Induction 4

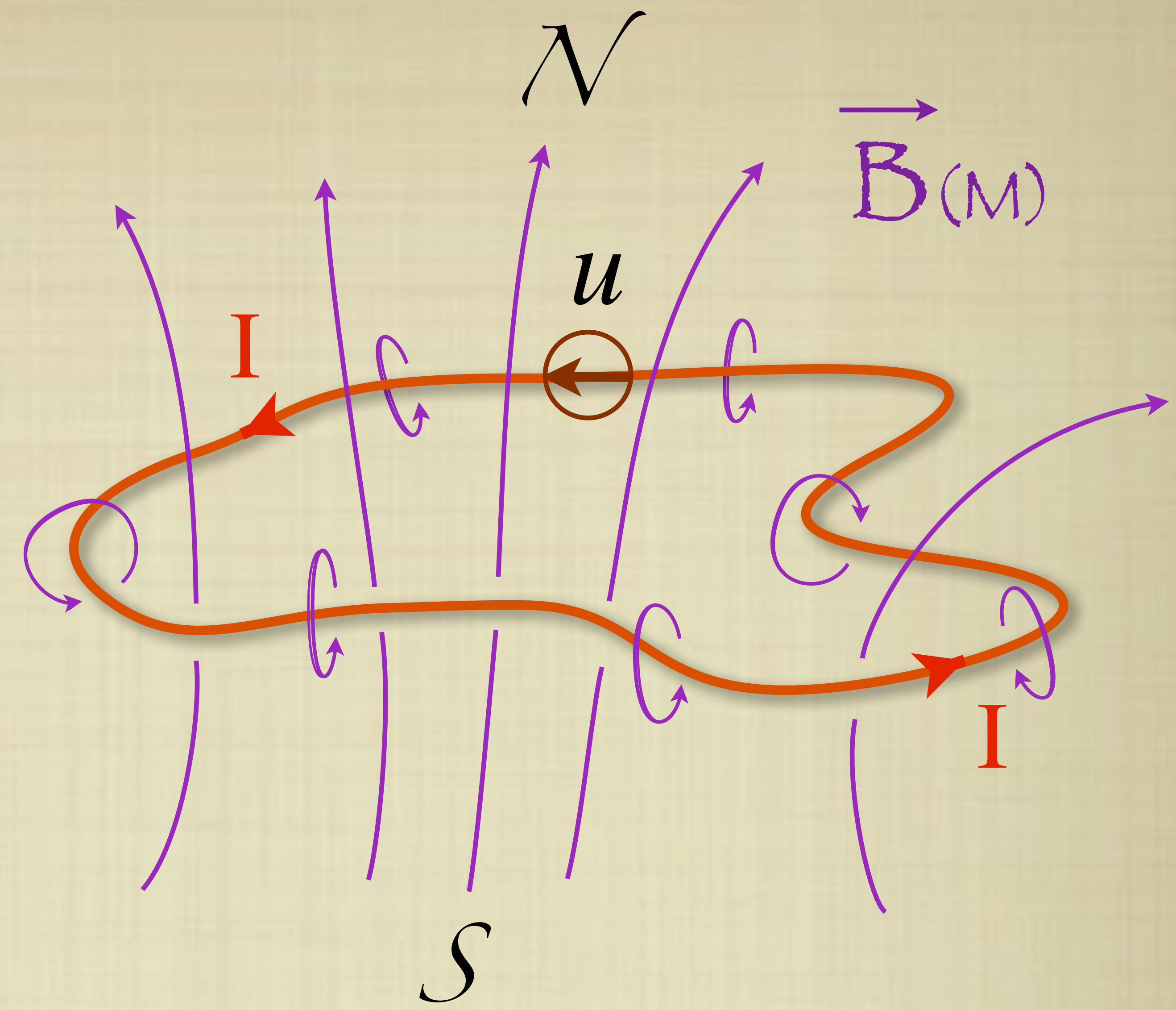
Circuit fixe dans un champ magnétique qui dépend du temps

- inductance propre (self) lien avec l'énergie
  exemple du solénoïde + ODG
- Circuit électrique équivalent
  flux propre et extérieur
- inductance mutuelle : +transformateur
  Etude complète de deux circuits couplés
- Bilans d'énergie

1 - Auto-induction

α - Inductance Propre L

On considère un circuit fixe loin de toute source extérieure de champ magnétique, mais parcouru par un courant I.



Chaque élément de $\overrightarrow{d\ell}$ courant en P produit pourtant un champ magnétique élémentaire dans tout l'espace tel que ∀ M :

$$\overrightarrow{dB}_{P\to M}(M) \propto I$$

Le champ B résultant est la somme sur tous les points P du circuit : $\boxed{\vec{B}(M) = \int_{\Gamma} \overrightarrow{dB}_{P\to M} \propto I}$

> En tout point de l'espace le champ magnétique est proportionnel à I, et son flux à travers le circuit électrique sera donc proportionnel à I.

Soit le flux propre :

$$\Phi_{\Gamma}^{propre} = \iint_{\Sigma} \vec{B}(M)d\vec{S} \propto I$$

Où Σ est une surface qui s'appuie sur le contour Γ .

