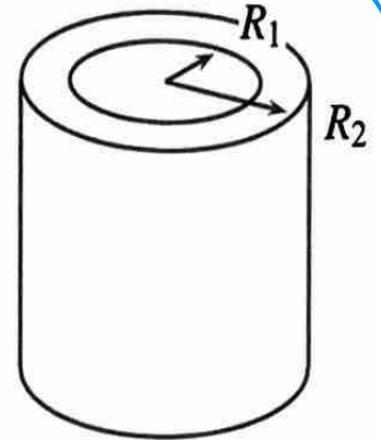


TD - TRANSPORT DE CHARGE

Exo 1 — Résistance d'une couronne cylindrique

Une résistance électrique cylindrique est constituée d'un matériau ohmique de conductivité γ , qui occupe l'espace compris entre les rayons R_1 et R_2 , sur une hauteur h . Le cylindre intérieur, de rayon R_1 , est porté au potentiel V_1 ; celui de rayon R_2 au potentiel V_2 . On se place en régime permanent.

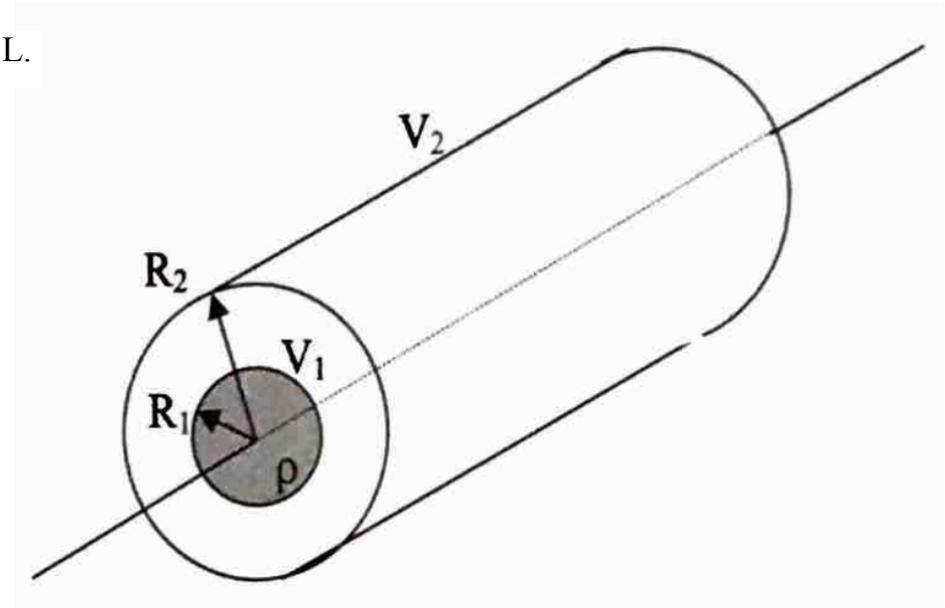
- Pourquoi le vecteur densité de courant \vec{j} est-il ici à flux conservatif ? Le représenter en vue de dessus à plusieurs rayons.
- Établir l'expression de la résistance électrique de la couronne cylindrique.



Exo 2 — Analogies : Electrostatique et conduction thermique

Un cylindre de rayon R_1 contient une charge électrique répartie uniformément avec une densité volumique ρ . On note V_1 le potentiel de la surface cylindrique de rayon R_1 et V_2 le potentiel de la surface cylindrique coaxiale de rayon R_2 .

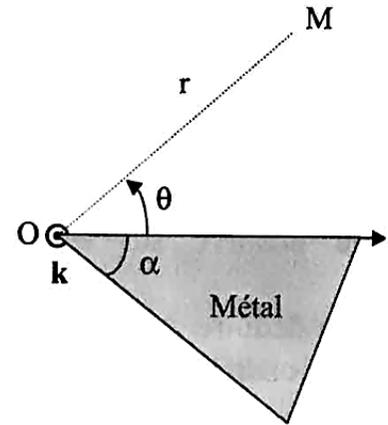
- Déterminer le champ électrique E dans l'espace vide entre les deux cylindres à une distance r de l'axe en fonction de r et de la différence de potentiel.
- Rappeler les équations locales de l'électrostatique d'une part et celles de la conduction thermique en régime permanent d'autre part. Pour la géométrie de la première question, déterminer l'analogue thermique du problème électrostatique. Quel est le vecteur analogue au champ électrique ?
- Quelle est son expression entre les deux cylindres ?
En déduire le flux de chaleur à travers un cylindre de rayon r et de longueur L .



