

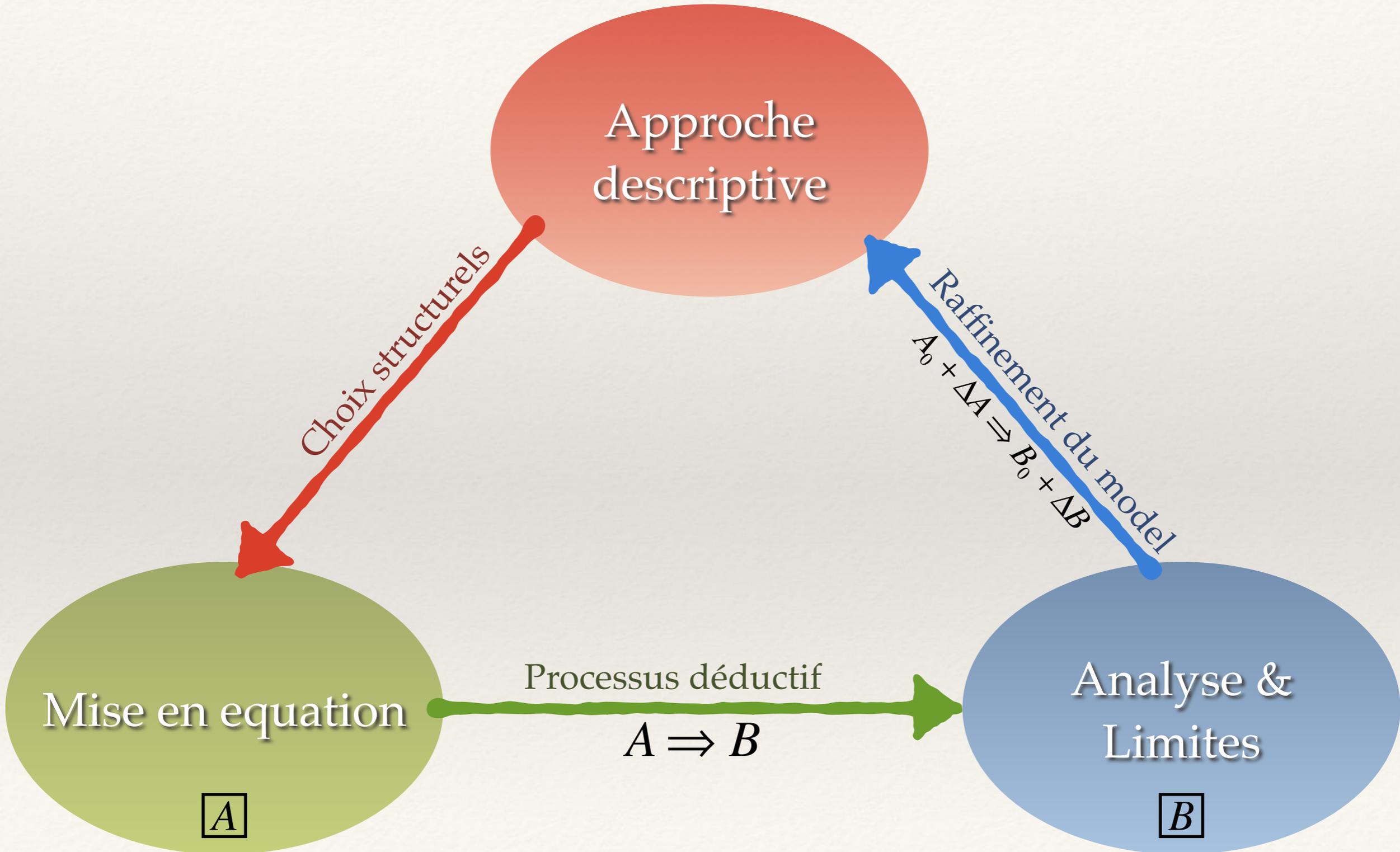
Processus de modélisation

Classes de Capacités

Objectif :

Résumer les capacités

Le processus de modélisation est une démarche itérative a priori sans fin !