Le résultat de l'intégrale est très complexe à obtenir en général, car il dépend de la forme géométrique exacte du circuit. [Pour le calcul du champ magnétique puis de son flux]

On introduit donc le coefficient de proportionnalité L, que l'on appelle inductance propre ou self. Celle-ci se mesure en Henry (H).

$$\boxed{\Phi_{\Gamma}^{propre} = LI}$$

Ampère (A)

Weber (Wb)

Henry (H)

Exercice :

En comptant I positif dans le sens du contour orienté, déterminer le signe du flux en fonction de celui du courant. Conclure sur le signe de L

Application à un solénoïde infini :

Les théorèmes de seconde années [Th. d'Ampère] permettent de calculer le champ magnétique pour des circuits aux géométries simples, comme le solénoïde infini.

On montre en effet que le champ magnétique est uniforme au sein d'un solénoïde infini, et vaut :

$$\boxed{\overrightarrow{B} = \mu_0 n I \overrightarrow{e_z} = \mu_0 \frac{N}{\ell} I \overrightarrow{e_z}}$$

On en déduit l'expression du flux propre :

Soit l'inductance L :

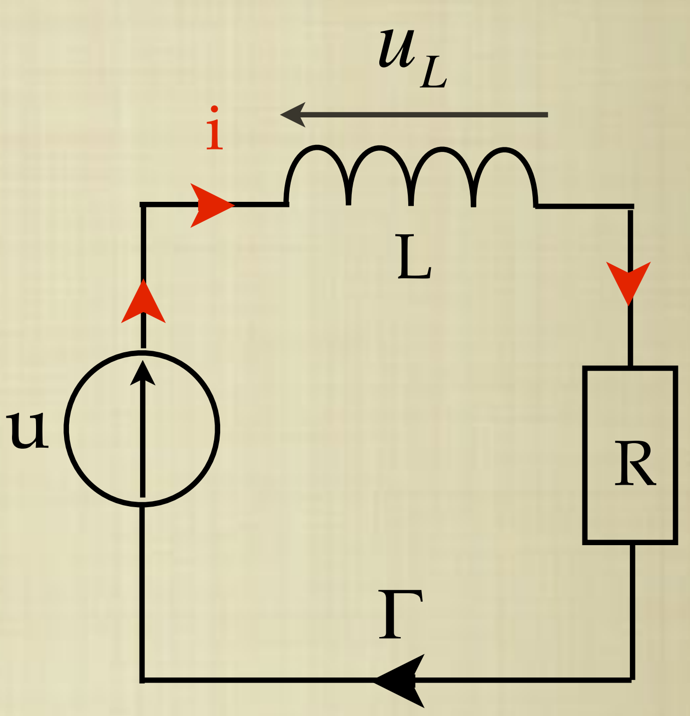
Ordre De Grandeur (ODG) :

β - Modélisation d'un circuit électrique isolé d'influences extérieures

- Dans le cas isolé , le flux se réduit au flux propre.

$$\boxed{\Phi = \Phi_{propre} = Li}$$

- Le circuit électrique est modélisé par la mise en série de :



[sens du contour orienté]

=> Flux rentrant dans le tableau positif

⊗

Une inductance idéale L (CR):

-> représentant tout le flux propre

$$\boxed{\Phi_{propre} = Li}$$

Un générateur de tension idéal u(t) :

-> générateur autonome quelconque.

Une Résistance R :

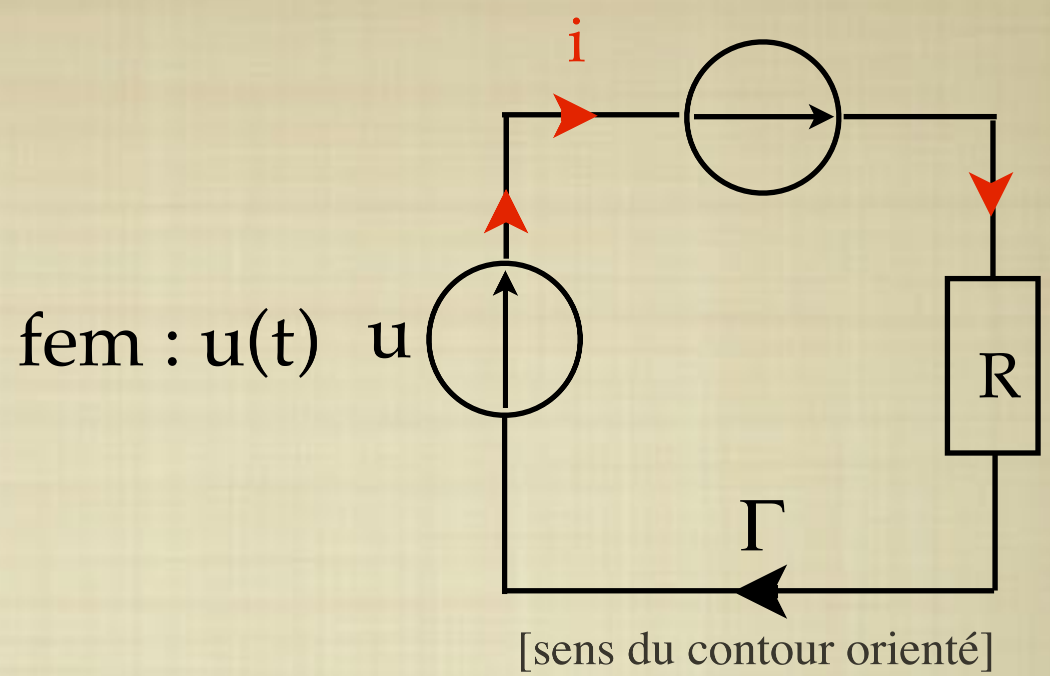
-> Résistance de l'ensemble du circuit (fils, générateur, etc...)

