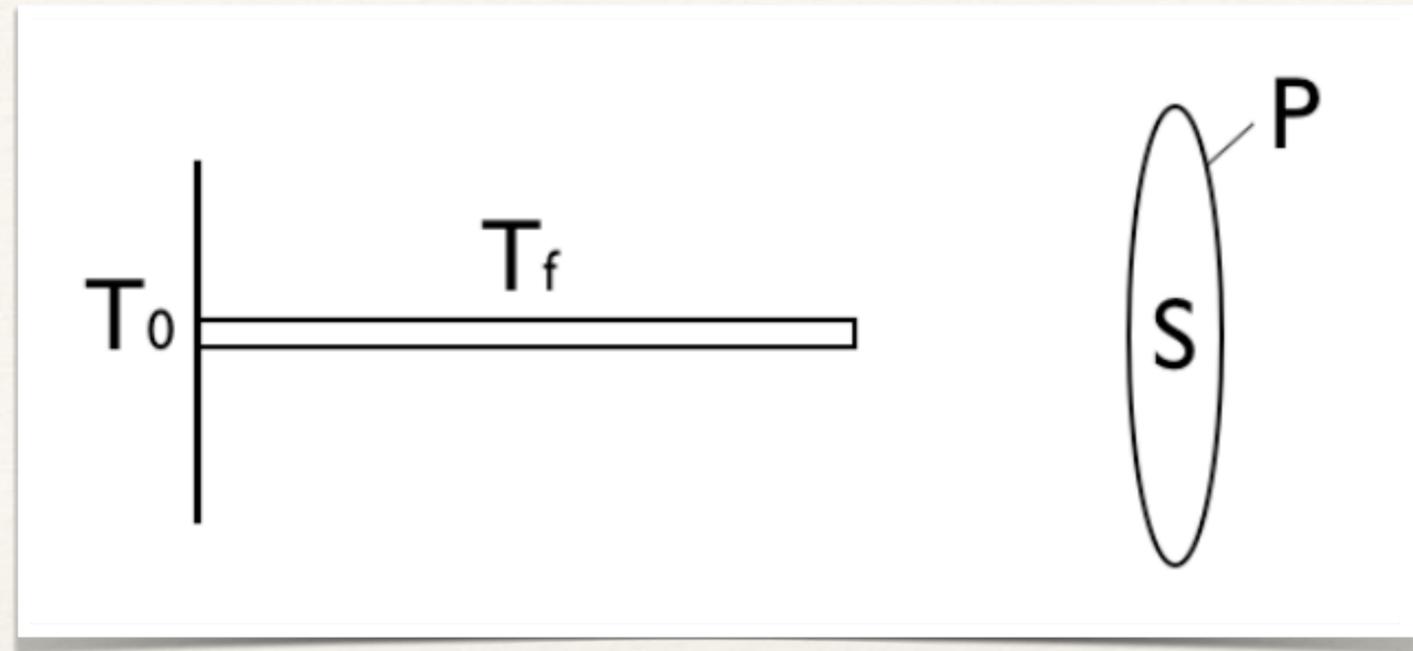
#### b - Profil de température

On suppose un fonctionnement en régime permanent. Que dire sur le flux total dans un tronçon élémentaire de l'aile ?

Etablir l'équation d'évolution de la température et la résoudre en RP.

