STATIQUE

STATIQUE DES FLUIDES DANS LE CHAMP DE PESANTEUR UNIFORME

I NATURE DE LA PRESSION FLUIDE

1 - Le milieu fluide

2 - Force exercée par la pression

3 - Relation fondamentale de la statique des fluides (RFS)

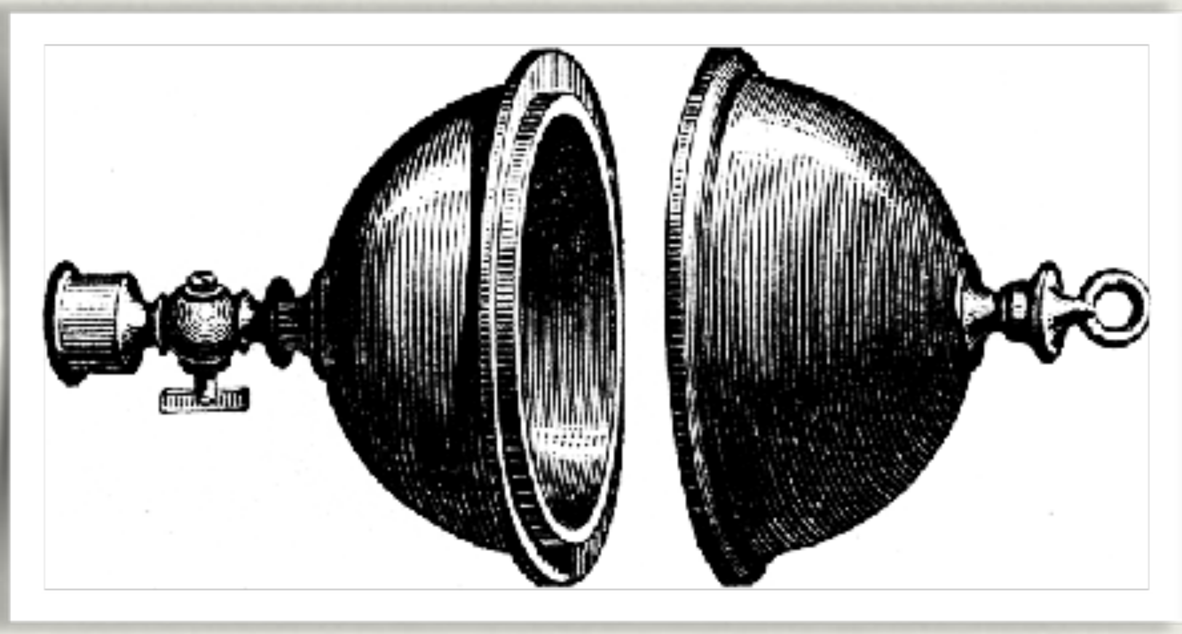
II STATIQUE DES FLUIDES

1 - Statique des fluides incompressibles homogènes

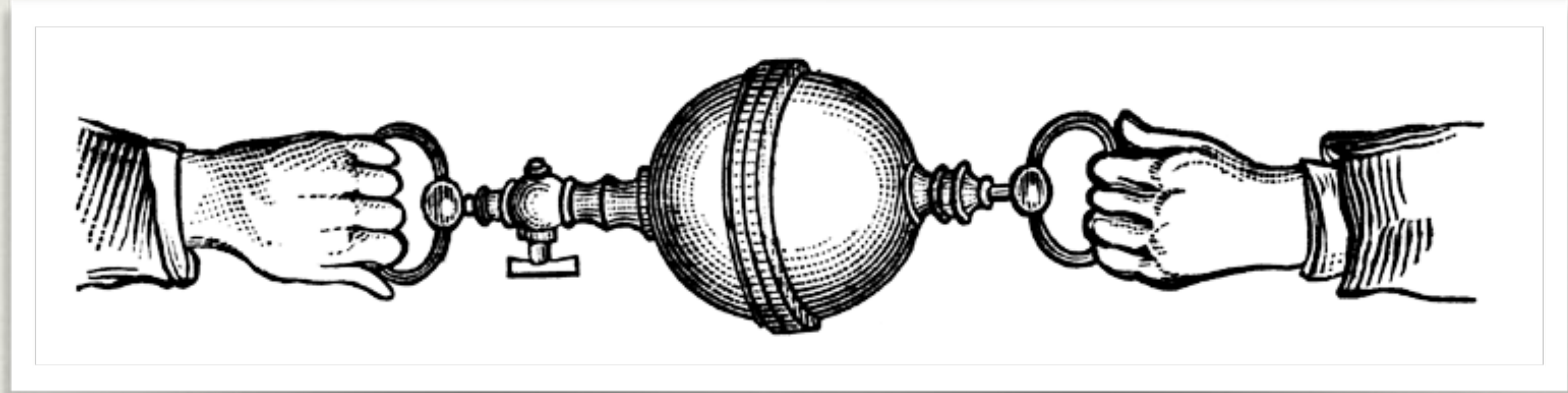
2 - Statique des fluides compressibles dans le cadre du GP

III LA POUSSÉE D'ARCHIMÈDE

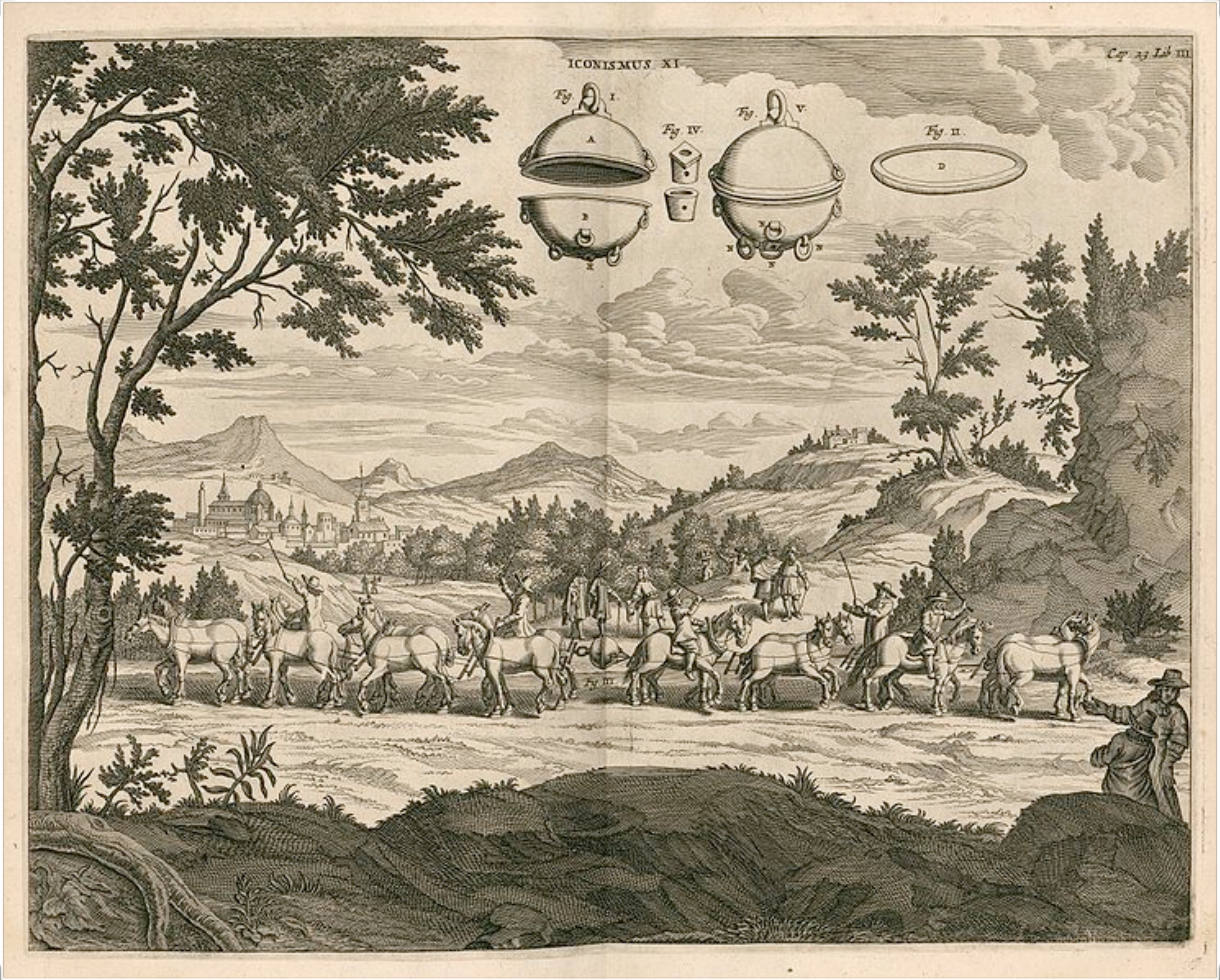
- Exemple introductif : Les hémisphères de Magdeburg *1654*



On réalise un vide poussé entre deux hémisphères accolés



Quelle force exercer pour séparer les deux hémisphères ?



L’expérience de Magdeburg en 1654

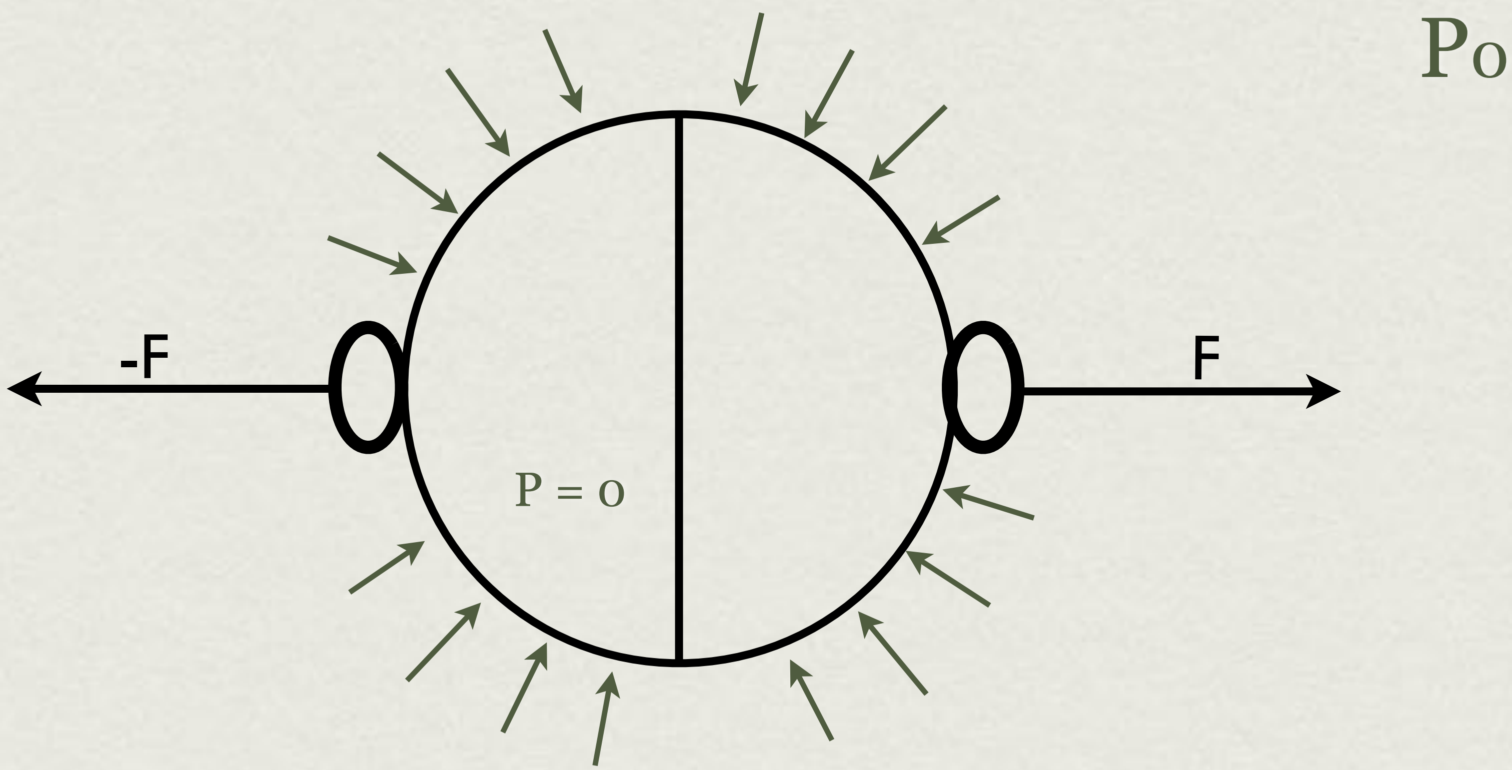

Fig III

Expérience réitérée par Otto Von Guericke avec 24 chevaux

diamètre = 1 mètre

(Cf TP)

Quelle force empêche de séparer les deux hémisphères ?



Pourquoi ne ressent-on pas cette force écrasante ?

Objectif :

Modéliser l'action de la pression sur un corps

I NATURE DE LA PRESSION FLUIDE

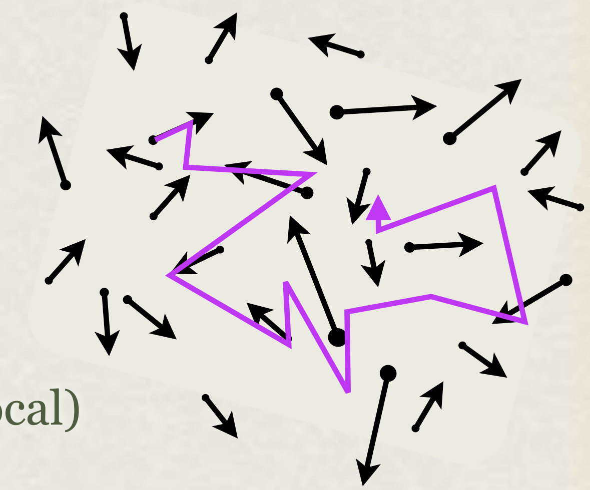
- Le milieu fluide
- Force exercée par la pression
- Relation fondamentale de la statique des fluides (RFS)

- 1- Le milieu fluide

Le fluide s'adapte à la forme de son récipient

ex : eau et air

Les particules se déplacent les unes par rapport aux autres.



A priori le fluide n'est <u>pas homogène</u> : (équilibre dynamique)

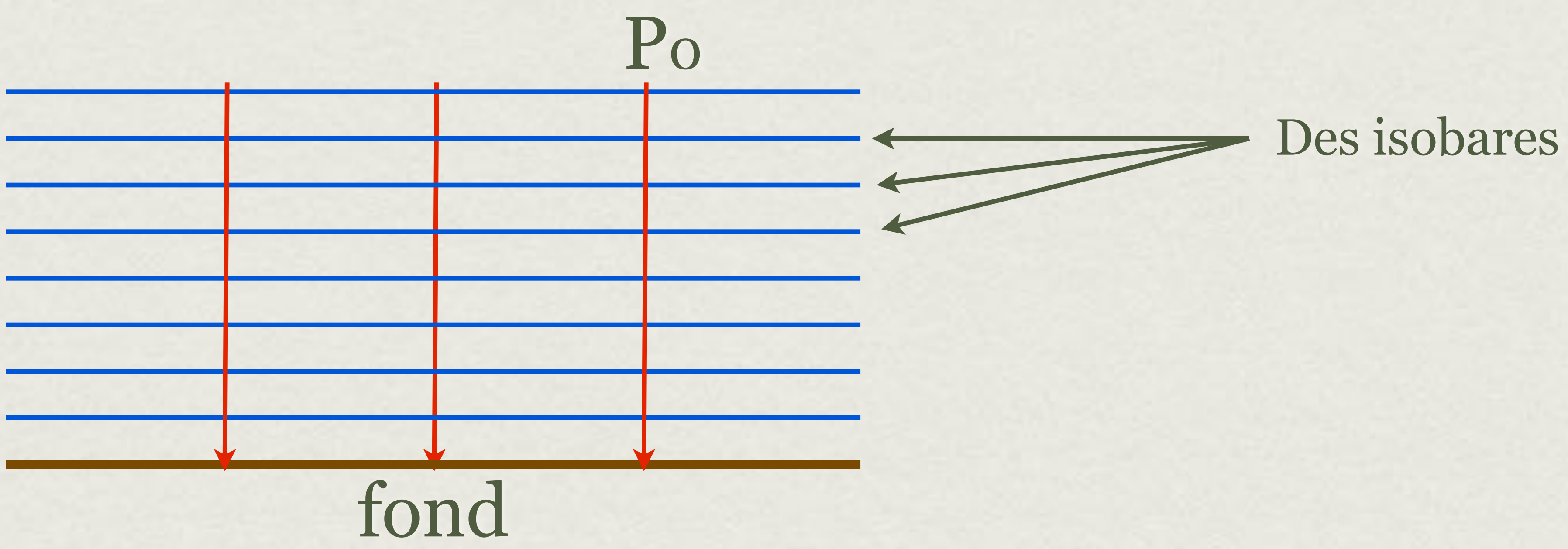
(équilibre thermodynamique local)