Rq : On n'a pas besoin de représenter la géométrie exacte du circuit.

Application de la loi de Lenz :

CG => fcem : e(t)

Le générateur u(t) => fem, tente de faire varier le courant dans le circuit :



$$\boxed{e(t) = -\frac{d\Phi_{propre}}{dt} = -L\frac{di}{dt} = -u_L(t)}$$

$i(t) \nearrow \quad \Rightarrow \Phi_{propre} \nearrow \quad \Rightarrow e(t) < 0$ tente de faire diminuer le courant

Loi de modération

$i(t) \searrow \quad \Rightarrow \Phi_{propre} \searrow \quad \Rightarrow e(t) > 0$ tente de faire augmenter le courant

On appelle e(t) la force contre électromotrice (fcem) :
car elle s'oppose toujours à la variation du courant dans le circuit.

On comprend que l'on peut toujours modéliser le phénomène d'induction, par un générateur de fcem e(t), donc en convention générateur (**CG**), et dirigé dans le sens du contour orienté Γ.

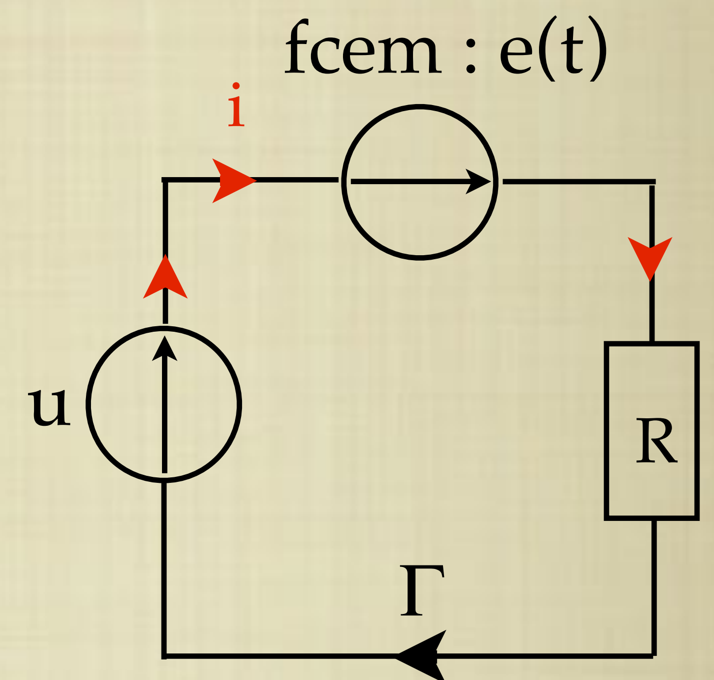
V - Etude énergétique :

δ - Modélisation du circuit électrique complet

- Dans le cas général , le flux extérieur se superpose au flux propre.
[principe de superposition des champs]

$$\boxed{\Phi = \Phi_{ext} + \overbrace{\Phi_{propre}}^{Li}}$$

- Le circuit électrique est modélisé par la mise en série de :



[sens du contour orienté]
[sens du contour orienté]

=> Flux rentrant dans le tableau positif

⊗

Un générateur de fcem en CG e(t) :

-> prend en compte tout le flux
-> dirigé dans le sens du contour

$$\boxed{e(t) = -\frac{d\Phi}{dt} = -\frac{d\Phi_{ext}}{dt} - L\frac{di}{dt}}$$

Un générateur de tension induite u(t) :

-> générateur autonome quelconque.

Une Résistance R :