Exo 3 — Le pouvoir des pointes

Un dièdre d'axe Oz, compris entre les plans $\theta = 0$ et $\theta = \alpha$ est rempli par un conducteur parfait porté au potentiel V_0 .

Un point M de l'espace vide est repéré par ses coordonnées cylindriques (r, θ, z) .



a - On cherche le potentiel $V(r, \theta, z)$ au point courant M dans l'air sous la forme : $V = V_0 + f(r)g(\theta)h(z)$
Déterminer $h(z)$ et $g(\theta)$.

On donne le laplacien d'une fonction $W(r, \theta, z)$ en coordonnées cylindriques :

$$\Delta W = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{dW}{dr} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{d^2 W}{d\theta^2} + \frac{d^2 W}{dz^2}$$

b - On cherche $f(r)$ sous la forme $f(r) = Cr^n$ où C et n sont des constantes.
Déterminer n en fonction de l'angle α du dièdre.

c - En déduire l'expression du champ électrique dans l'air. Que vaut le champ électrique au voisinage de O

selon que : $\alpha = \frac{\pi}{2}$ ou $\alpha = \frac{3\pi}{2}$ puis commentez.



Exo 4 — Effet de peau en régime lentement variable

Révision d'induction

Soient trois conducteurs cylindriques C_1, C_2, C_3 , identiques, de longueur L , de rayon a , parallèles et équidistants d'une distance D avec $a \ll D \ll L$. On appelle r leur résistance commune par unité de longueur. Ils sont reliés à des conducteurs parfaits (en grisé sur la figure) auxquels on applique une différence de potentiel $u = U_0 \cos \omega t$ de pulsation $\omega < 10^5 \text{ s}^{-1}$.

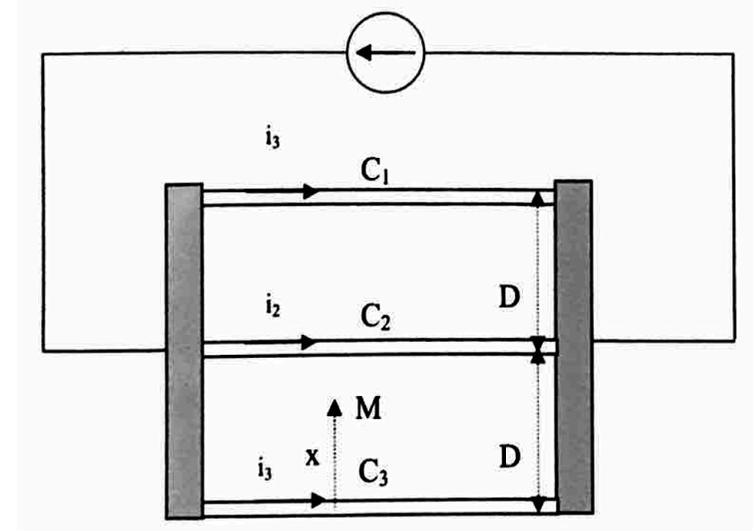
1. Calculer le champ magnétique en un point M du plan déterminé par les axes des cylindres C_1, C_2 , à une distance x de C_1 en fonction des courants i_1, i_2, i_3 , circulant dans les cylindres dans les sens indiqués sur la figure.

2. Calculer le flux magnétique φ à travers le circuit formé par C_1 et C_2 en fonction de i_1, i_2, i_3 . Exprimer φ en fonction de $i_1 - i_2, i_3, L$ et $\frac{D}{a}$.