Le fluide est caractérisé par ses variables d'état qui dépendent de la position : $P(x,y,z)$, $T(x,y,z)$ et $\rho(x,y,z)$

Elles sont toutefois reliées par l'équation d'état en tout point :

$$f(P,T,\rho) = 0$$

- Exemple-1   L'océan



Définition :

On appelle isobare toute surface sur laquelle la pression est constante

--- En classe ---

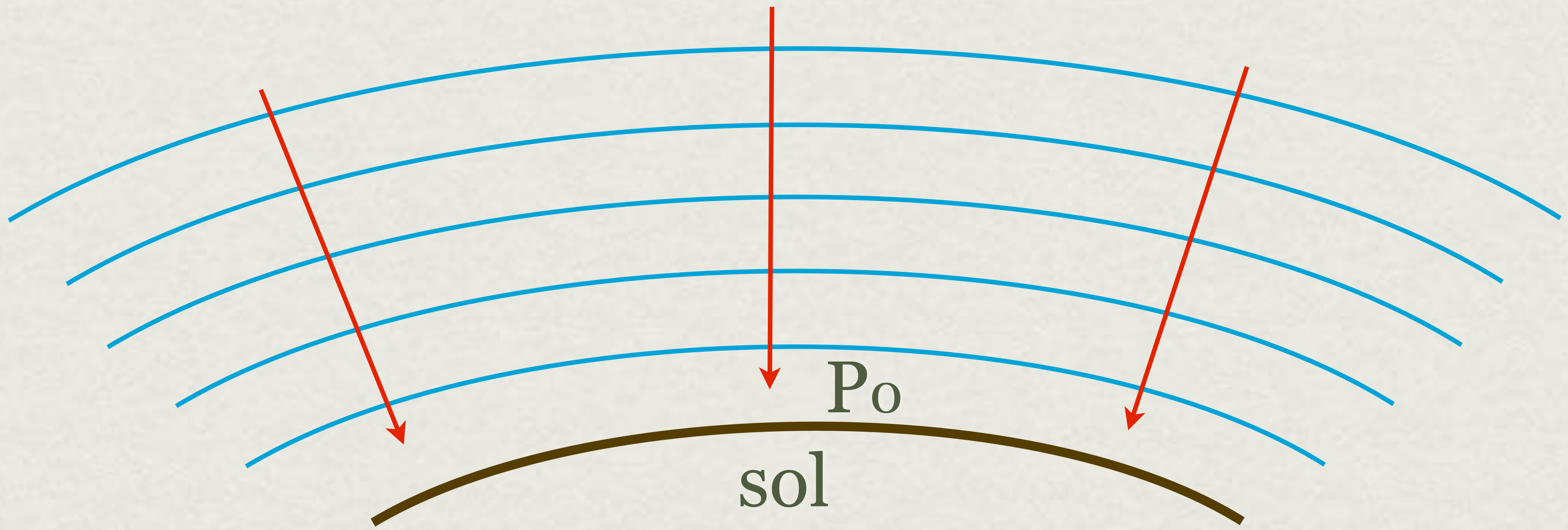
Les liquides ne sont pas compressibles

AN : *Quels sont les grandeurs et ODG associés qui caractérisent l'eau ?*

masse Volumique / compressibilité / pression CNTP / masse molaire etc…

Compressibilité isotherme.

- Exemple-2 L'atmosphère



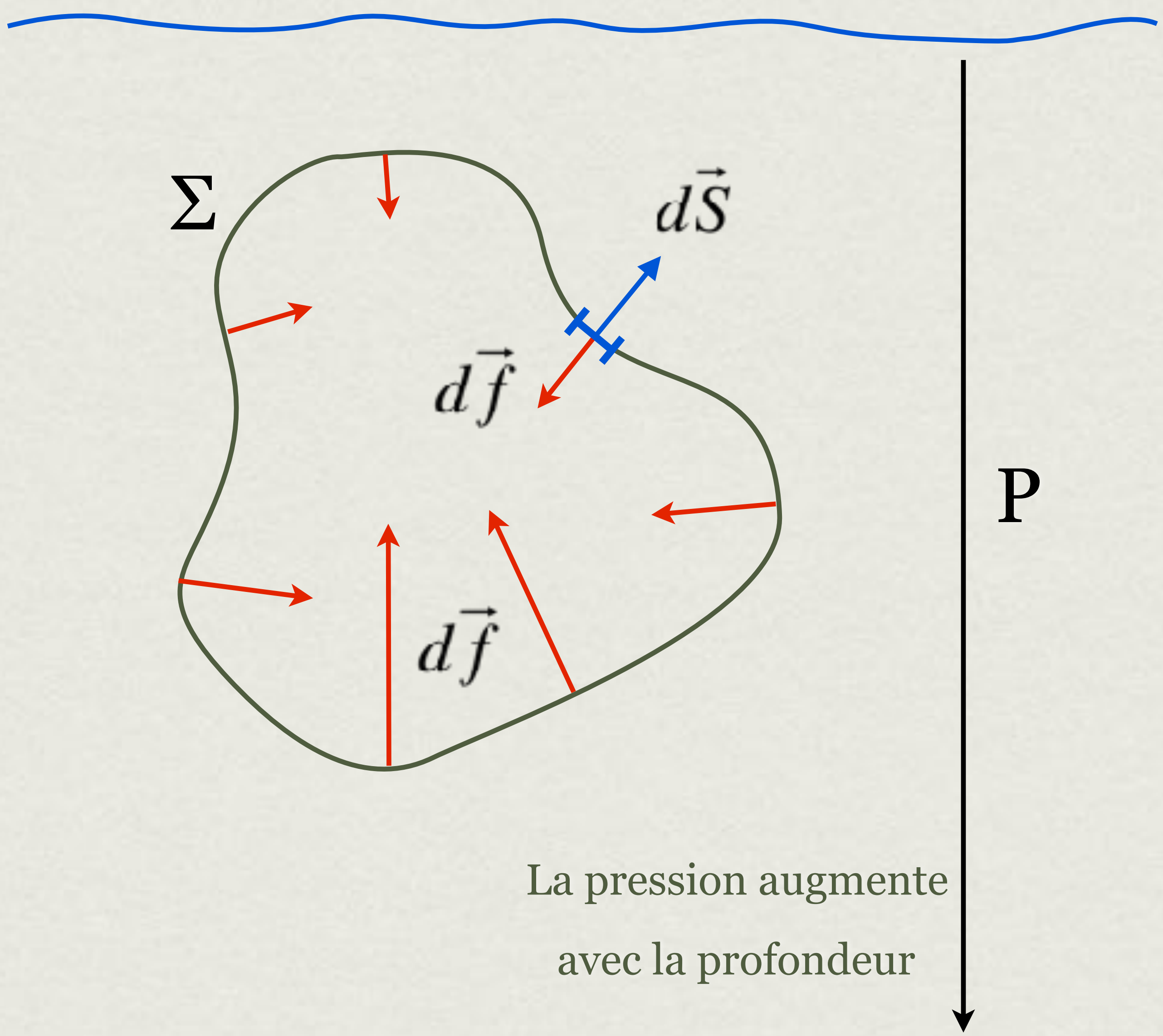
Les gaz sont compressibles

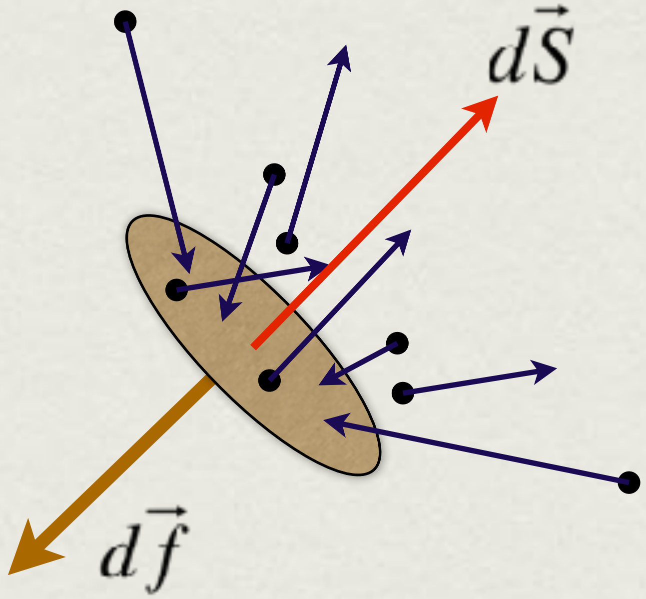
AN : *Quels sont les grandeurs et ODG associés qui caractérisent l'air ?*
masse Volumique / compressibilité / pression CNTP / masse molaire etc…

Propriété : (isotropie)

Bien que la pression varie avec la position, ses effets sont les mêmes dans toutes les directions

- 2- Force exercée par la pression





La pression exerce en tout point du corps une force dirigée en sens opposé la normale à la surface

$$d\vec{f} = -P(\vec{x})d\vec{S}$$

La force résultante est la somme sur la surface extérieure de toutes les contributions élémentaires :

$$\boxed{\vec{f}_{fluide/corps} = -\iint_{\Sigma} P(\vec{x})\,d\vec{S}}$$

Exemple simple : Pression atmosphérique sur le sol

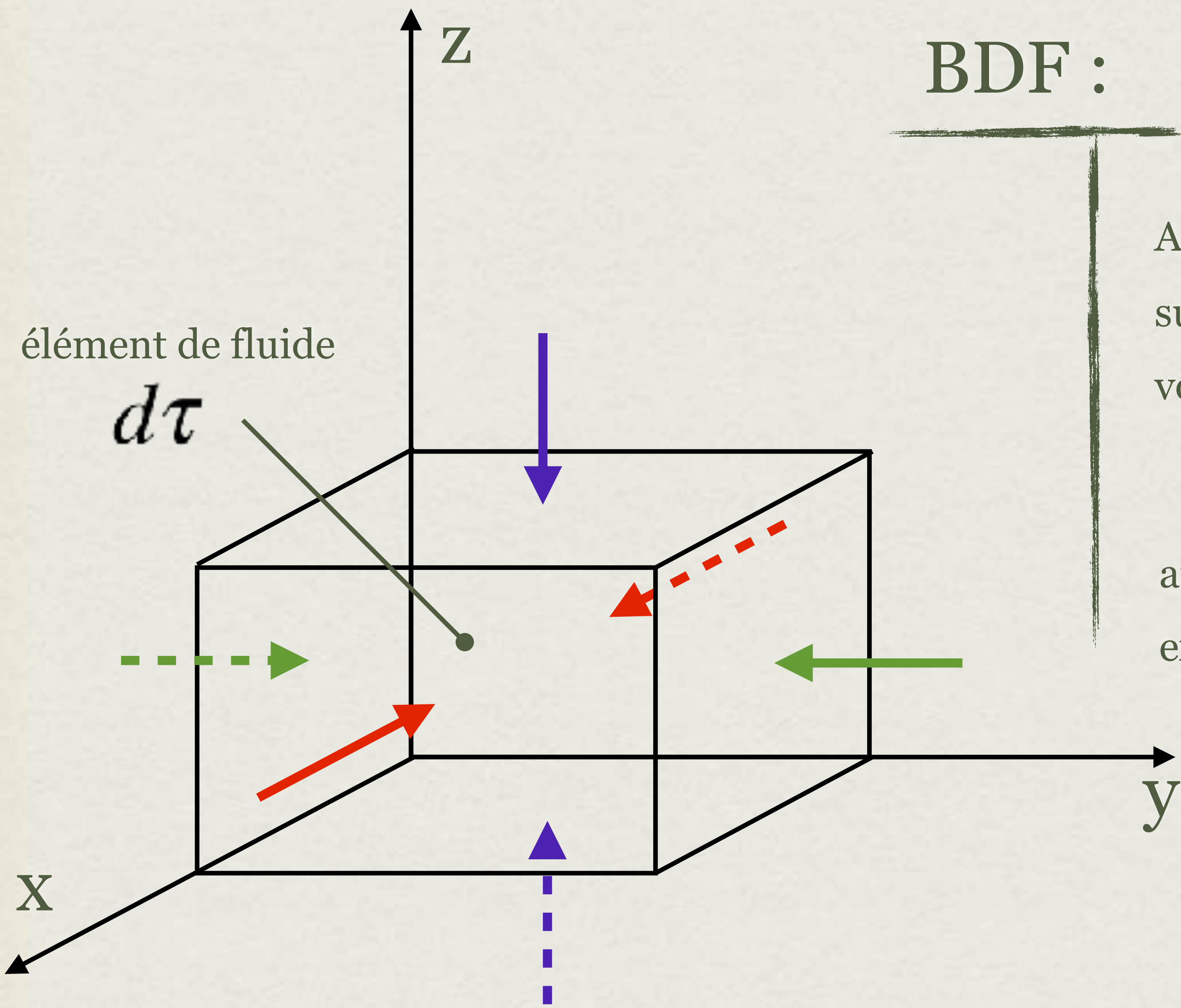
*--- Poser le calcul sur un rectangle H*L ---*

- *On pose $P = P_0$.*
- *$dS = dx\,dy$ porté par ez*
- *conclure + AN*

AN :

- 3-Relation fondamentale de la statique des fluides (RFS)

On va appliquer le PFD sur un élément de fluide



BDF :

poids $$d\vec{f}_{pesanteur} = \rho \vec{g} d\tau$$

Action de la pression sur la surface du volume élémentaire $$d\vec{f}_{fluide/corps} = -\iint_{\Sigma} P(\vec{x}) d\vec{S}$$

autre force volumique extérieure $$d\vec{f}_{ext} = \vec{f}_{vol\_ext} d\tau$$

dτ =

On veut exprimer la résultante des actions de surface comme une force volumique :

df ~ qqchose* dτ

Action de la pression sur toute la surface :