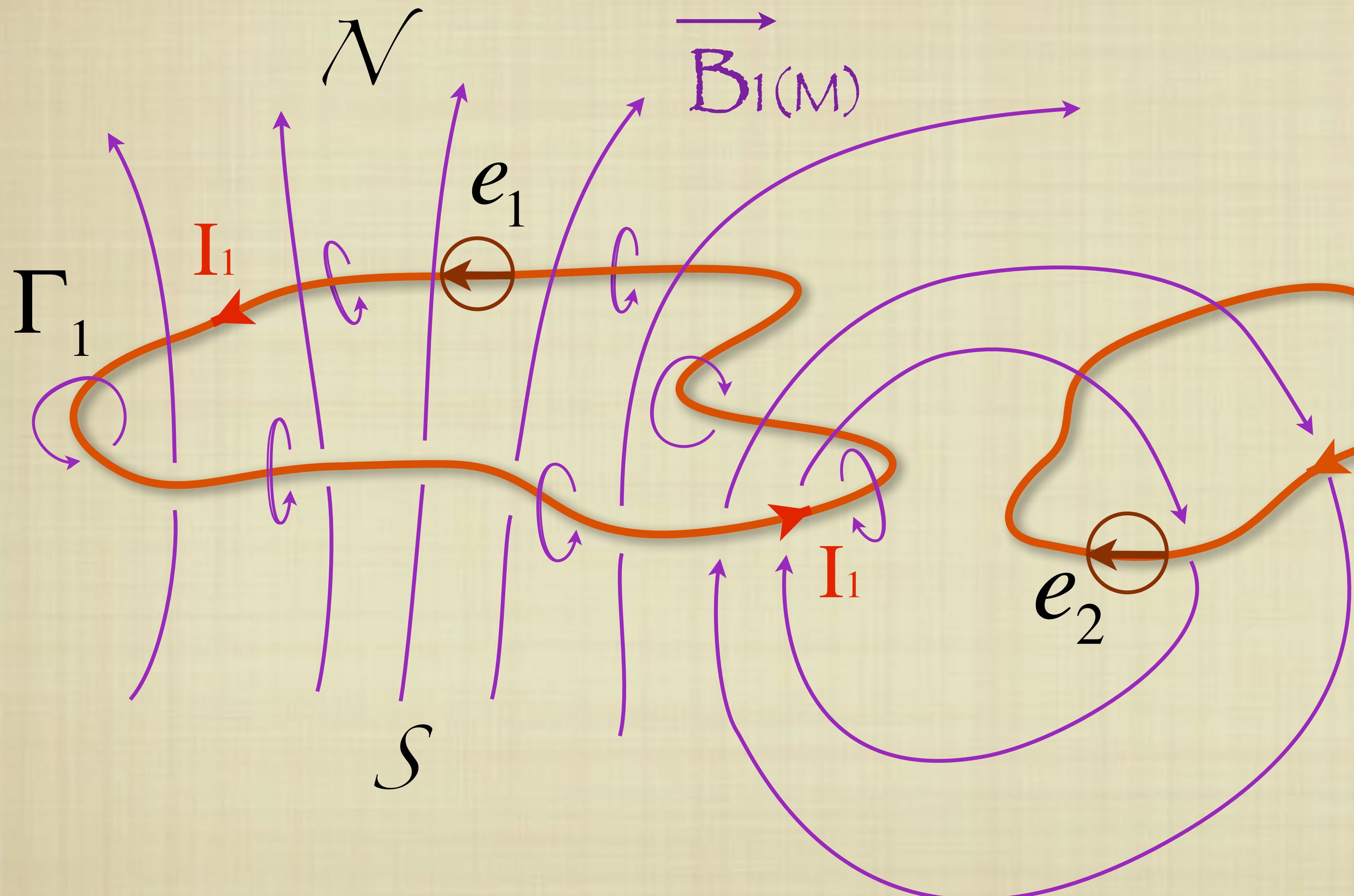
-> Résistance de l'ensemble du circuit (fils, générateur, etc...)

Rq : On n'a pas besoin de représenter la géométrie exacte du circuit.

2 - Inductance mutuelle