Les classes de capacités :

I Approche Descriptive du Problème

C2M : Cadre de Modélisation

O2R : Objets de Représentation (choisir ou reconnaître)

II Mise en place mathématique du Model

BGC : Bilan des Grandeurs Conservatives

LEG : Loi d'Évolution des Grandeurs

RPB : Relation Périphérique de Base

III Analyse des limites du model

ERG : Exploitation d'une Représentation Graphique

ECL : Etude des Cas Limites (et analogies théoriques)

V2R : Validation du Résultat (cas particuliers simples)

I Approche Descriptive du PB

Phase constructive : il s'agit de donner des fondations à notre model \boxed{A}

C2M : Cadre de modélisation

- Faire des hypothèses
- Accepter des simplifications
- se donner des objectifs de modélisation
- Quantifier les écarts aux hypothèses : $A \rightarrow A_0 + \Delta A$

O2R : Choisir un Objet de Représentation

- Utiliser les symétries pour simplifier les objets de représentation
- Formaliser le model par le choix d'objets mathématiques adaptés

C2M : Circonscrire du Model

==> Utiliser les ODG pour proposer des HYPOTHÈSES

L'évaluation des ODG permet de proposer des hypothèses simplificatrices :

ex : A partir des ODG des forces de frottement

- on peut justifier que l'effet des frottements fluides sera négligeable
- ou bien qu'ils seront modérés => proportionnels à la vitesse.
- ou encore qu'ils seront conséquents => proportionnels au carré de la vitesse.

Aucune proposition n'est exacte, mais chacune est une modélisation plus ou moins vraisemblable de la réalité selon les cas.

==> Utiliser les symétries du problème

- Symétrie / antisymétrie plane
- Problème à une dimension => pb vectoriel devient scalaire
- Régime stationnaire => pb ne dépend pas du temps (électrostatique, loi des noeuds)
- Invariance par translation, par rotation

Principe de Curie : La symétrie des causes se retrouve toujours dans les effets

O₂R : OBJETS de REPRÉSENTATION

Ils concernent les choix structurels de la modélisation

- scalaire algébrique
- nombre complexe
- point matériel / système
- vecteur attaché en un point
- champ scalaire
- champ de vecteurs
- vecteur surface

Ce sont les « **abstractions** » de base

L'objet au sens large peut être une relation entre ces objets de base ou encore la solution d'une équation :

- équation différentielle scalaire / vectorielle
- Forme canonique algébrique / différentielle
- Solutions des équations différentielle de base

Chaque objet peut aussi être le résultat d'une opération entre différents objets :

- add. / sous. / mult. / div.
- module / argument
- norme / dérivation / intégration
(d'un réel, complexe ou même un vecteur)
- produit scalaire : de 2 vecteurs donne un réel
- produit vectoriel : de 2 vecteurs donne un vecteur
- gradient d'un champ scalaire : donne un champ de vecteur
- intégrale d'un champ de vecteur
 - sur une surface -> donne un vecteur
 - à travers une surface -> donne un scalaire (flux)
 - le long d'un contour orienté -> donne un scalaire (circulation)

D'une opération on dit qu'elle mange des objets et qu'elle retourne un objet

$$\text{op}(A, B) = C$$

II Mise en place mathématique du Model

Phase déductive : les déductions sont exactes car mathématiques

$$\boxed{A} \quad A \Rightarrow B$$

Principe généraux de physique : **Les objets sont soumis aux lois de la physique !**

- Conservation de l'énergie, Qté de Mvt., moment cinétique
- Loi d'évolution des grandeurs (PFD, TEM, id. thermo, eq° Maxwell
loi des mailles, des noeuds)

Règles de modélisation des objets : Les objets ne sont eux mêmes qu'un model,
valables au sein d'un cadre de modélisation.

- Modélisation par des lois linéaires ($U=RI$, frottement linéaire, loi de Hooke)
- Systèmes centrés dans les cond° de Gauss.
- Mouvement dans un champ de forces centrales conservatives.

BGC : Bilan de Grandeurs Conservatives

On peut rechercher une **équation** sous forme **algébrique**

Typiquement on fait un bilan entre deux « points » A et B correspondant à deux instants différents, ou deux états entre lesquels le système évolue de façon conservative :

Ex : Bilan d'énergie

$$E_m^A = E_c^A + E_p^A = E_c^B + E_p^B = E_m^B$$

autre déclinaison : avant et après

Ex : loi de réfraction

$$n_1 \sin(i_1) = n_2 \sin(i_2)$$

LEG : Loi d'Évolution des Grandeurs

On peut rechercher une **équation** sous forme **différentielle**

Les principes de physique nous donne l'écriture instantanée d'une loi d'évolution ou d'une loi de conservation :

Ex : Bilan de Qté. de Mvt.
PFD

$$\frac{d\vec{P}}{dt} = m\vec{g} - \lambda\vec{v}$$

$$\vec{P} = m\vec{v}$$

(Qté. de Mvt.)