On décompose sur
les 3 directions

$$d\vec{f}_{fluide/corps} = df_x\vec{e}_x + df_y\vec{e}_y + df_z\vec{e}_z$$

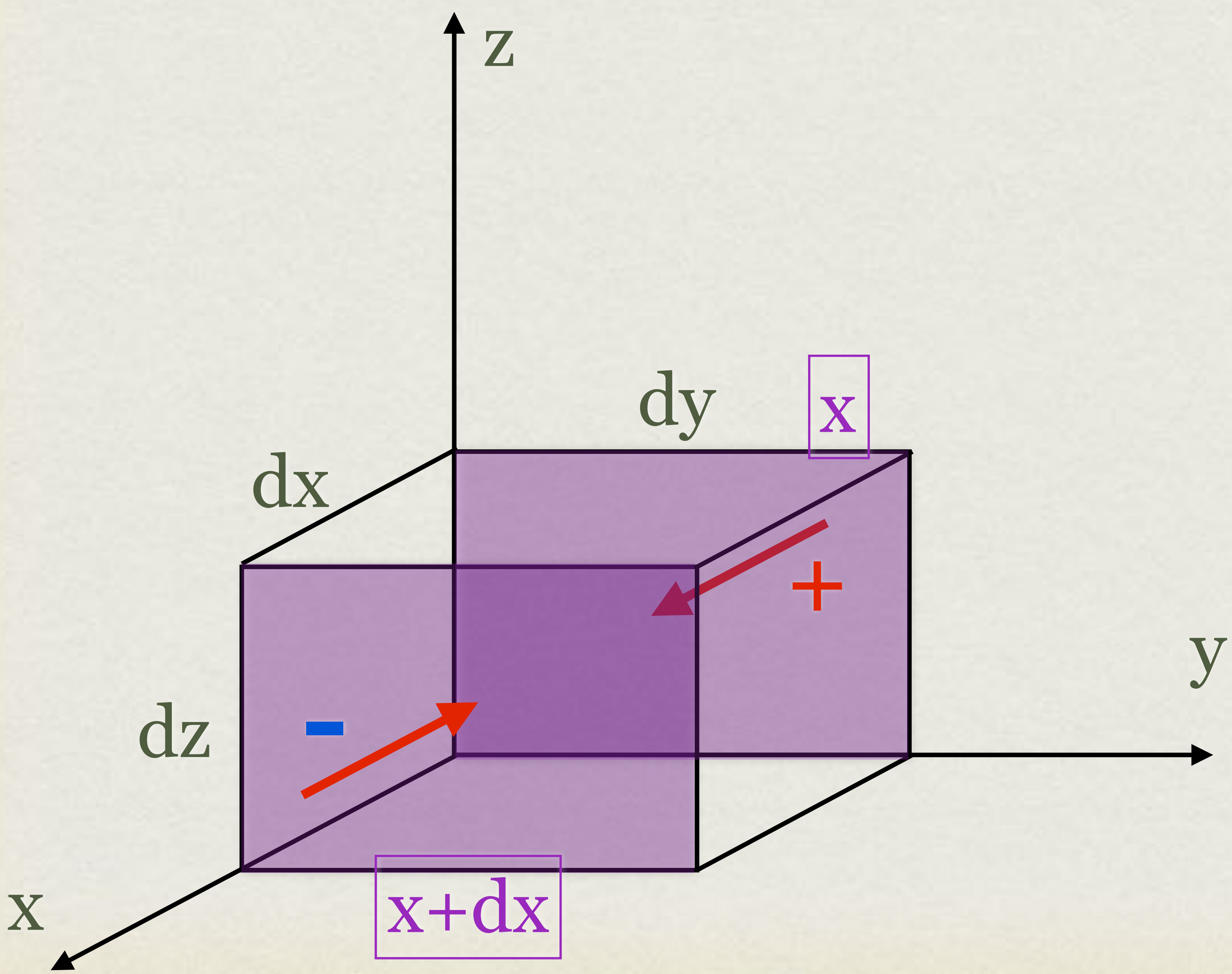
- contribution selon x

$$df_x\vec{e}_x =$$

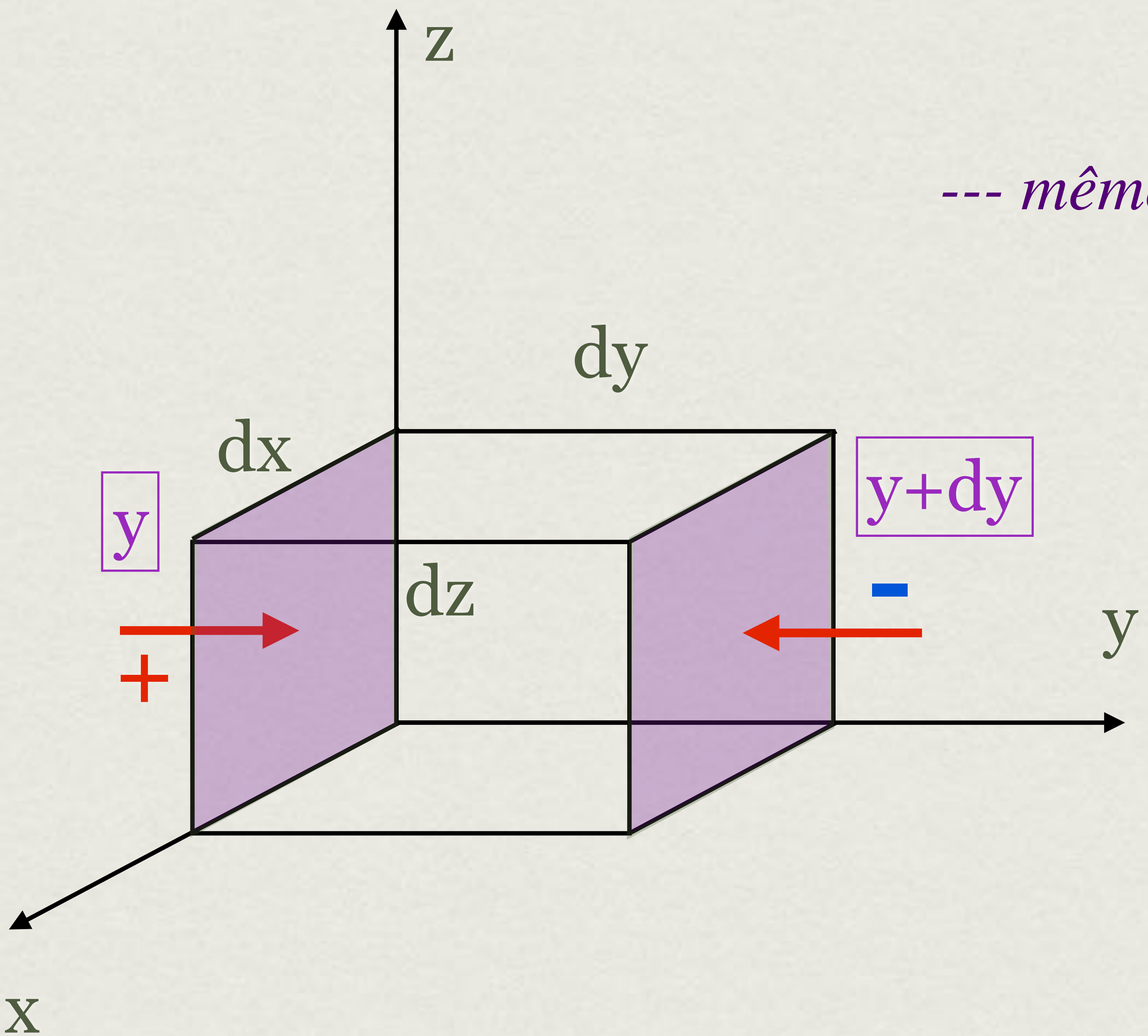
a - élément de force en x
Quel sens ? et signe ?

b - élément de force en x+dx
Quel sens ? et signe ?

c - faire la somme des deux et obtenir une dérivée ronde de la pression selon x (y, z fixés)



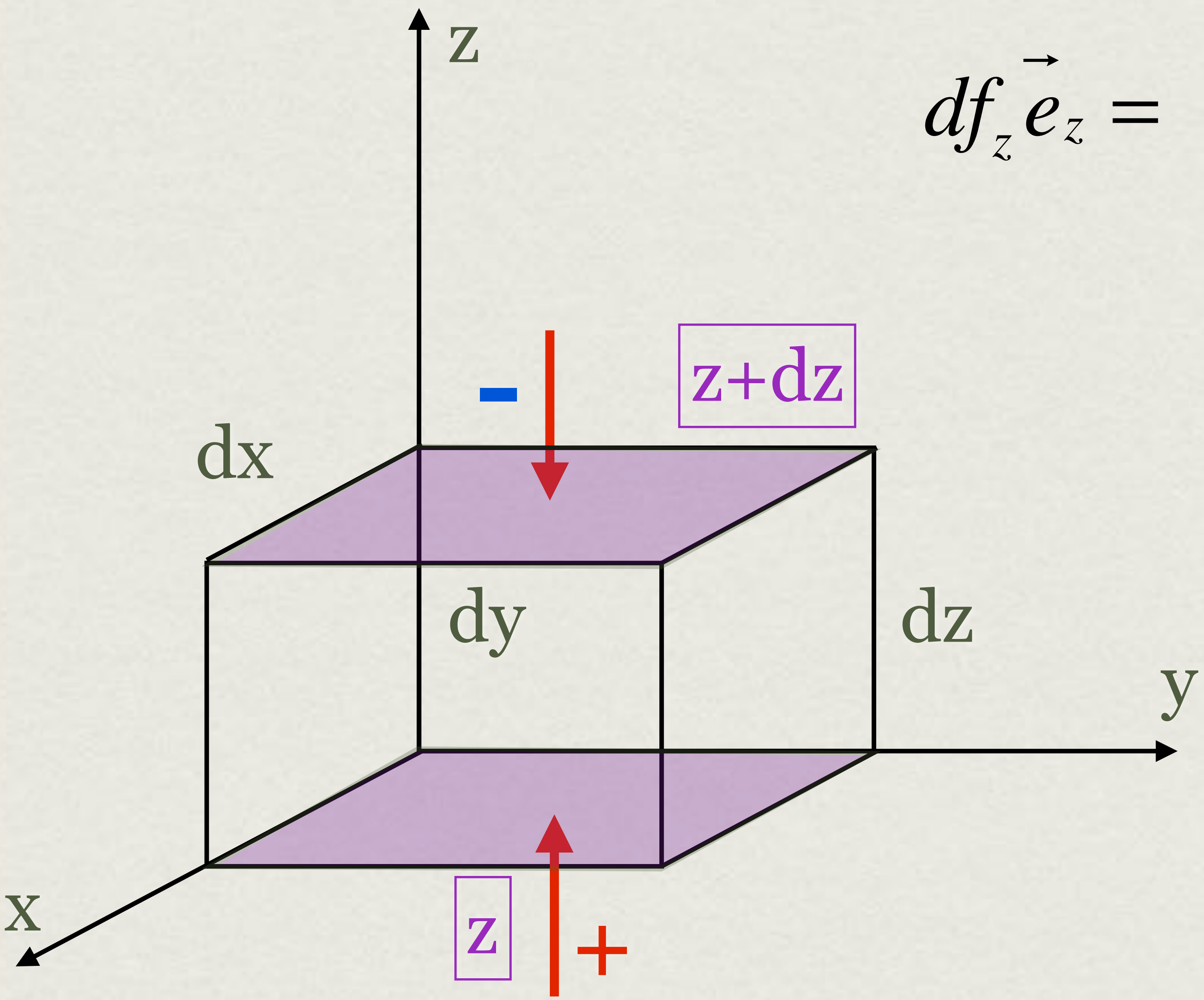
- contribution selon y



--- même démarche selon y ---

$$df_y \vec{e}_y =$$

- contribution selon z



$$df_z \vec{e}_z =$$

--- même démarche selon z ---

$$\vec{\nabla} P = \left| \begin{array}{c} \frac{\partial P}{\partial x} \\ \frac{\partial P}{\partial y} \\ \frac{\partial P}{\partial z} \end{array} \right.$$

Soit la résultante des actions surfaciques $\longrightarrow$ $\boxed{d\vec{f} = -\vec{\nabla} P d\tau}$

Le PFD complet sur l'élément de fluide s'écrit donc :

--- Posez le PFD sur un élément de volume $d\tau$ avec les forces volumiques ---

Notation du gradient en cartésien :

$$\overrightarrow{\nabla} P = \left| \begin{array}{l} \dfrac{\partial P}{\partial x} \\ \dfrac{\partial P}{\partial y} \\ \dfrac{\partial P}{\partial z} \end{array} \right.$$

Opérateur vectoriel qui agit sur un champ scalaire

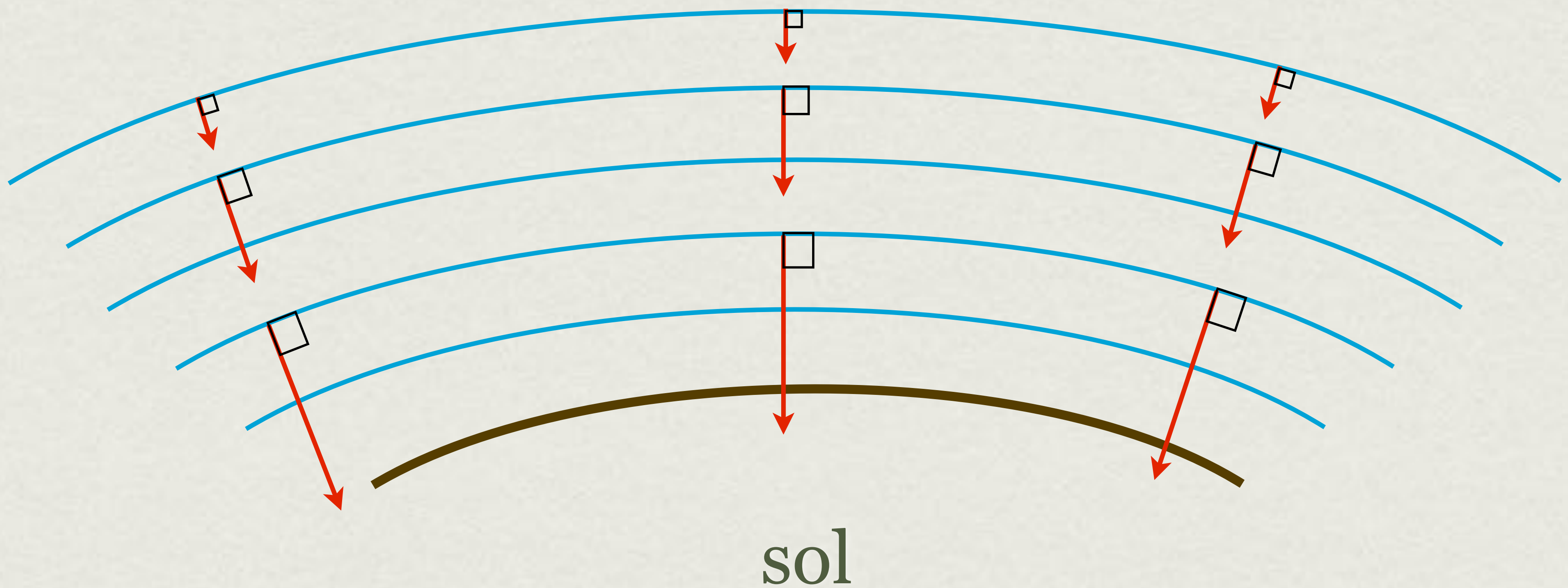
C'est une dérivée, mais en 3D :

- de combien de pascal varie la pression par mètre
- dans quelle direction varie la pression

Propriété :

En tout point le gradient est orthogonal à l'isobare en ce point

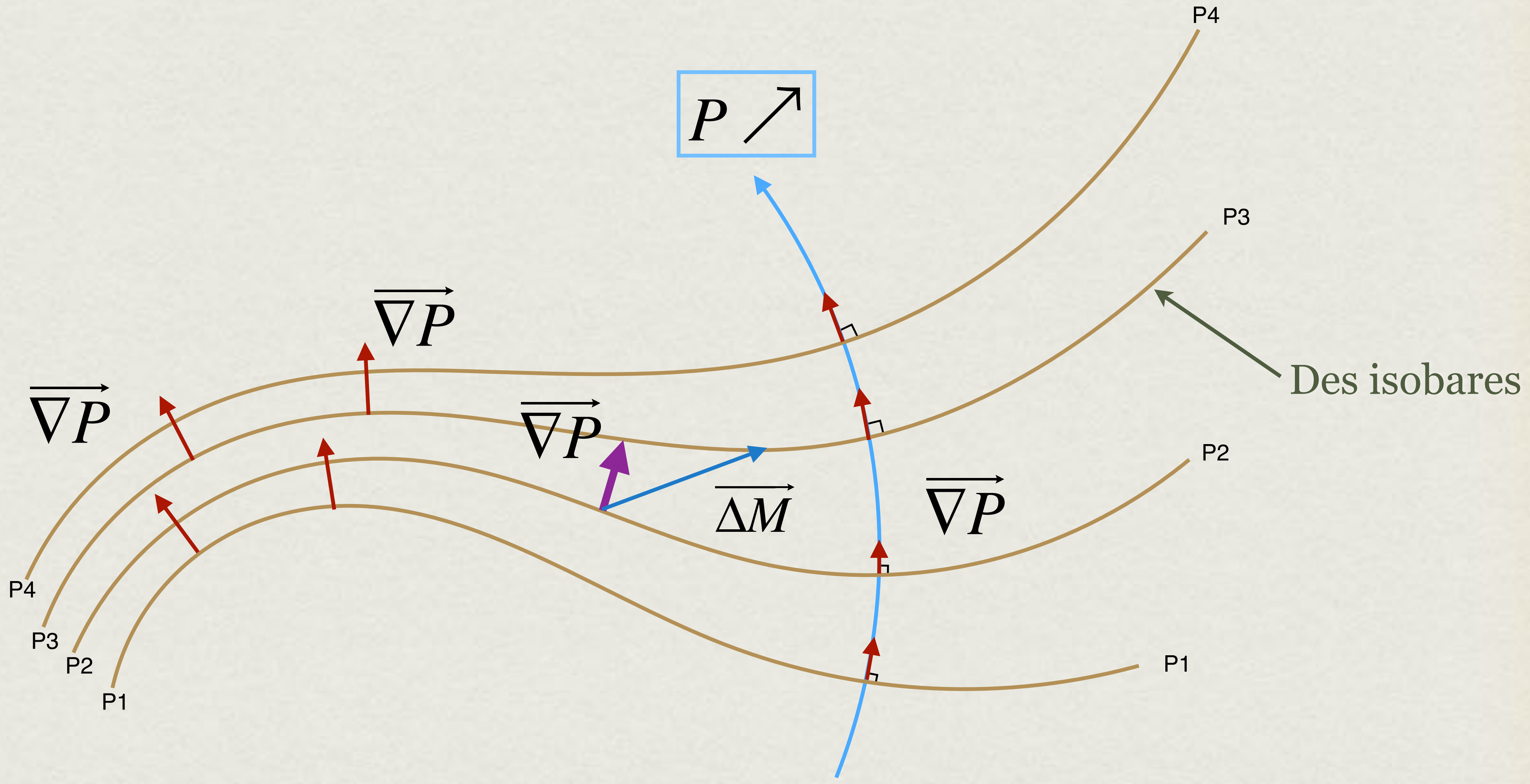
RQ : Conséquence directe de la définition de l'isobare