α - Coefficient d'inductance mutuelle M

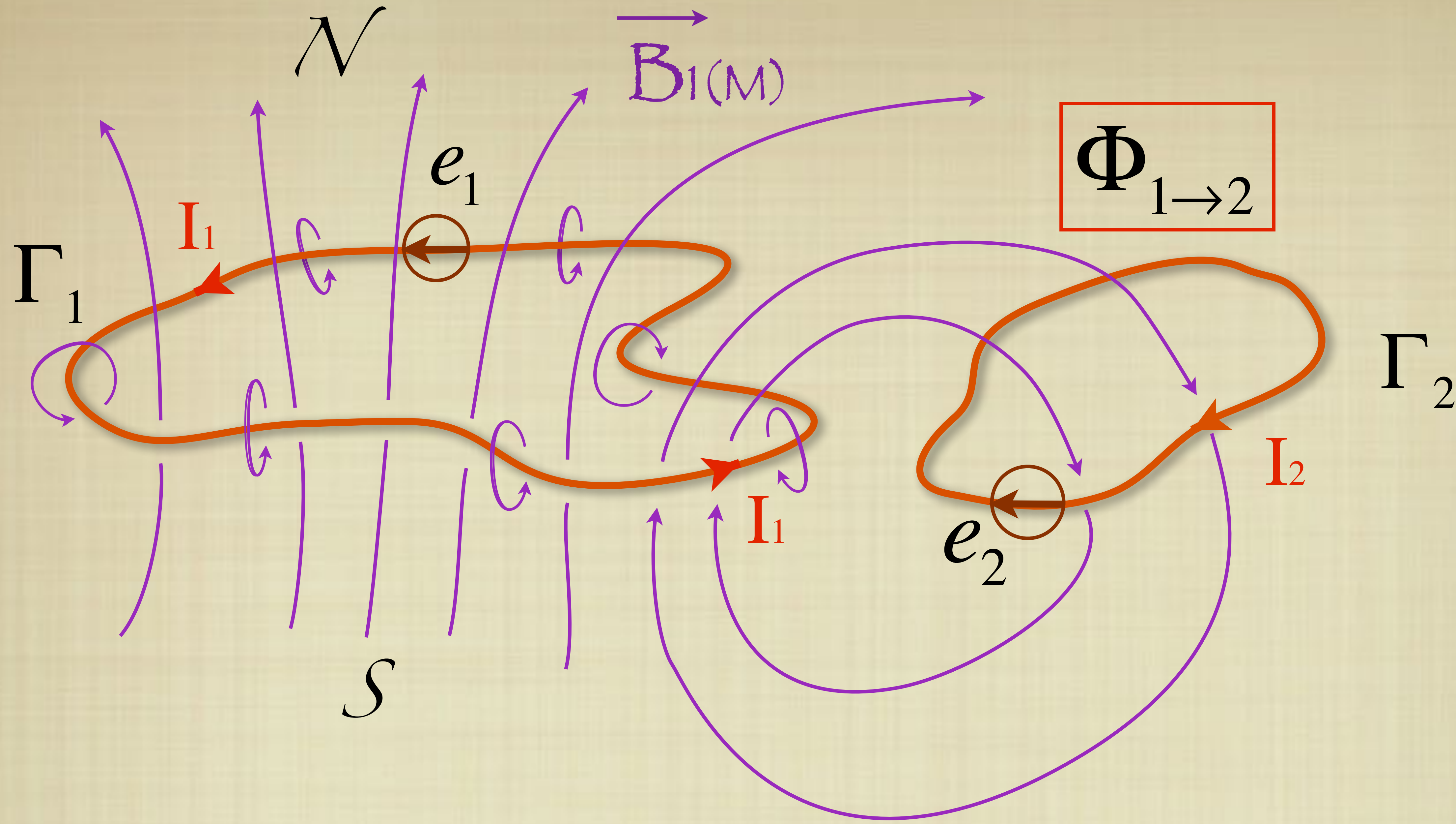
On considère ici deux circuits indexés 1 et 2, tels que les lignes de champ du circuit 1 induisent un flux, et une force électromotrice dans le circuit 2 :