Forme instantanée des principes (à l'instant t)

Ex : Bilan d'énergie.
PFD

$$\frac{dE_m}{dt} = P_{nc}$$

$$E_m = E_c + E_p$$

(énergie
mécanique)

RPB : Relations Périphériques de Base

Ce sont toutes les relations qui ne sont pas l'expression directe des principes mais sont indispensables pour modéliser les objets du problème, et donc pour mettre en oeuvre les principes :

Lentille : $\gamma \equiv \frac{\overline{OA'}}{\overline{OA}} = -\frac{\overline{F'A'}}{f'}$

Formule de grandissement

Loi de Hooke : $\vec{T} = -k(L - L_0)\vec{e}_x$

modèle de force de rappel linéaire

Bobine : $U_L = L \frac{di}{dt}$

caractéristique de dipôle linéaire

III Analyse des limites du model

Retour critique sur le model

$$A_0 + \Delta A \Rightarrow B_0 + \Delta B$$

- Quelles sont les conclusions légitimes du modèle ?
- Justifier les écarts éventuels à une expérience ou à un autre modèle
- Quantifier les écarts attendus
- Raffinement du model => démarche itérative

ERG : Exploitation d'une Représentation Graphique

Dans la plupart des chapitres, le résultat de la modélisation pourra être représenté de manière plus synthétique par un ensemble de courbes :

- interférence à deux ondes —> hyperboloïdes
- réponse en fréquence —> comportements résonnants
- diagramme de Bode —> filtrage
- trajectoire des planètes —> bilan d'énergie
- cycle moteur —> analyse performance
- diagramme de Raveau —> machine thermique
- changement d'état —> bilan thermodynamique

Dans tous les cas la connaissance de **ces représentations graphiques permet un gain de temps considérable** lorsque l'on aborde un sujet de concours. Elle permettent de **prendre ses repères** en quelques instants. Dans le cas contraire on avance en aveugle.

ECL : Etude des Cas Limites

Il s'agit de réduire le résultat général obtenu à un cadre plus réduit :

- Limite sur l'indice optique $n = 1$ ou $n \rightarrow \infty$.
- Limites quand le temps tend vers l'infini, vers 0.
- Limites à basse fréquence, haute fréquence, à la résonance.
- Limite en l'absence de pesanteur, pour une résistance électrique nulle, en l'absence de frottement etc...
- Limite du conducteur parfait, fluide parfait
- Limite vers une évolution quasi-statique

Tout est envisageable, pourvu que l'on puisse comparer le résultat obtenu à une situation déjà étudiée, ou à un cas classique vu en cours.

Les analogies :

Elles jouent un rôle essentiel pour une bonne **mémorisation** / **compréhension** du cours :
Des pans entiers du cours sont transposables d'un chapitre à un autre.

Analogie électro-mécanique

Analogie translation pure, rotation pure

Les équations et formes canoniques des chapitres de mécanique linéaire se retrouvent exactement à l'identique en électrocinétique linéaire (et en filtrage).

Analogie cinématique physique / cinétique chimique

Analogie filtrage en physique / système bouclé SI

V2R : Validation du Résultat

Nos hypothèses bien que simplifiées sont toujours entachées d'une erreur (inexactitude du modèle, incertitude sur la valeur d'un paramètre, d'une mesure, etc...)

La théorie permet de déduire une valeur associée à ces valeurs ou mesure, mais elle permet de surcroît de prévoir l'incertitude dont sera entaché le résultat de la prédiction :

$$A_0 + \Delta A \Rightarrow B_0 + \Delta B$$

Une prédiction scientifique n'est JAMAIS exacte en elle même, car elle repose sur un modèle qui ne sera jamais exact. Exemple : « un cercle ça n'existe pas ! »

Ce qui est exact en revanche, c'est la donnée de la prédiction combinée à l'erreur dont elle est entachée.

Ainsi une valeur calculée sans indication d'erreur n'a aucune valeur scientifique