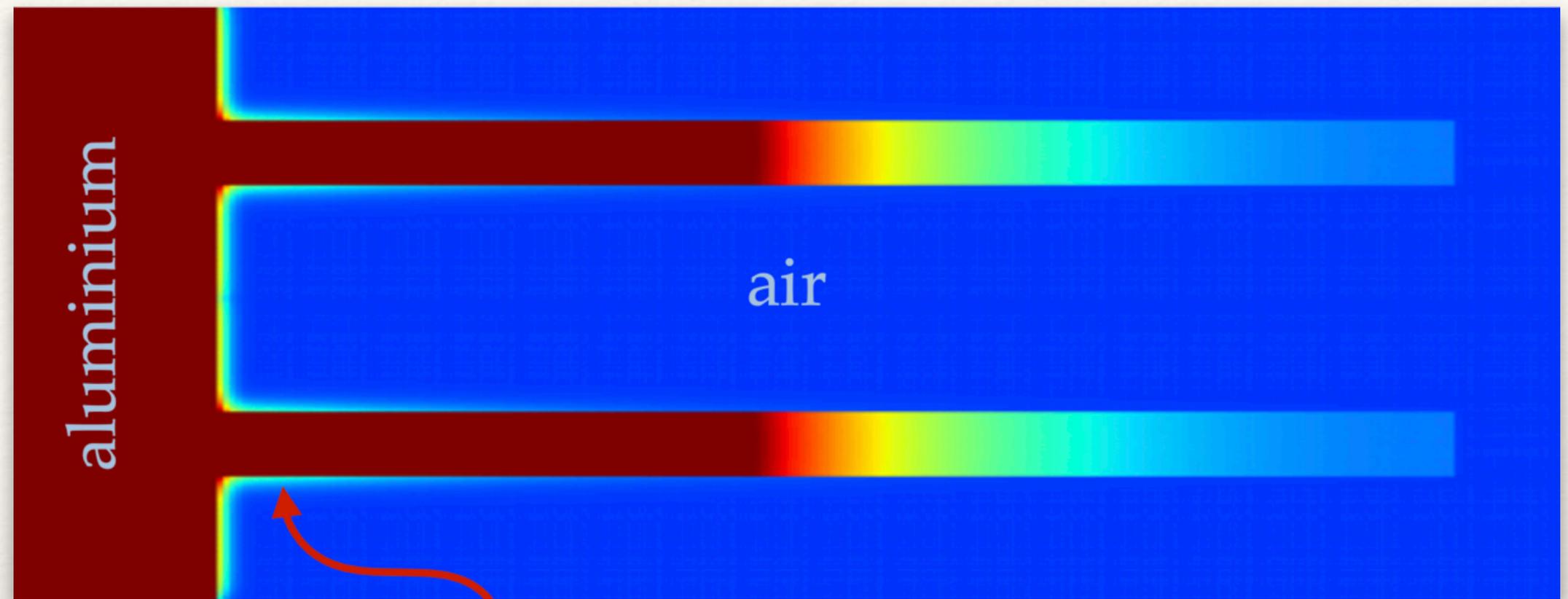
#### c - Calculer le flux de chaleur évacué par toute la surface de l'ailette.

🤔 SSSIouxxx !



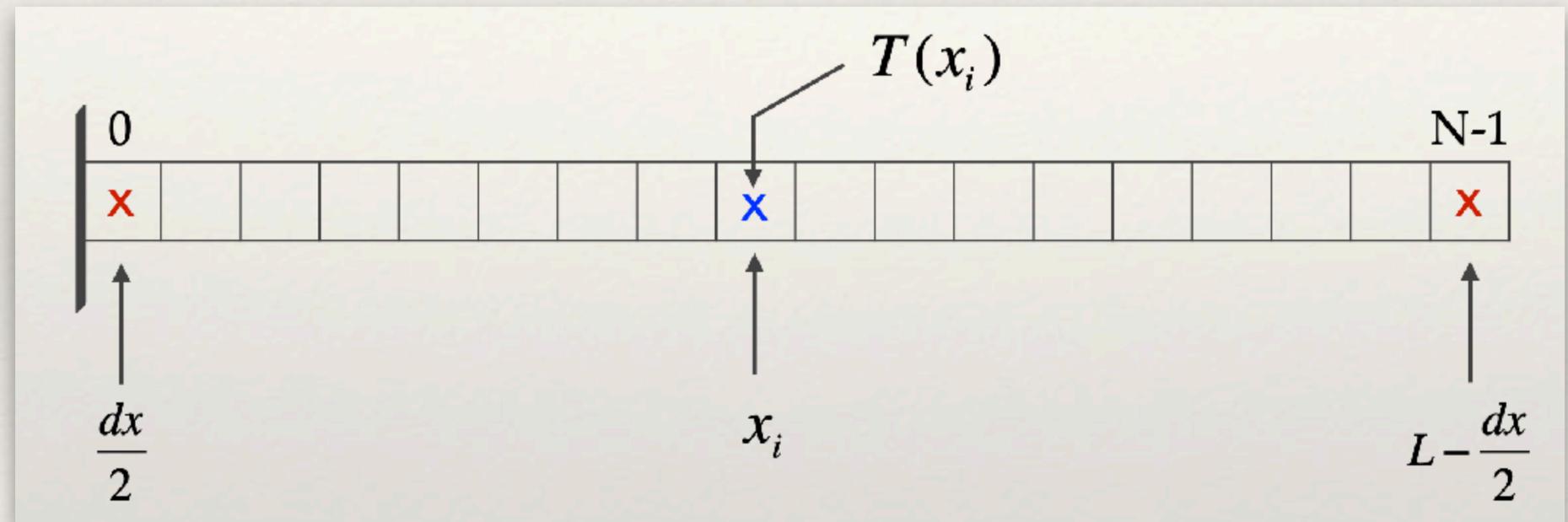
## Approche numérique en python :

(Version 2D)



## Méthode des différences finies en 1D :

(Intégration d'Euler des EDP)



On montre que le schéma explicite de la méthode d'Euler ne converge qu'à la condition que le pas de temps est suffisamment petit :

$$dt < \frac{\rho c}{2\lambda} dx^2$$

# Evolution du profil de température en 1D avec perte latérales

Méthode des différences finies en 1D :  
(Intégration d'Euler des EDP)