$$\boxed{\Phi_{1\to 2}}$$

Par la même argumentation que pour un circuit unique, il est évident que le flux de 1 dans 2 est proportionnel au courant I_1 soit :

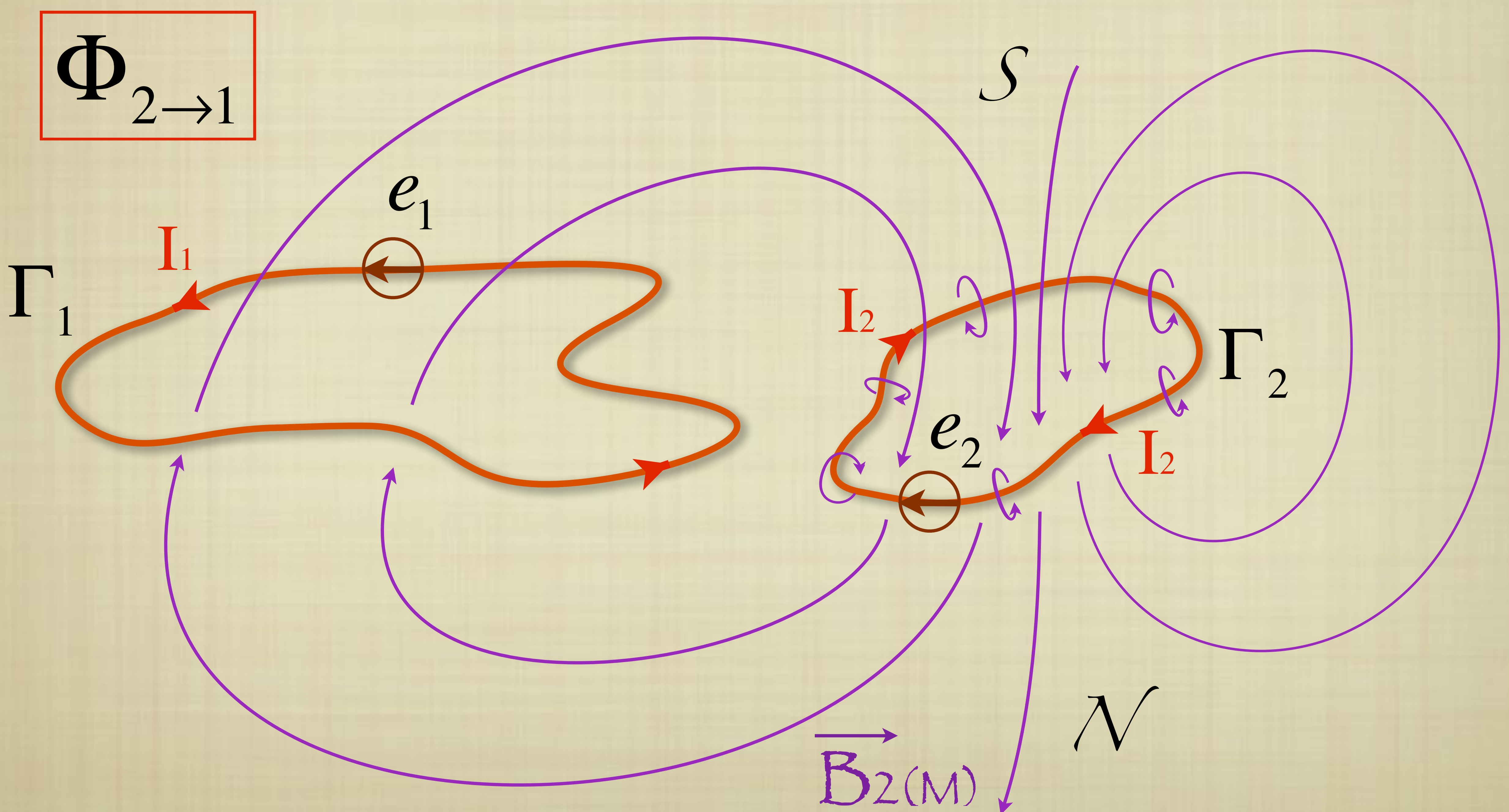
$$\boxed{\Phi_{1\to 2} = M_{21} I_1}$$



Un courant I2 apparaît ainsi dans le circuit 2 et va créer à son tour un champ magnétique.

Le courant induit I2, crée à son tour un champ magnétique B2 qui induit un flux proportionnel au courant I2 :

$$\boxed{\Phi_{2\to1} = M_{12} I_2}$$



Ces deux coefficients sont en fait égaux :

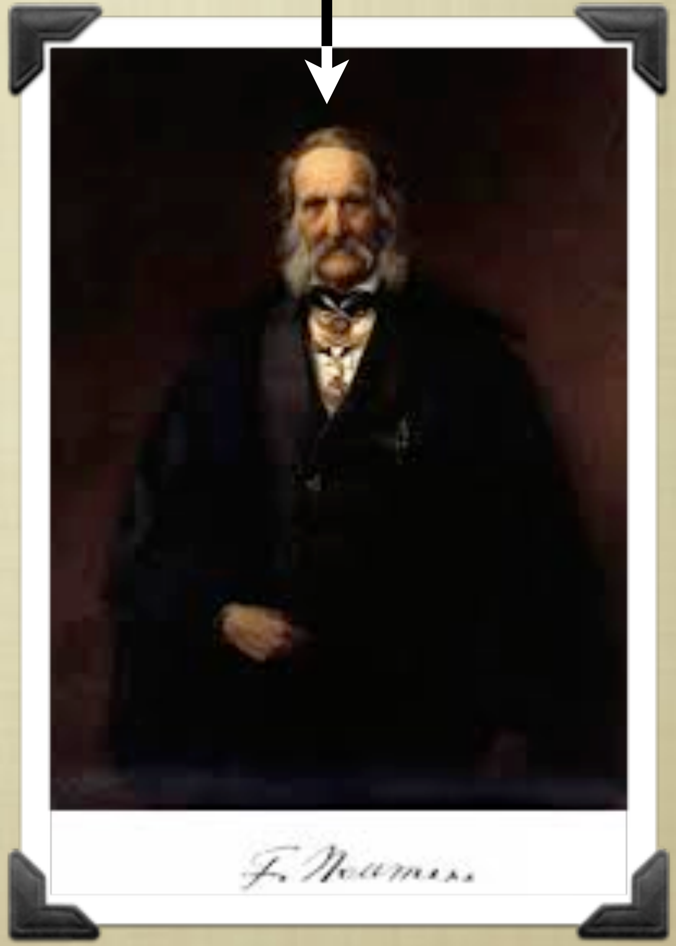
$$\boxed{M_{12} = M_{21} = M}$$

Coefficient de mutuelle inductance

[Homogène a une inductance => Henry (H)]