Calcul du différentiel de pression :

$$\boxed{dP = \overrightarrow{\nabla P} \cdot \overrightarrow{d\ell}}$$

Rq : Par analogie avec des lignes de niveaux, le gradient donne le direction de plus grande pente vers le haut



$$P_3 - P_2 \approx \overrightarrow{\nabla P} \cdot \overrightarrow{\Delta M}$$

Si on est dans une situation statique :

Pas d'accélération :
=> somme des forces nulle

Relation fondamentale de la statique des fluides (RFS)

$$\overrightarrow{\nabla} P = \rho \vec{g} + \vec{f}_{vol\_ext}$$

Transcrit par une force volumique la résultante des efforts produits en surface

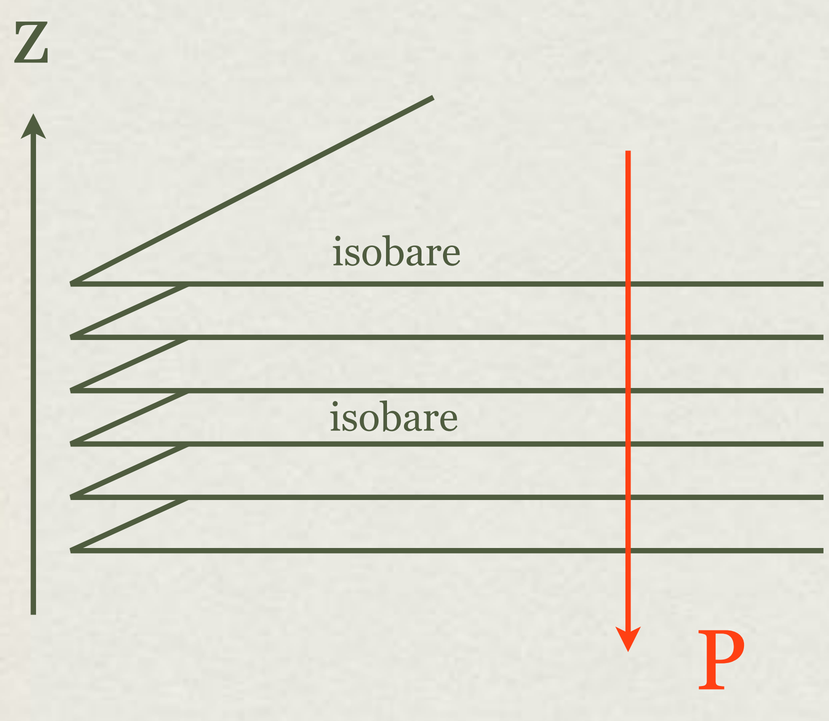
force volumique de pesanteur

Somme de toutes les autres forces volumiques

- champ électrique
- champ magnétique
- force centrifuge si NG

Cas d’application : Pb unidimensionnel

Pas d’autre force que la gravité



Projette sur ez :

$$\boxed{\frac{dp}{dz} = -\rho g}$$

II STATIQUE DES FLUIDES

- Statique des fluides incompressibles homogènes
- Statique des fluides compressibles dans le cadre du GP

- 1-Statique des fluides **incompressibles** homogènes

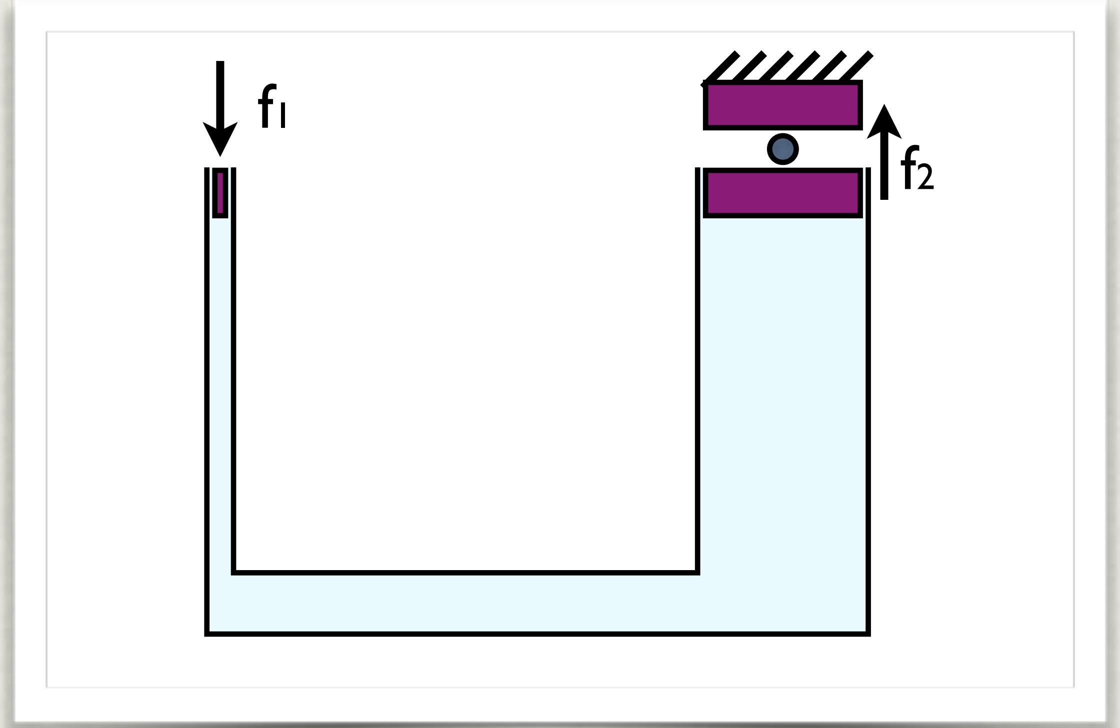
Hypothèse : $$\boxed{\rho(\vec{x}) = \rho_0 = cte}$$

-> Fluide incompressible

Application :

Presse hydraulique

(cf TD)



- Conséquence : Loi de Pascal

✳ Au sein d'un liquide incompressible : $$\frac{dp}{dz} = -\rho g$$ (RFS)

Loi de Pascal : *Montrer que $P + \varrho g z = Cte$*

✳ Etude de l'interface air/liquide :

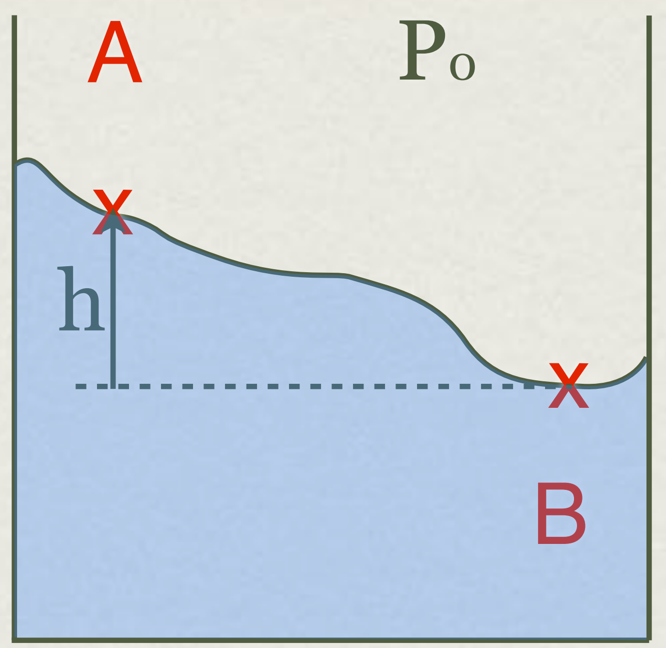
—En classe—

$$P = P_0 + h\rho g$$

Pression augmente linéairement avec la profondeur

Les conséquences sont multiples

- Exemple 1 Niveau horizontal



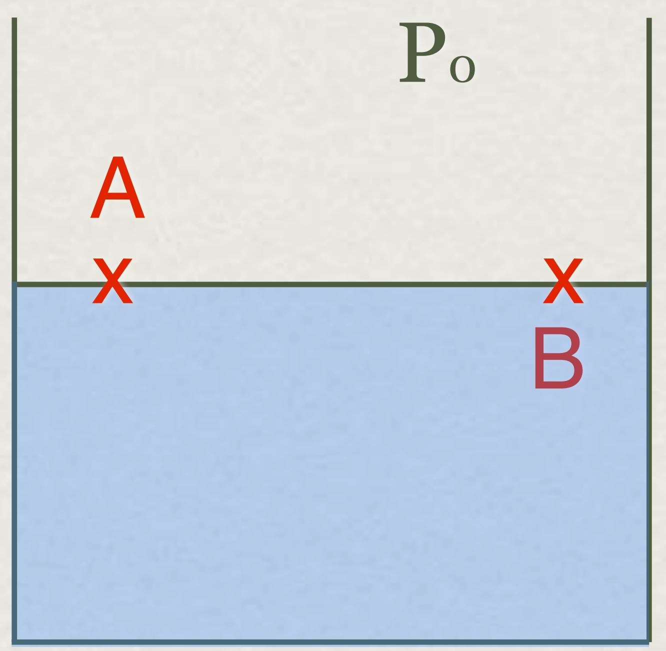
$P_A=P_B=P_o$

=> $h = ?$

a - Appliquer $P + \rho g z = Cte$ au sein du fluide

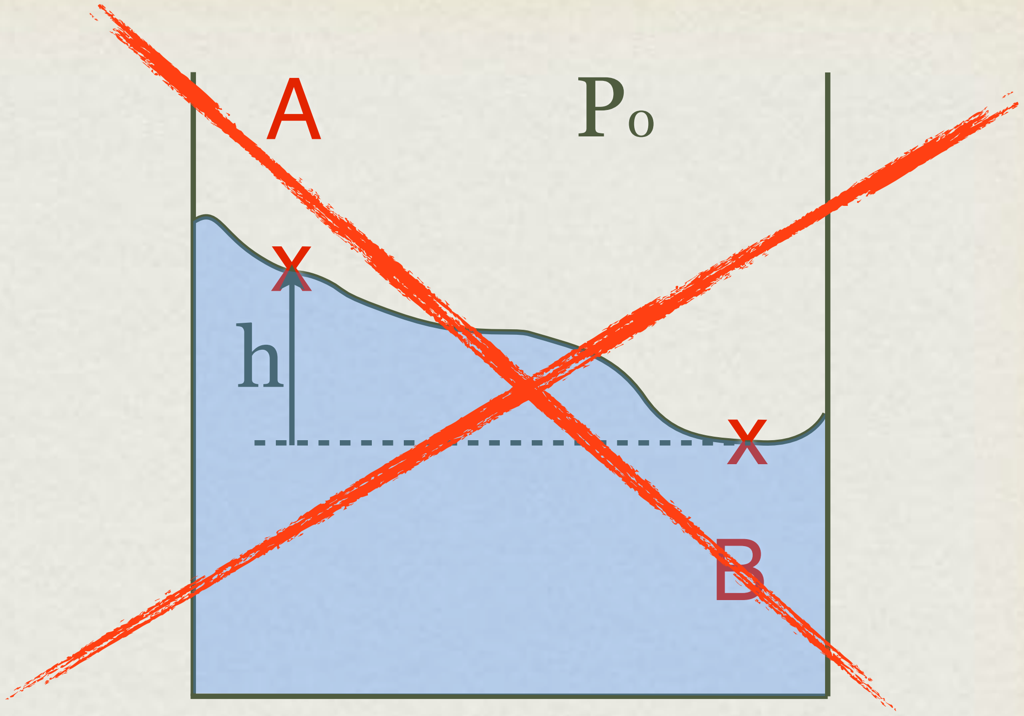
b - On sait que $P_A=P_B=P_0$

c - Conclure que $z_A = z_B$



Equilibre hydrostatique

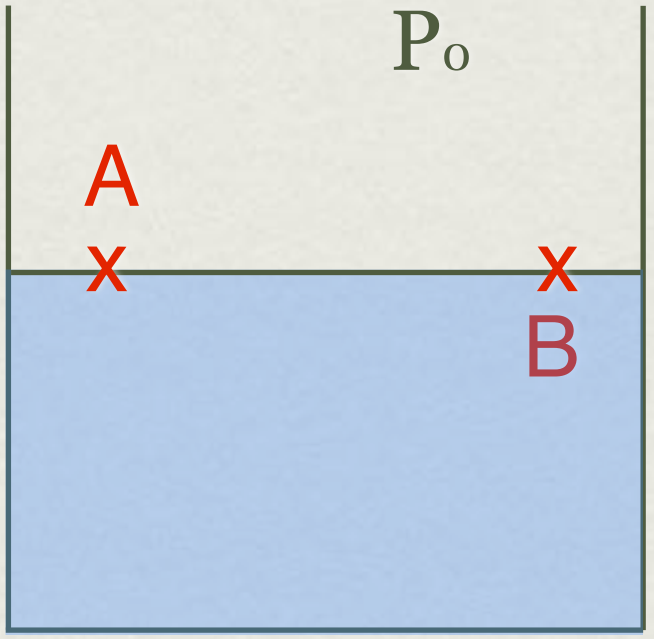
- Exemple 1 Niveau «horizontal»



$P_A = P_B = P_o$

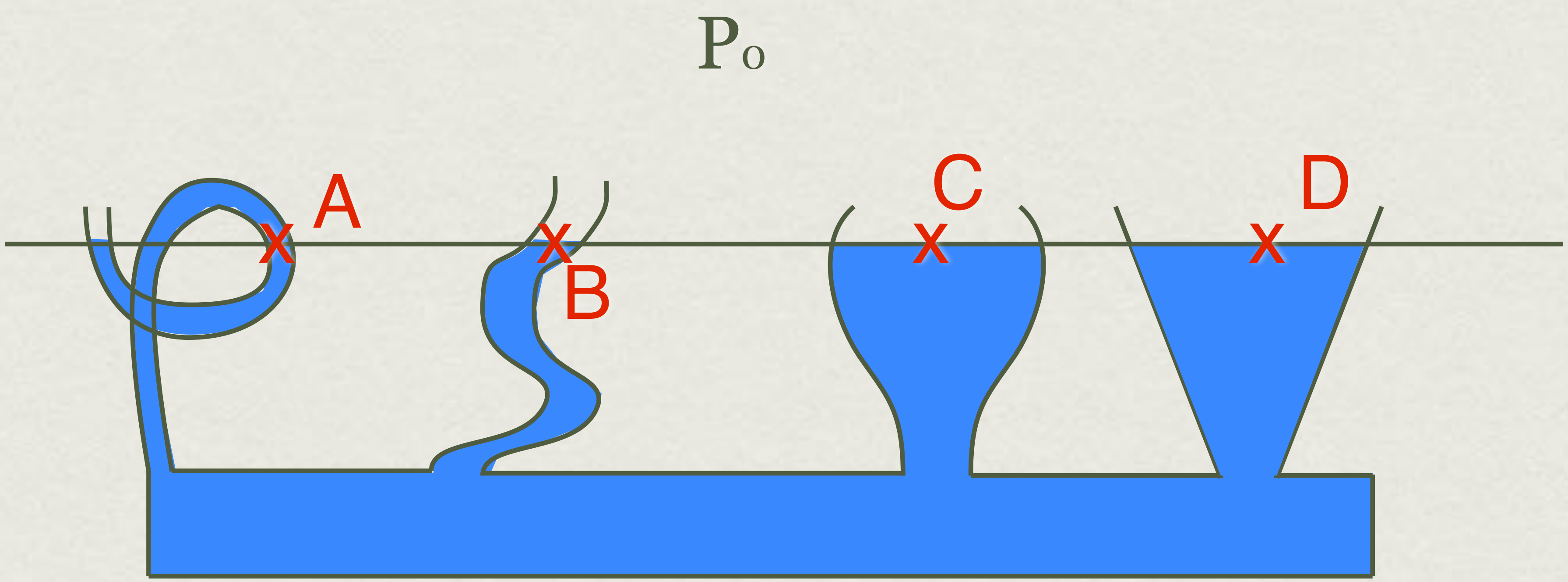
=> $h = 0$

Impossible en statique
(& reférentiel galiléen)