3. Ecrire la loi d'Ohm le long du circuit (C_1, C_2). En utilisant la notation complexe, montrer que : $\frac{i_2}{i_1} = 1 - \frac{\ln 2}{\ln \frac{D}{a} - j \frac{2 \pi r}{\mu_0 \omega}}$.

4. Pour $D = 10 a$ et $r = 10^{-3} \Omega/\text{m}$, calculer $\left| \frac{i_2}{i_1} \right|$ pour $\omega = 0, \omega = 10^4 \text{ rad/s}$

et $\omega \rightarrow \infty$. Commenter.



Exo 5 — L'électromagnétisme, c'est facile !

On dispose d'un fil de cuivre de longueur $L = 1\text{ m}$ et de section $S = 1\text{ mm}^2$

- a - Comment réaliser un condensateur de très faible capacité ?
- b - Comment réaliser une bobine de très faible inductance ?
Déterminer qualitativement l'ordre de grandeur de l'inductance.
- c - Comment réaliser une antenne de réception accordée en haute fréquence ?



Café φ -ilo

Exo 6 — Magnétorésistance

On considère un conducteur électrique se présentant sous la forme d'une couronne cylindrique d'axe (Oz), de hauteur h, délimitée par un cylindre intérieur de rayon r_1 et par un cylindre extérieur de rayon r_2 . À l'aide d'une source de tension on impose les potentiels $V(r_1) = V_1$ et $V(r_2) = V_2$. On se place en régime permanent et on néglige les effets de bord, ce qui revient à supposer que le comportement de cette couronne est le même que si elle était infiniment haute. L'existence de deux équipotentiels cylindriques permet d'émettre l'hypothèse que le potentiel ne dépend que de r, $V(M) = V(r)$ ainsi :

$$\Delta V(r) = \frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left(r \frac{dV}{dr} \right)$$

a - Le conducteur est globalement non chargé, vérifier que l'hypothèse $V = V(r)$ est la seule possible.

Déterminer le potentiel électrique en un point M de ce conducteur. En déduire l'intensité E du champ électrique en ce même point en fonction de V_1 , V_2 , r_1 , r_2 et r.

La couronne cylindrique est placée dans un champ magnétique $\vec{B} = B \vec{u}_z$ avec $B > 0$. Le conducteur contient n électrons libres par m^3 . On considère de plus le modèle de Drude, dans lequel chaque électron de vitesse \vec{v} est soumis, en plus des forces électromagnétiques, à une force phénoménologique de frottement s'exprimant sous la forme : $\vec{F} = -\lambda \vec{v}$ avec $\lambda > 0$.

b - Quelles sont les unités de λ ? Connaissez-vous une expression de λ ? Si oui, la préciser en expliquant la signification de chaque terme qui intervient dans la formule.

c - Pour chaque électron, établir, en régime permanent, la relation entre \vec{v} , \vec{B} et \vec{E} , paramétrée par λ et la charge élémentaire e. En déduire l'expression, dans la base cylindrique des coordonnées de \vec{v} en fonction de e, λ , E et B, puis celles du vecteur densité de courant électrique \vec{j} .

d - Exprimer l'intensité du courant électrique traversant une surface équipotentielle de rayon r. En déduire la résistance électrique R de la couronne, en fonction de e, n, λ , B, h, r_1 et r_2 . On note R_0 la résistance en l'absence de champ magnétique. Exprimer l'écart relatif

$$\varepsilon = \frac{R - R_0}{R_0} \text{ en fonction de e, B et } \lambda. \text{ Calculer la valeur numérique de } R_0 \text{ ainsi que celle de } \varepsilon \text{ pour :}$$

$$B = 1,0 \text{ mT}, r_1 = 1,0 \text{ mm}, r_2 = 3,0 \text{ mm}, h = 1,0 \text{ mm}, n = 1.1 \cdot 10^{21} m^{-3} \text{ et } \lambda = 1.8 \cdot 10^{-17} SI.$$

Commenter l'utilisation du phénomène pour la mesure de champs magnétiques.