--- Ce résultat Admis a été établi par Franz Ernst Neumann ---

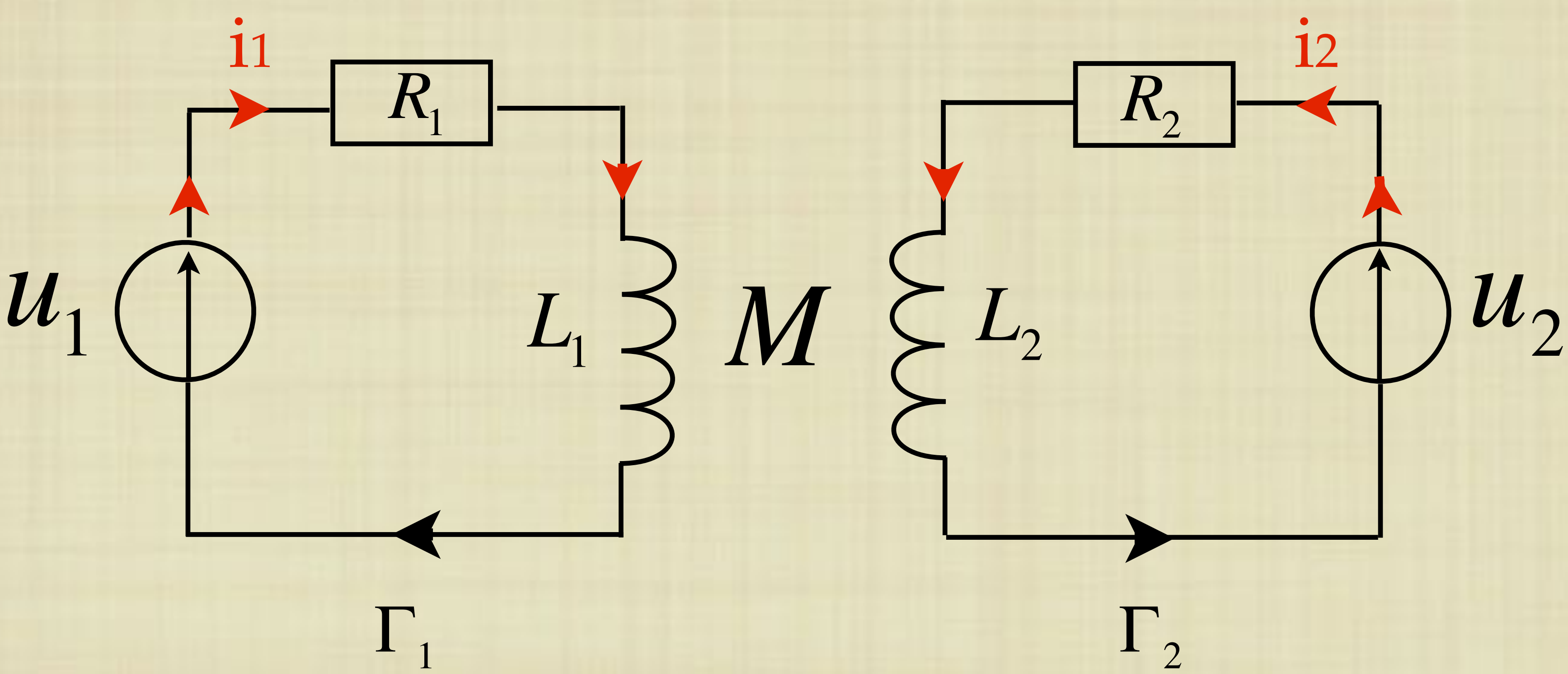
ici



β - Modélisation des circuits :

On représente les deux circuits de la manière suivante, où l'on a indiqué les inductances propres à chaque circuit ainsi que l'inductance mutuelle.

Convention Récepteur CR :



[sens du contour orienté 1]

=> Flux rentrant dans le tableau positif

⊗

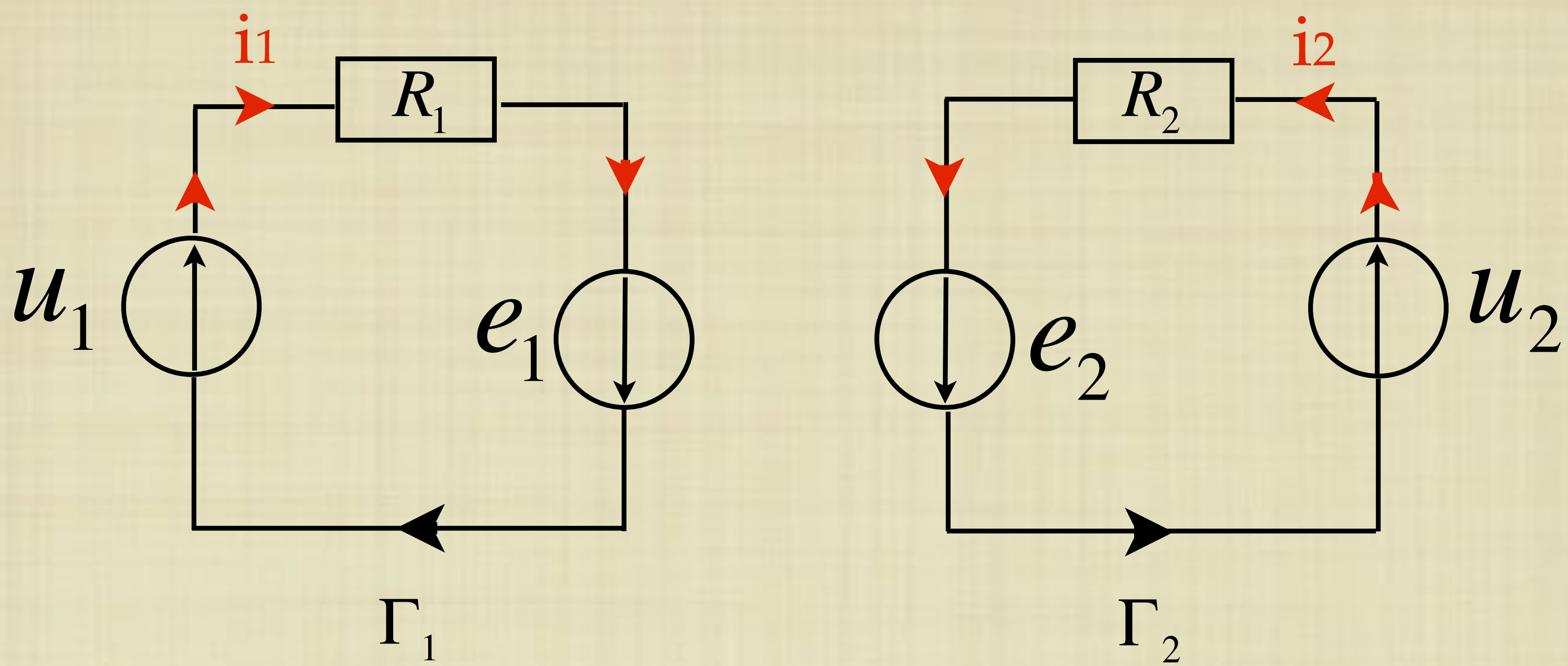
[sens du contour orienté 2]

=> Flux sortant du tableau positif

⊙

On peut également représenter les deux circuits de la manière suivante, où l'on a cette fois indiqué les fem induites dans chaque circuit.