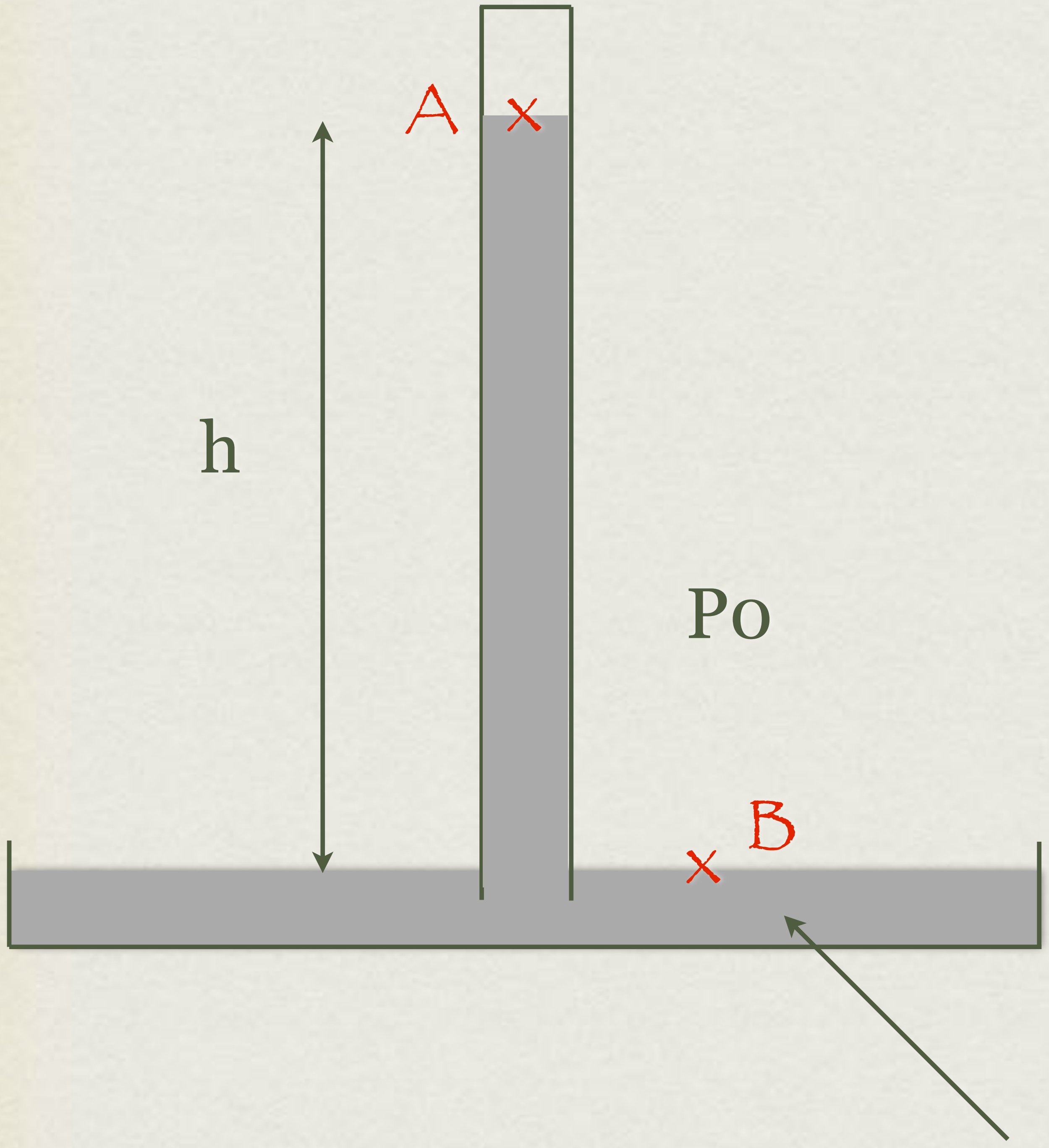
Equilibre hydrostatique

- Exemple 2 Principe des vases communicants



Q : Par où a t-on rempli le système ?

- Exemple 3 Le baromètre de Torricceli



a - Appliquer $P + \varrho gz = Cte$
au sein du fluide

b - On pose $P_A = 0$ Pourquoi ?

c - Trouver h. Faire l'application numérique avec la masse volumique du mercure :13.1e3 kg/m3

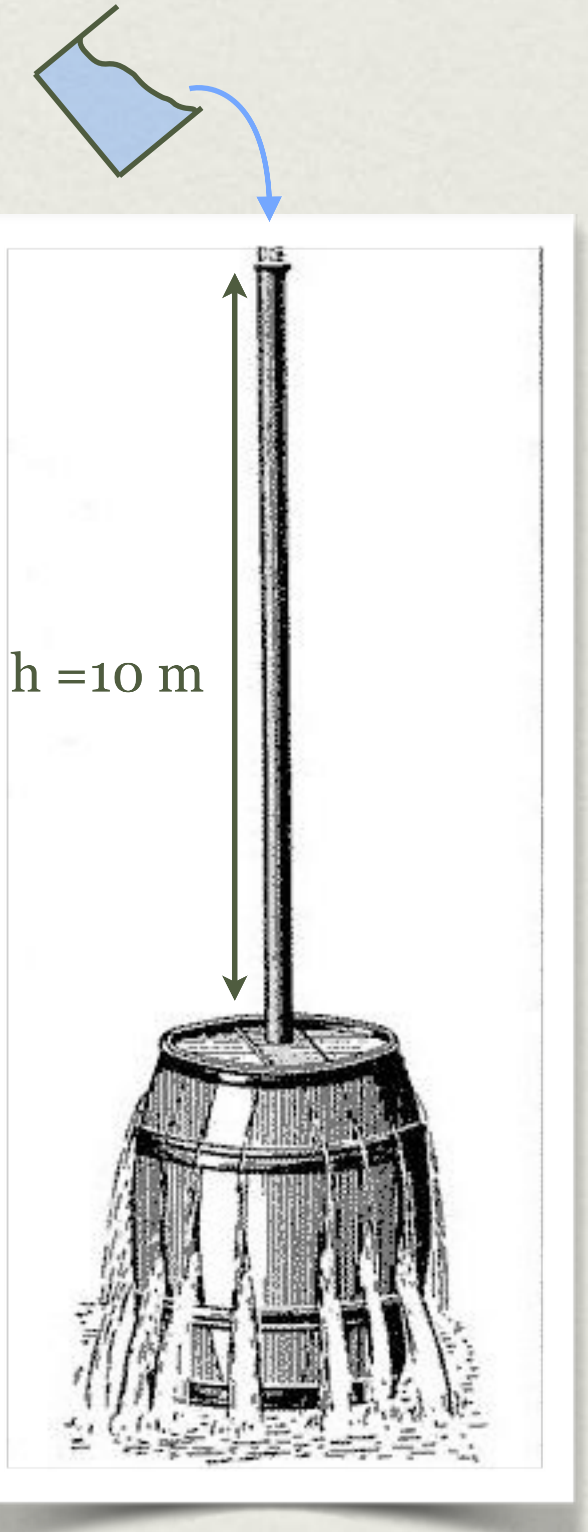
AN :

Csq : cf TD   Les fontaines de Florence

- Exemple 3 : expérience du crève tonneau de Pascal

On verse un verre d’eau qui remplit le tube :

$$P(z) \rightarrow P(z) + h\rho g$$



«Les liquides pressent selon leur hauteur»

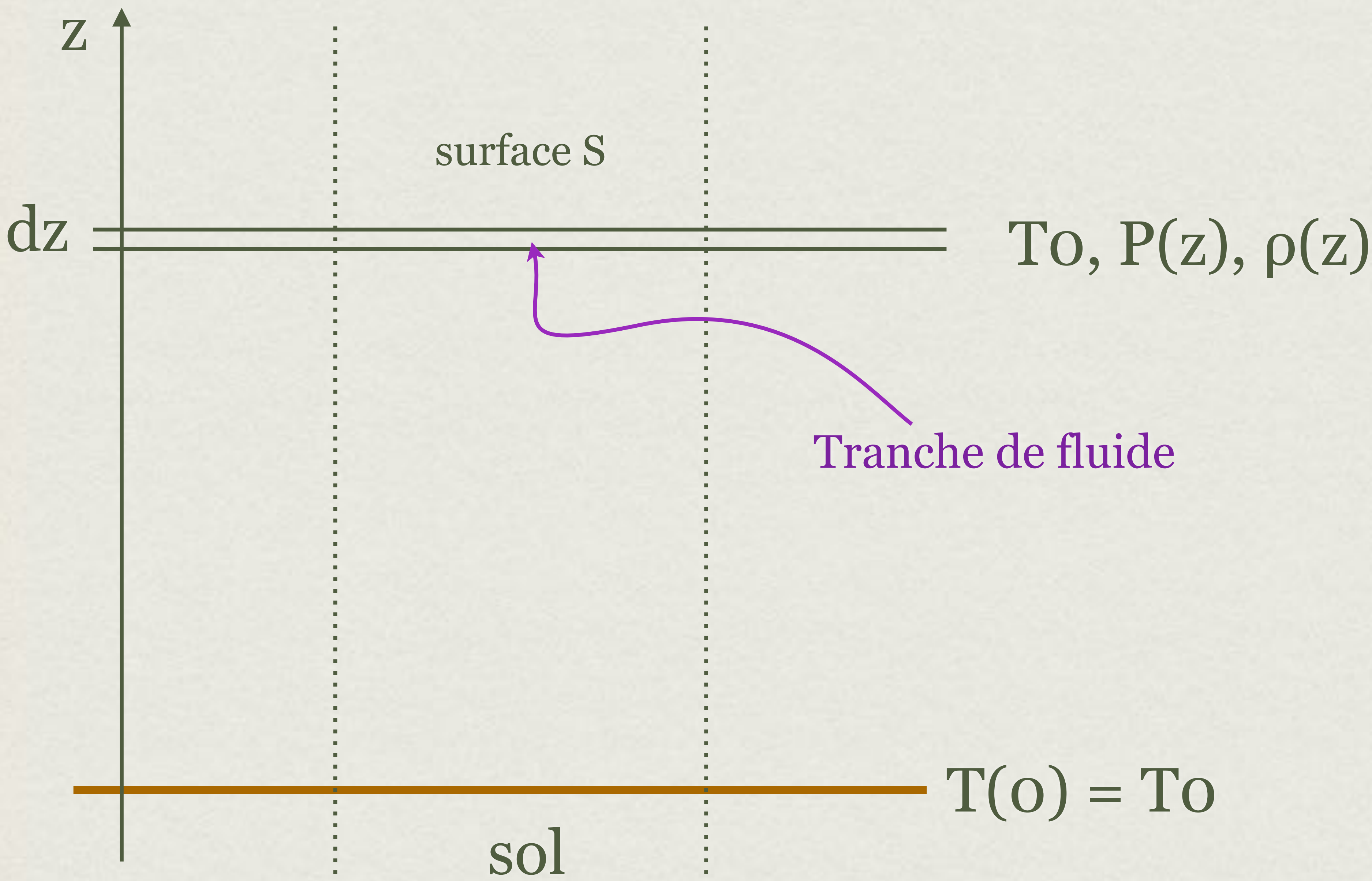
Blaise Pascal

- 2-Statique des fluides **compressibles** dans le cadre du GP

Pascal fait réaliser par Périer la mesure de la pression atmosphérique au sommet du Puy de Dôme en 1618.
La pression diminue avec l'altitude.
(les merveilles de la science L.Figuier)

- 2-Statique des fluides compressibles dans le cadre du GP

α -Modèle de l'atmosphère <u>isotherme</u>



1a - On considère une tranche de fluide de volume $dV = S\,dz$. Justifier. Quelle est sa masse à l'altitude z si la masse volumique est $\rho(z)$?

1b - A l'aide de la masse molaire M, trouver dn le nombre de mole qu'elle contient.

1c - Avec l'équation d'état du GP pour le système $PdV=dnRT_0$, relier $P(z)$ et $\rho(z)$.

2a - La relation fondamentale de la statique donne : $dP = -\rho g dz$

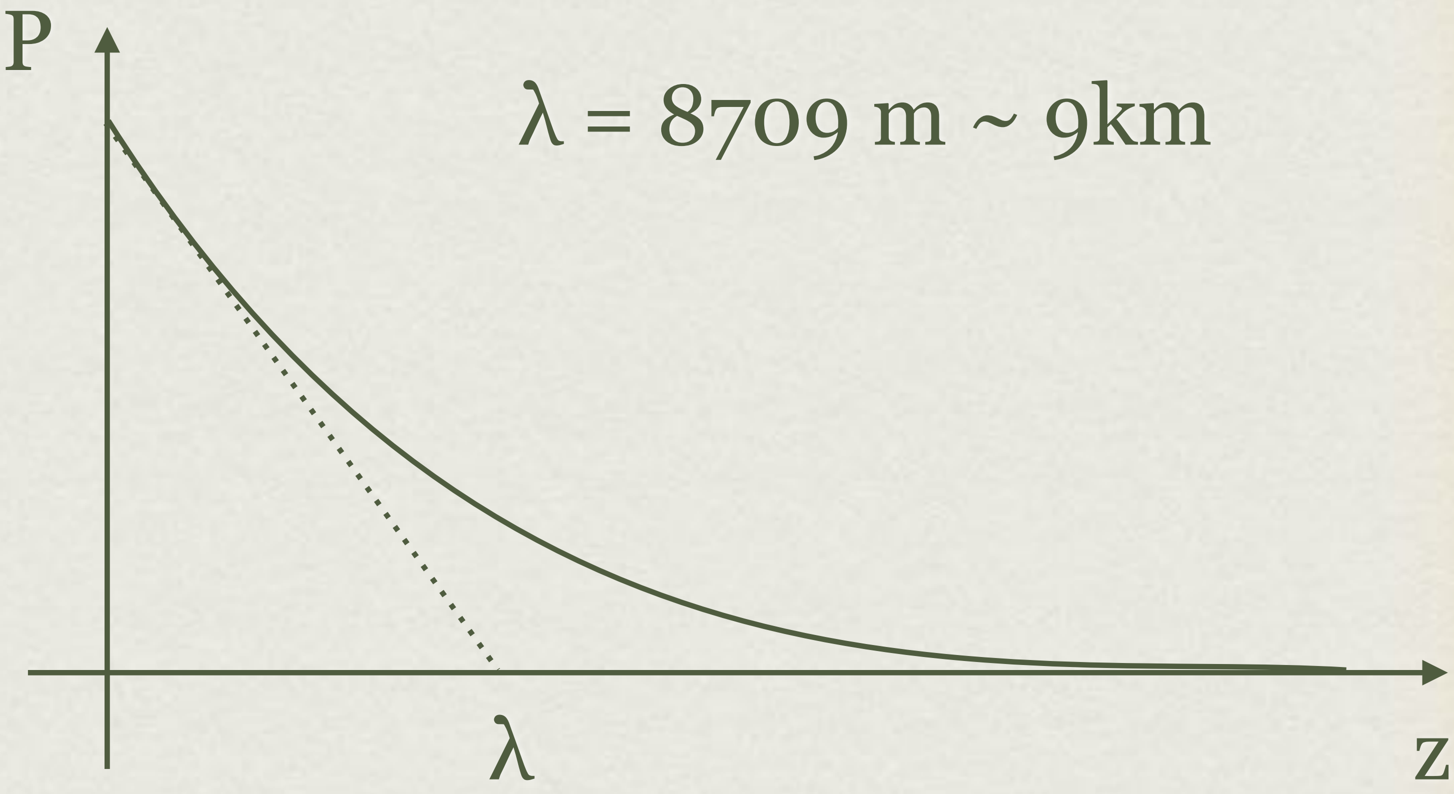
En déduire une équation différentielle sur P et z (sans ρ)

2b - Intégrer par la technique de séparation des variables. $P(0)=P_0$.

2c - Tracer $P(z)$ et trouver l'altitude typique de variation de la pression.

- Résultat 1 - Evolution avec l'altitude

$$\boxed{P(z) = P_0 e^{-\frac{Mg}{RT_0}z}}$$



Chercher z tq P = P0 /2

$$\rho(z) = \frac{P_0 M}{RT_0} e^{-\frac{Mg}{RT_0}z}$$

Mêmes variations avec l'altitude

AN : Variation de la pression sur 1 m ?

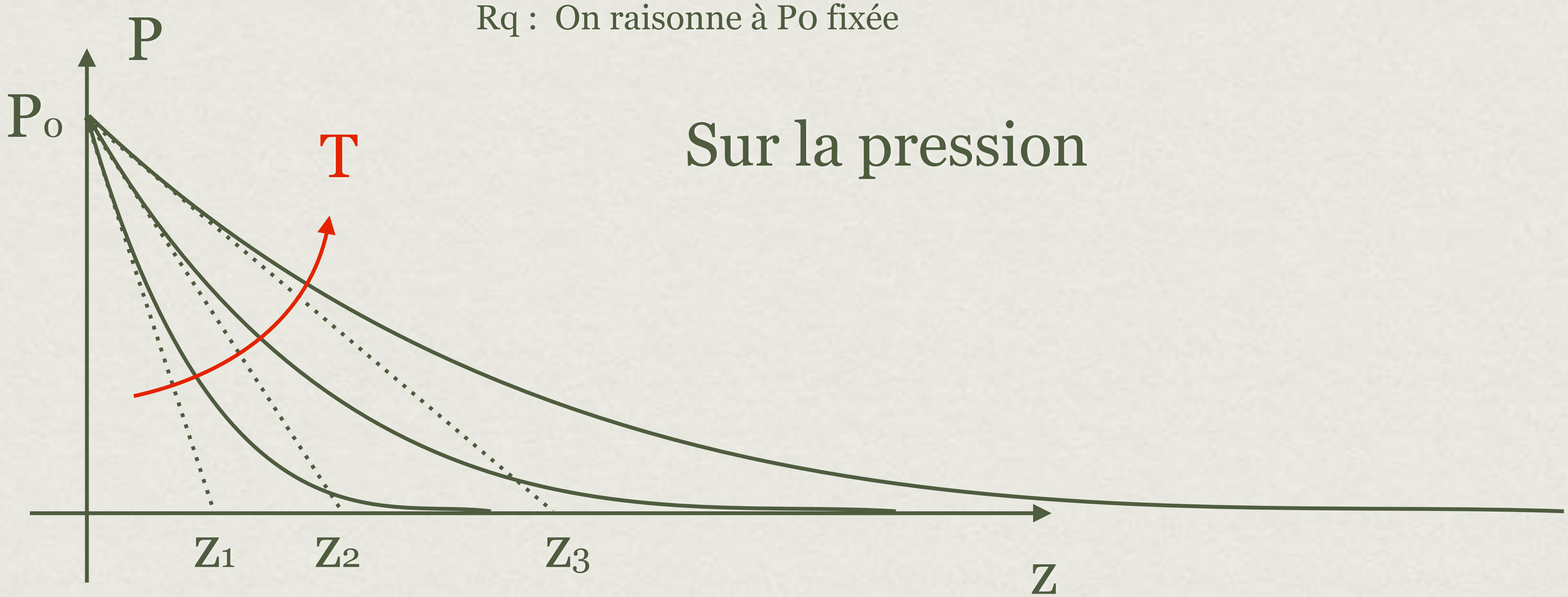
$\Delta P = P_0 - P(z=1m)$

Utiliser le développement limité de $exp(x) \sim 1 + x$

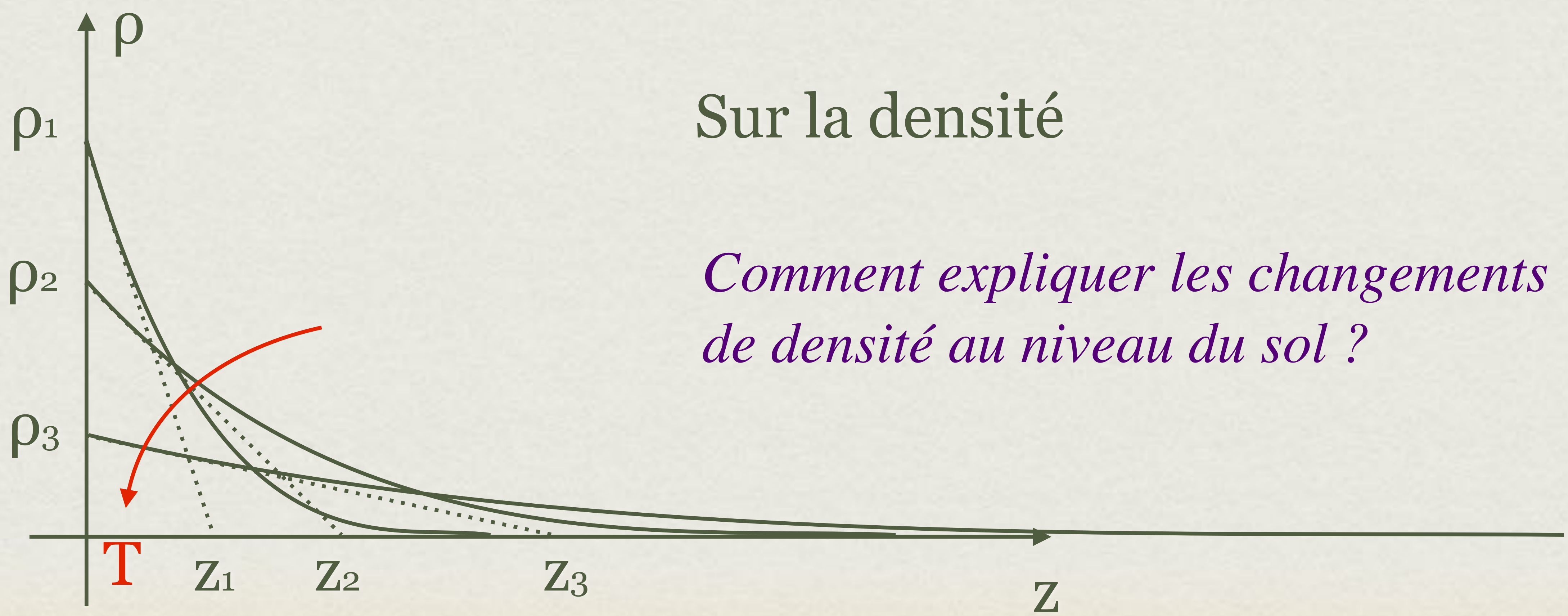
Près de la surface du sol il est donc très rigoureux de considérer que la pression ne varie pas (météo fixée)

- Résultat 2 - Effet de la température au sol :

Rq : On raisonne à P_0 fixée



Sur la pression



Sur la densité

Comment expliquer les changements de densité au niveau du sol ?

Conservation de la matière :

On reprend ce calcul avec une tranche d'épaisseur dz et de masse dm que l'on intègre de 0 à l'infini.

La masse totale de la colonne d'air ne dépend pas de la température

a - A l'aide de $\rho(z)$: exprimer dm de la tranche à altitude z

b - Intégrer les masses dm de 0 à l'infini (Justifier ces bornes)

c - Interpréter le résultat : $Mg = P_0S$

β -Statistique de Boltzmann

Comment se répartissent les particules en fonction de l'altitude,

et selon la température ?

— En classe —

III LA POUSSÉE D'ARCHIMÈDE

Archimède de Syracuse

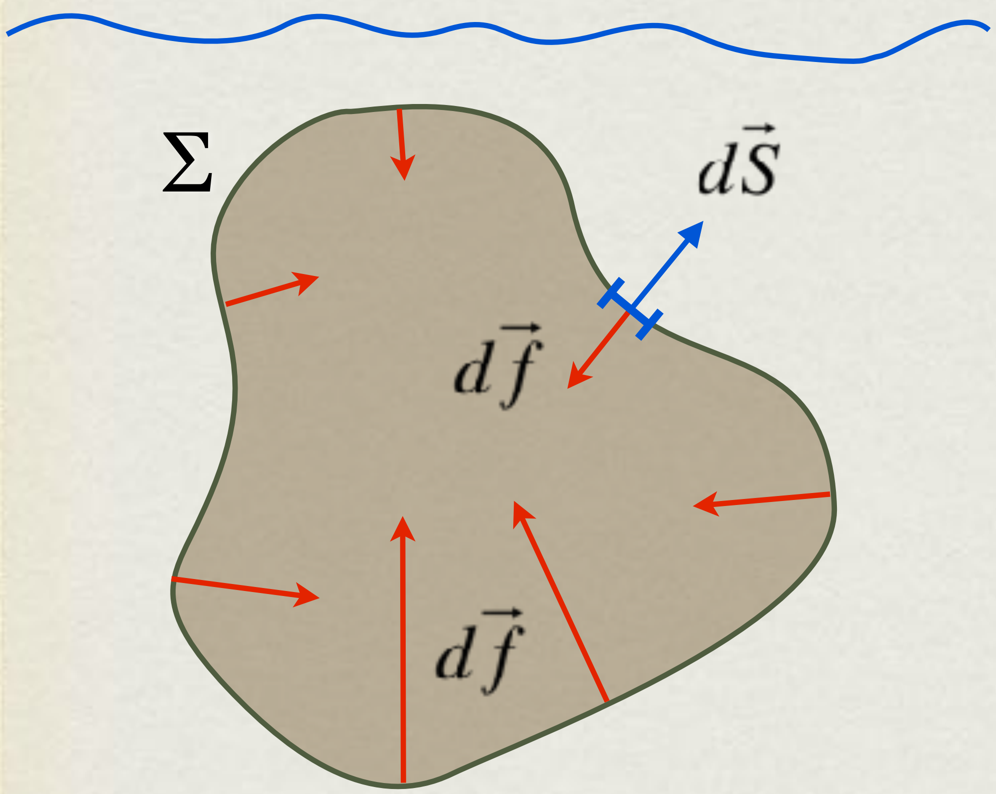
Enoncé historique :

Tout corps plongé dans un liquide subit de la part de celui-ci une poussée verticale dirigée du bas vers le haut et égale au poids du volume de liquide déplacé

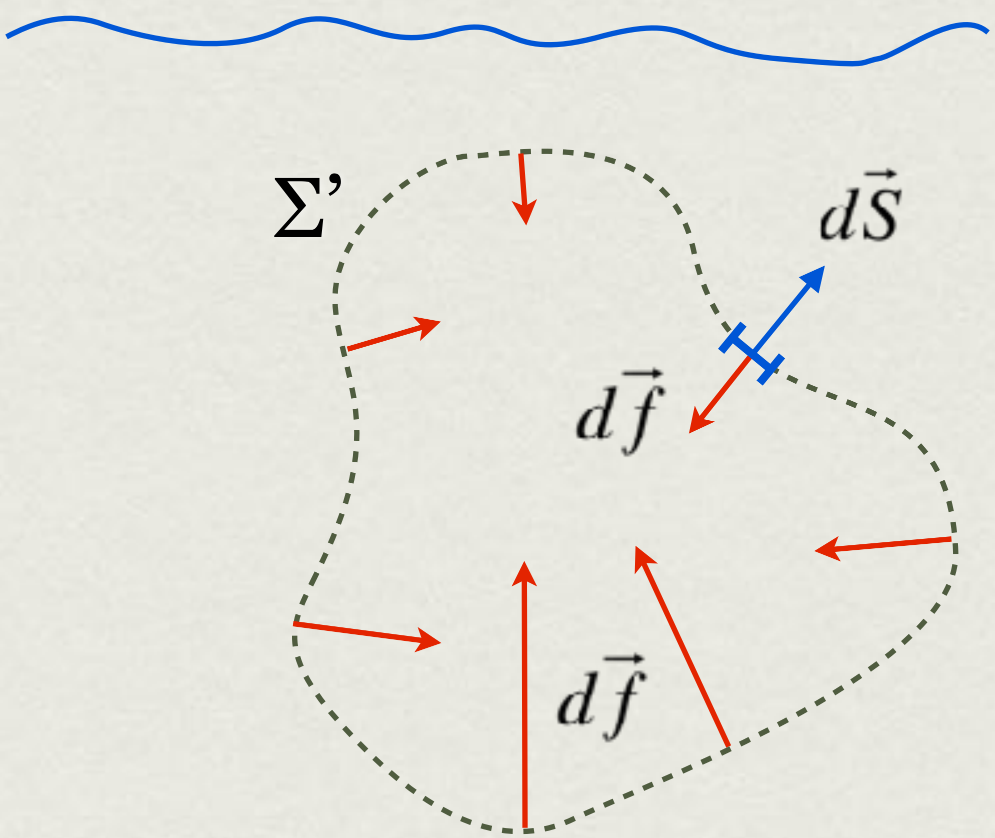
Démonstration

α - Cas d'un corps totalement immergé dans un unique fluide

1-corps immergé



2-pas de corps => situation statique



$$\boxed{\vec{\Pi} = -\vec{P}_{eau\_déplacée}}$$

ex :

1 situation de gauche :

a - On note Π1 la résultante des forces surfaciques de pression

Ecrire son expression comme une intégrale double.
On ne cherchera pas à la calculer.

b - Ecrire le PFD sur le système 1. Que représente le poids ?

2 situation de droite :

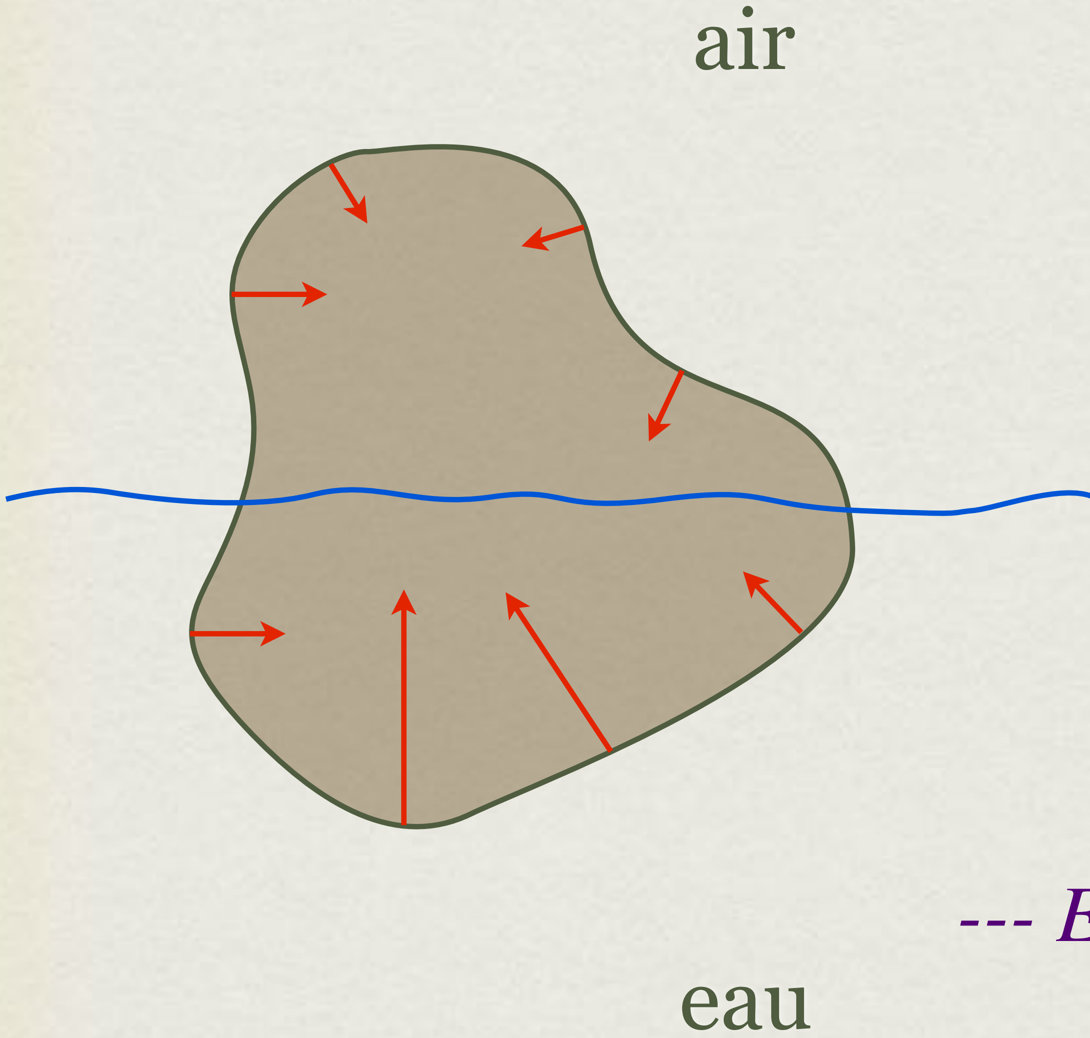
a - On note Π2 la résultante des forces surfaciques de pression

Quelle est son lien avec Π1 ? On suppose que la frontière du système ainsi que le champ de pression sont les mêmes qu'en 1.

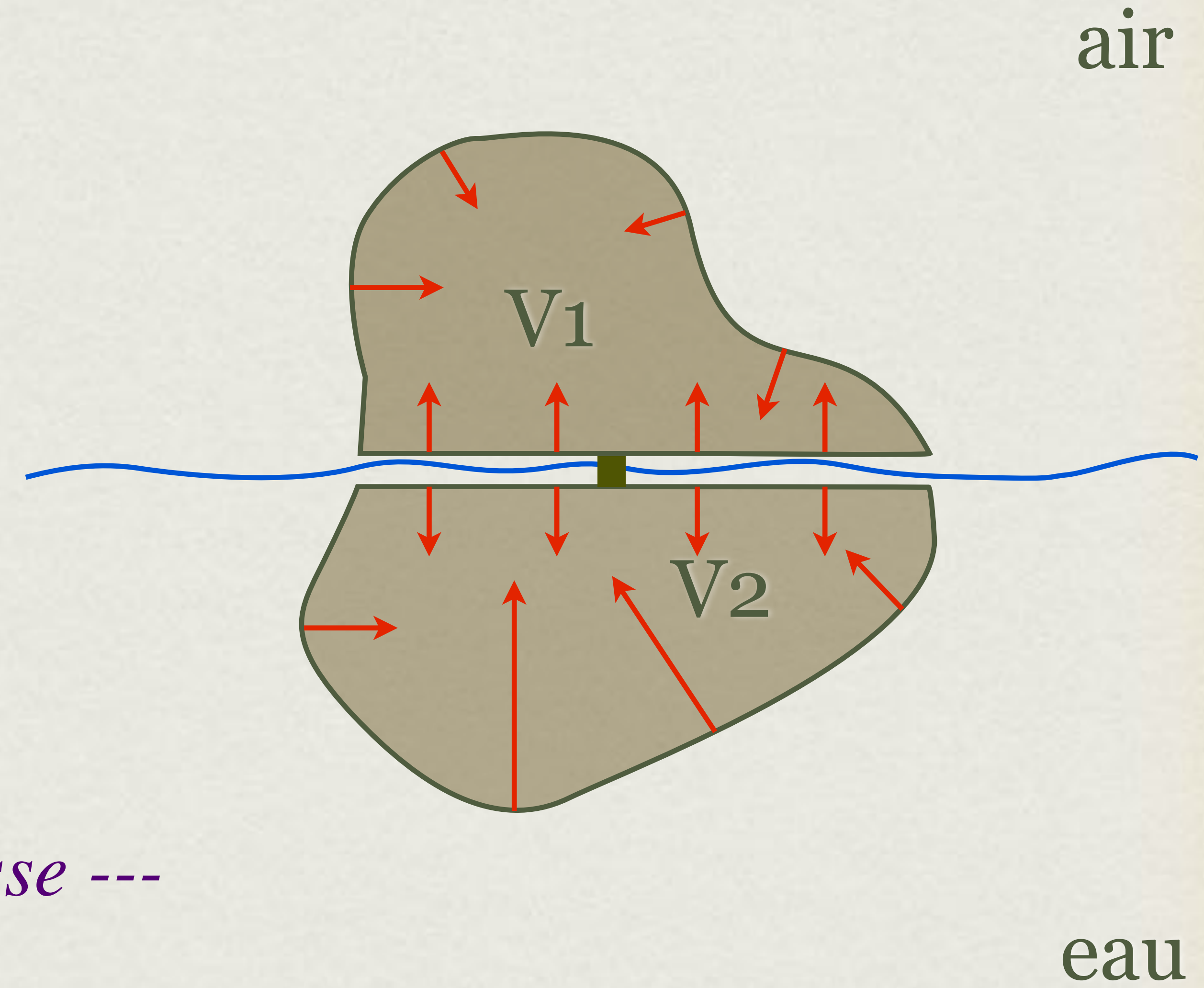
b - Ecrire le PFD dans le cas de la statique. Justifier le caractère statique.
Que représente le poids du système ?

c - En déduire la poussée d'Archimède.

β-totalement immergé à l'interface entre deux fluides



<=>



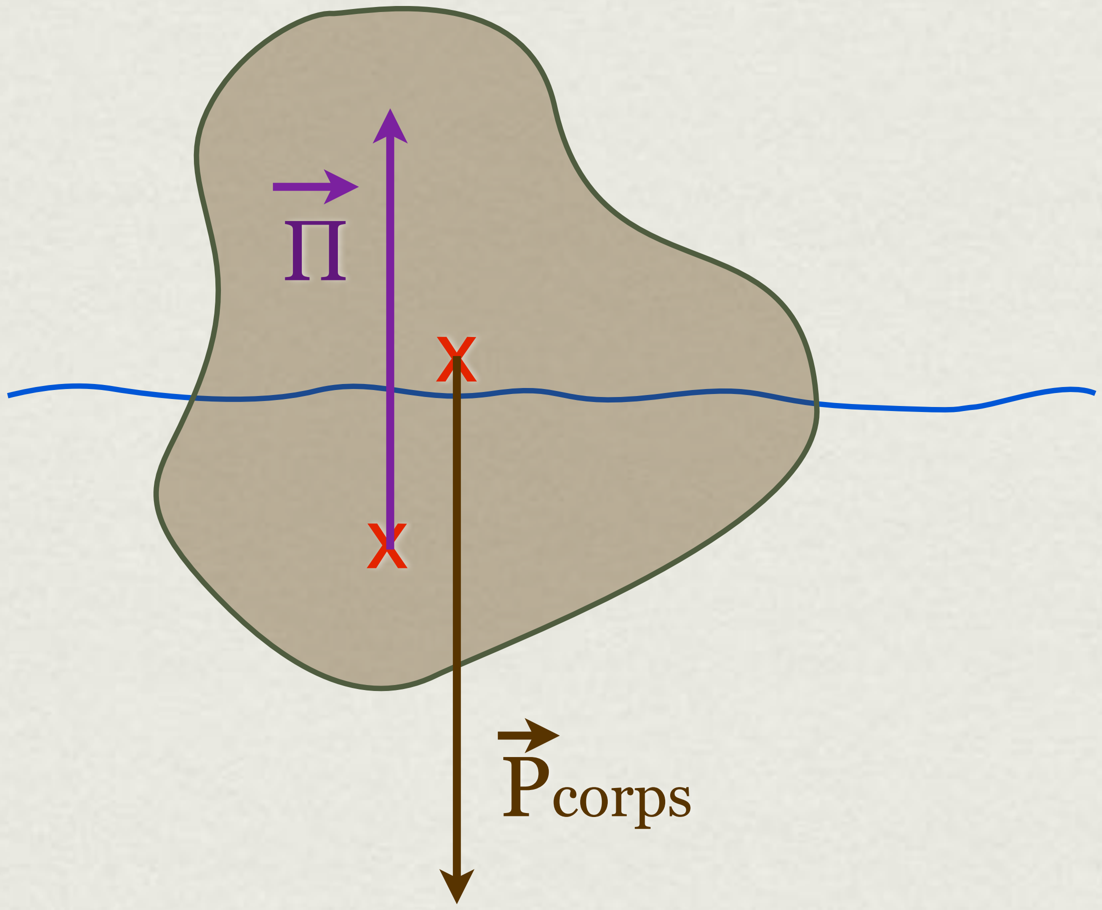
--- En classe ---

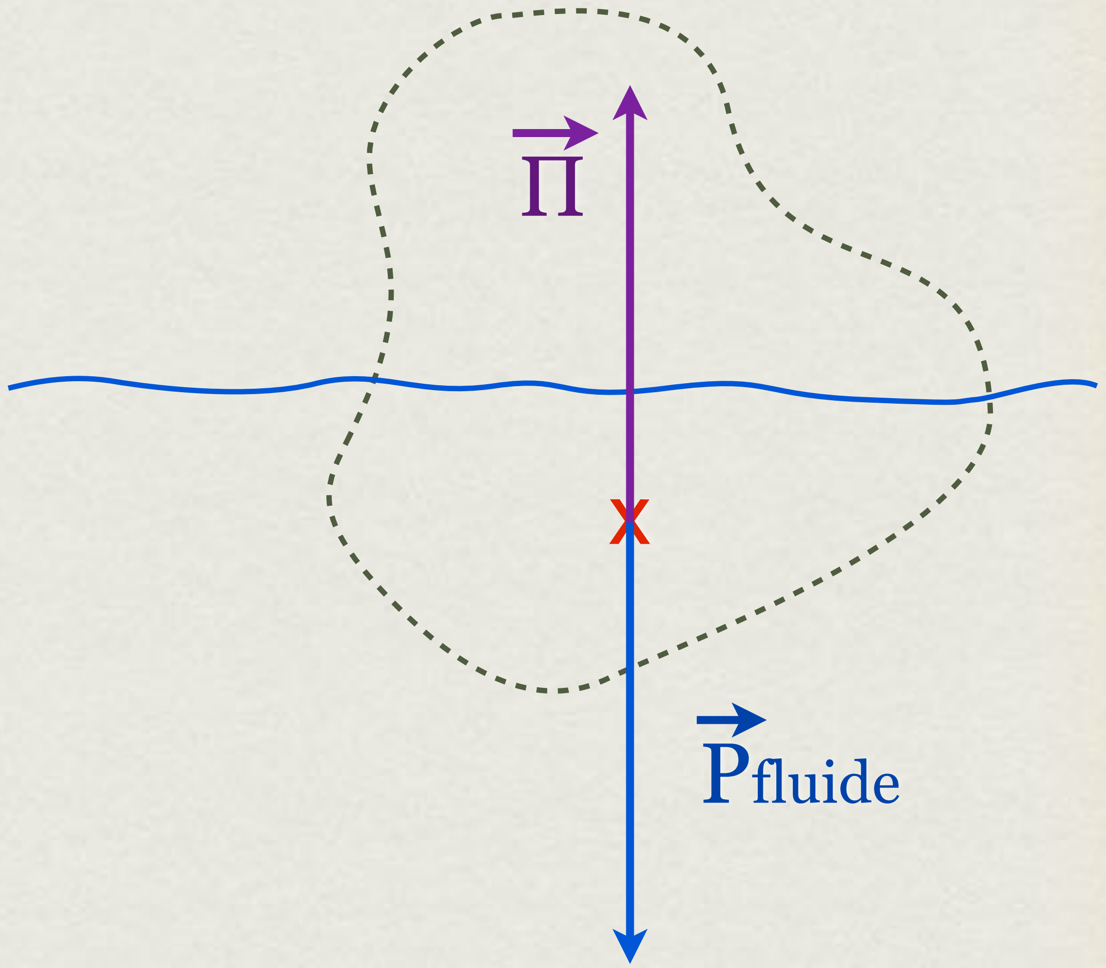
Rq : $\rho_{eau} \sim 775 . \rho_{air}$

Attention : on distinguera centre de gravité et centre de poussée

Si le corps n'est pas <u>homogène</u> ou qu'il se trouve à l'interface entre deux fluides :

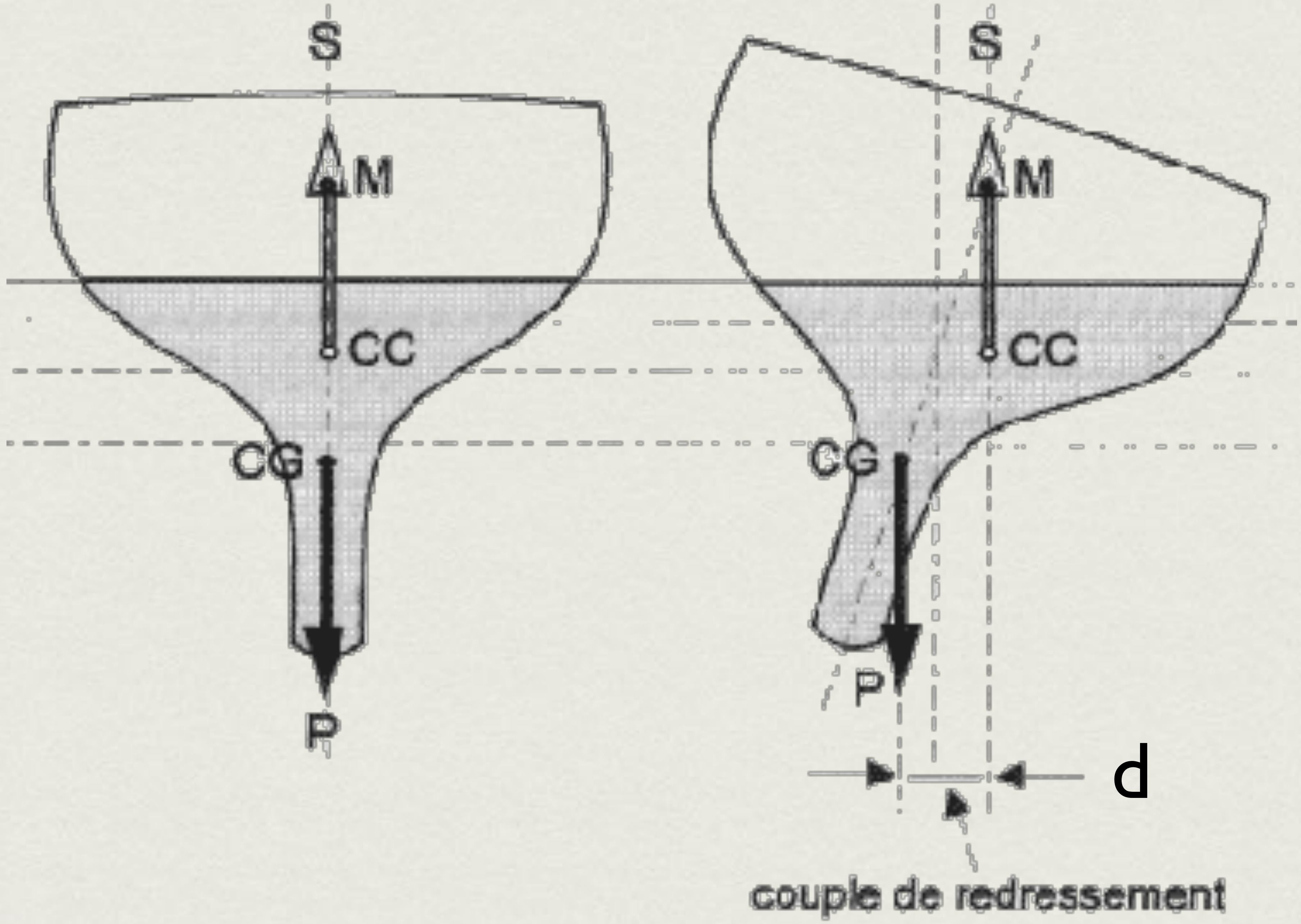
ces deux points sont distincts   Ex : bateau





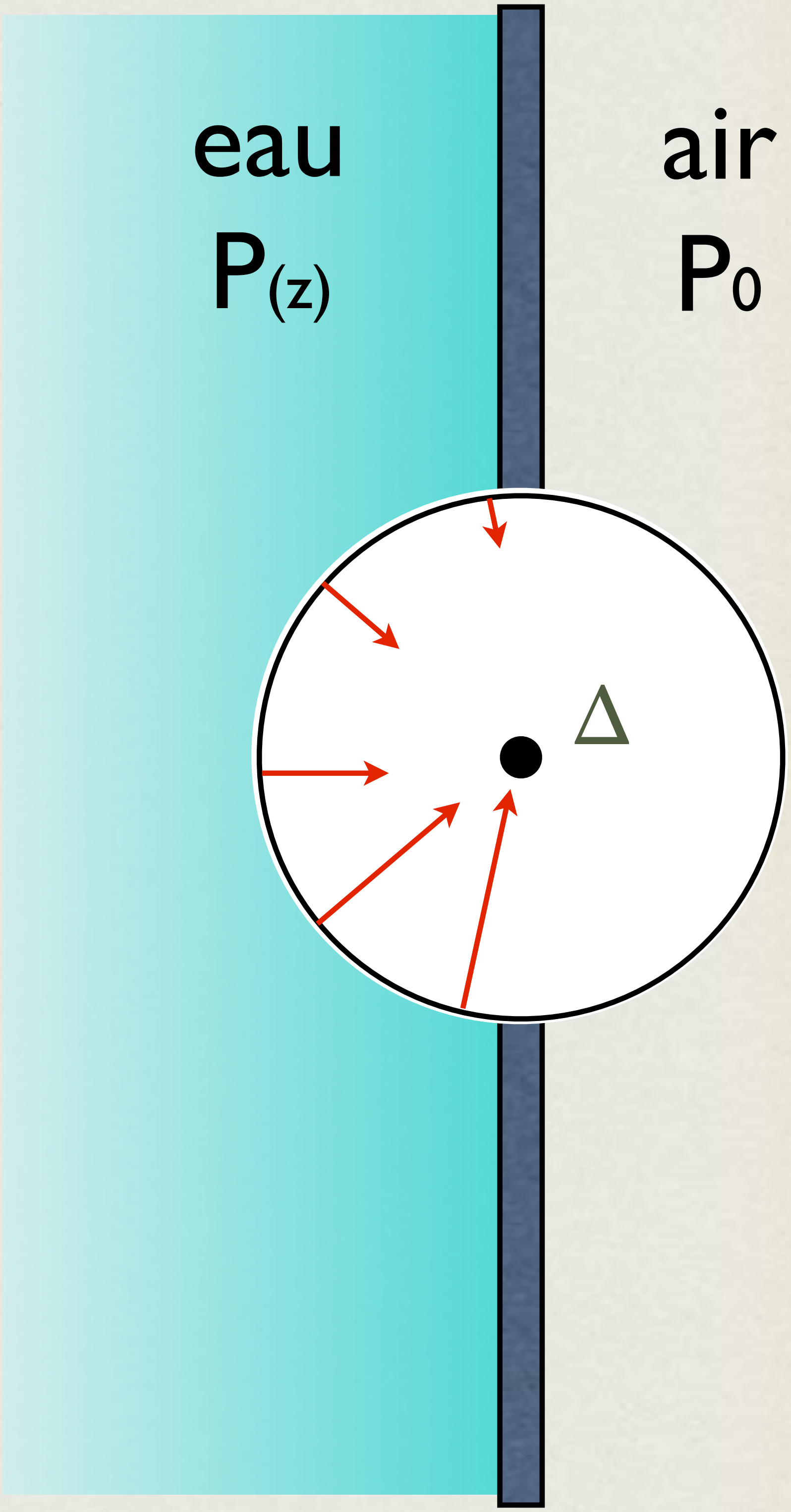
Application : quille de bateau

Trouver le couple de force qui agit sur le bateau



Paradoxe d'Archimède :

Cf - TD



Propriété :

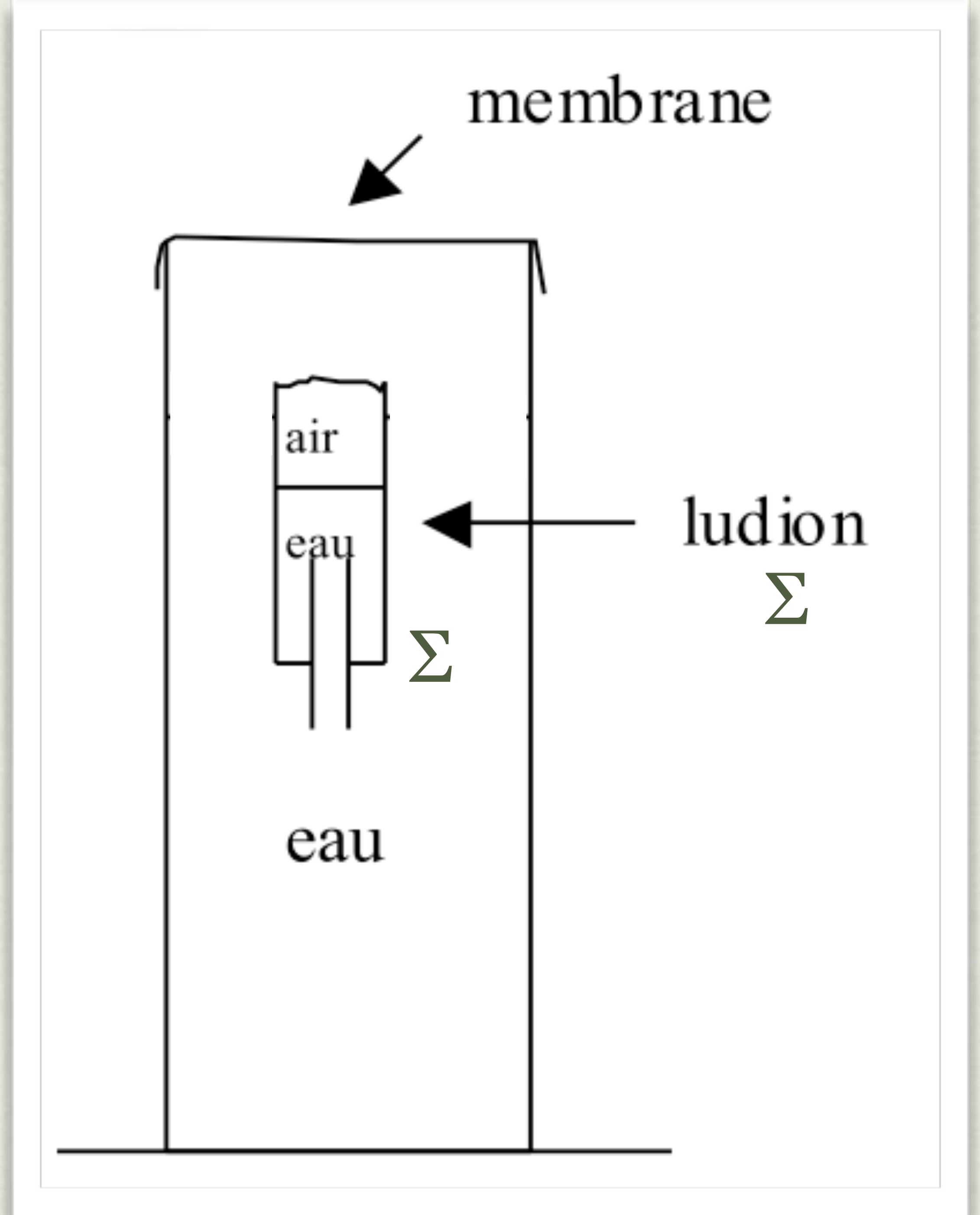
On ne peut pas appliquer Archimède si on ne peut pas remplacer le corps par un ou des fluides en équilibre

- Expérience ludique :

Le Ludion

Σ={Verre+caoutchouc+air+tube}

(c-à-d tout sauf l'eau)



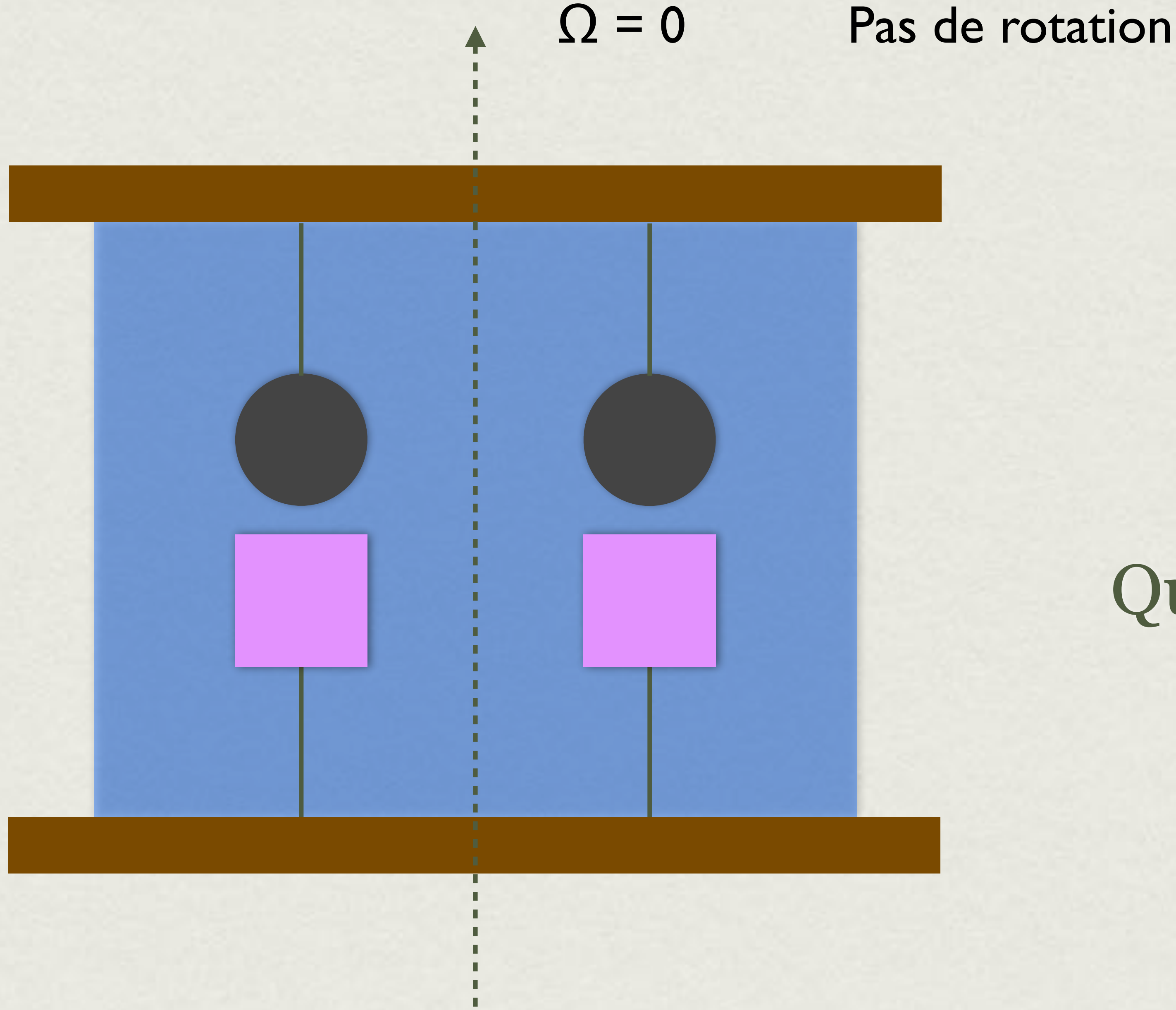
1- Ludion moins dense que l'eau

--- En classe ---

2- Ludion plus dense que l'eau

Principe du sous-marin

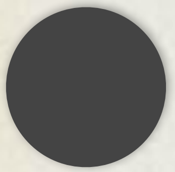
- Archimède en référentiel non galiléen :



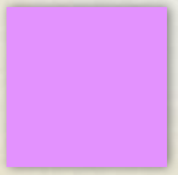
QPUC :

Qui s'écarte le plus

si on tourne ?

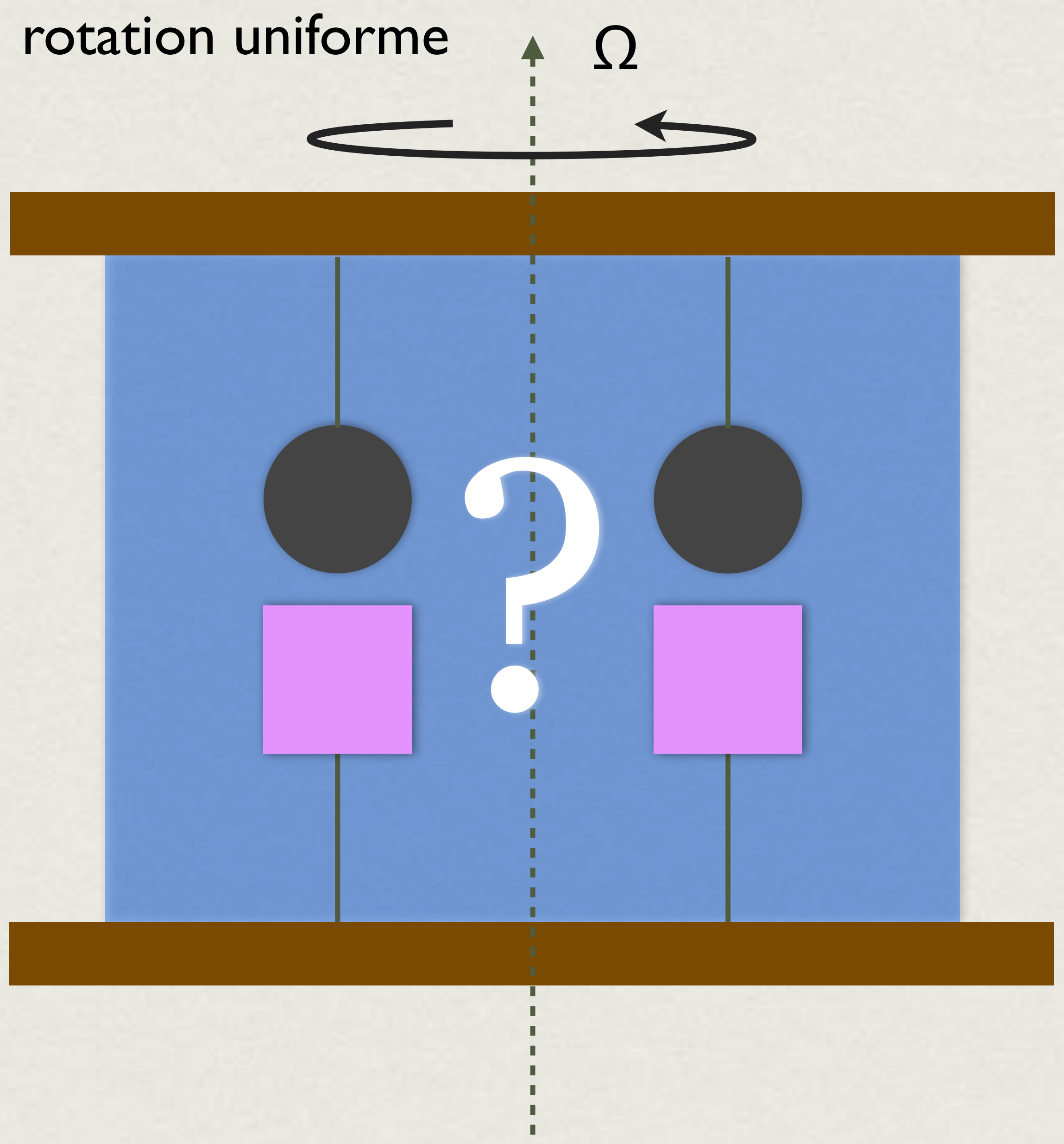


Fer plus dense que l'eau



Polystyrène moins dense que l'eau

- Archimède en référentiel non galiléen :



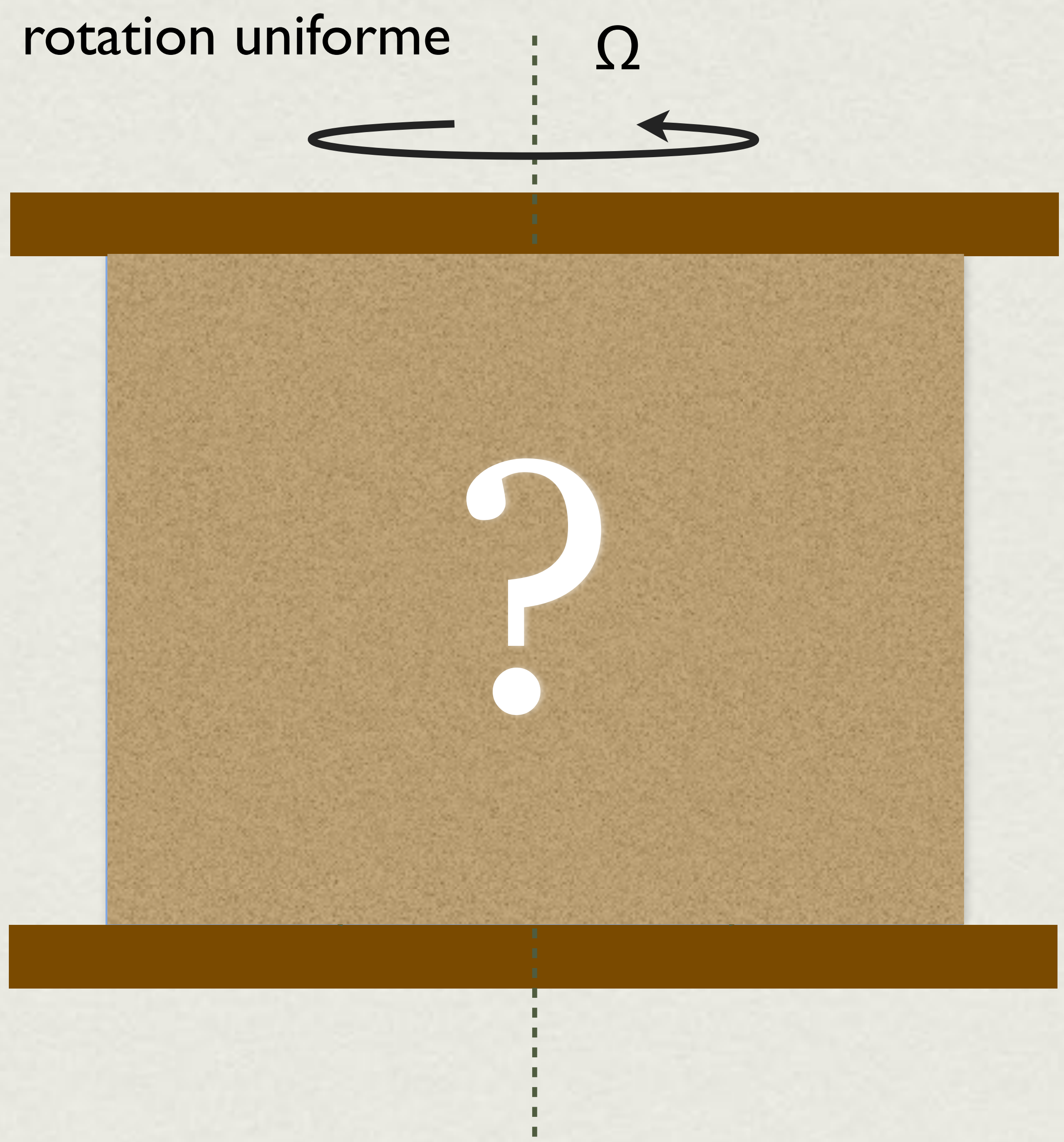
QPUC :

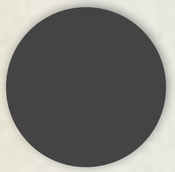
Qui s'écarte le plus si on tourne ?

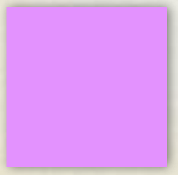
Fer plus dense que l'eau

Polystyrène moins dense que l'eau

- Archimède en référentiel non galiléen :




Fer plus dense que l’eau


Polystyrène moins dense que l’eau