CONVENTION GÉNÉRATEUR CG :



[sens du contour orienté 1]

=> Flux rentrant dans le tableau positif

⊗

[sens du contour orienté 2]

=> Flux sortant du tableau positif

⊙

Rq : Les générateurs de Thévenin (U_1 ; R_1) et (U_2 ; R_2) peuvent être remplacés par n'importe quel réseau électrique dans le cas général.

Equations électriques des circuits :

LDM :

Flux :

Loi de Faraday :

$$e(t) = -\frac{d\Phi}{dt}$$

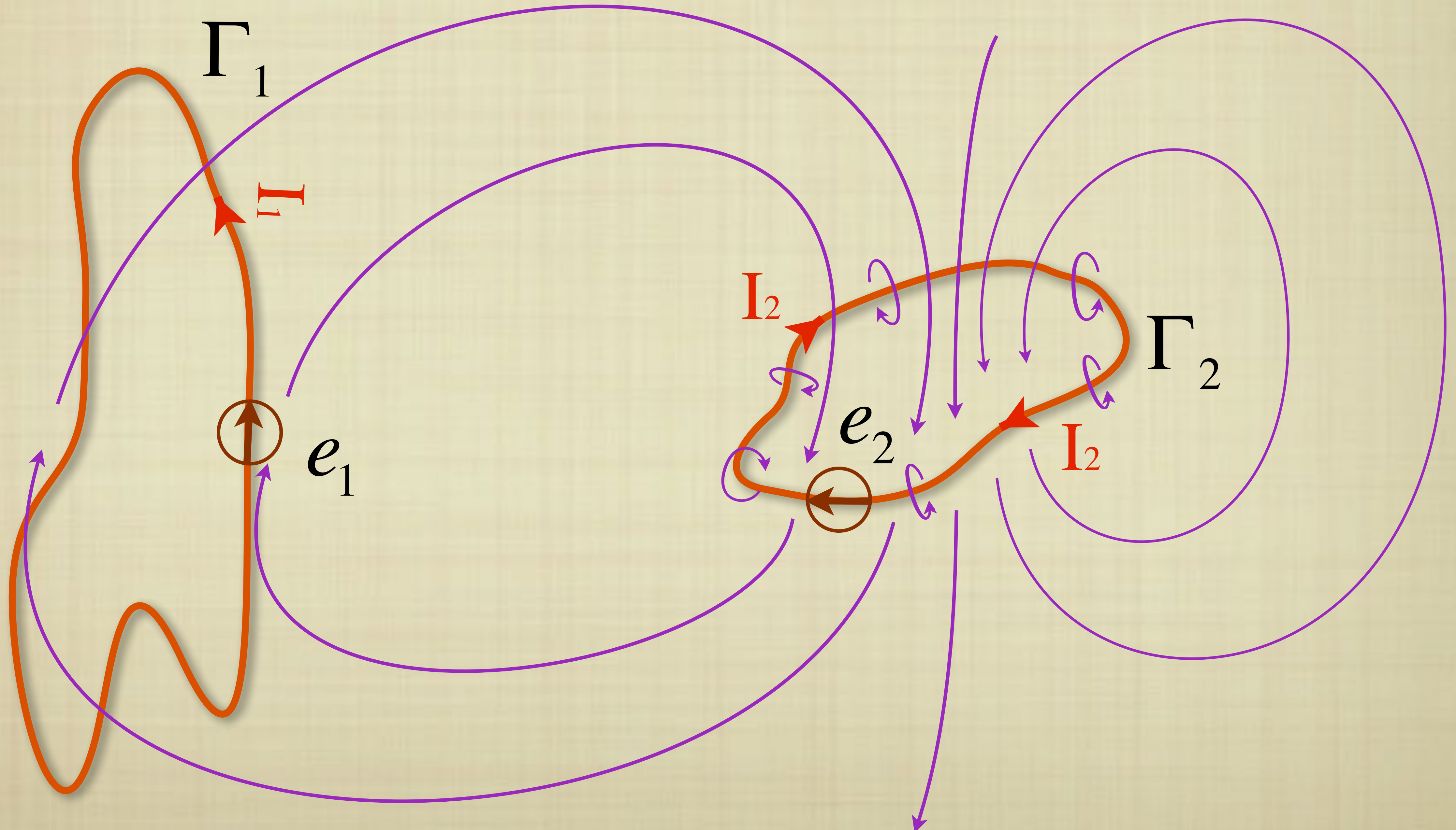
Eq° électriques :

Inductance mutuelle M entre deux solénoïdes infinis:

γ - Application : inductance mutuelle de deux solénoïdes infinis

Comment Réaliser un bon couplage magnétique ?

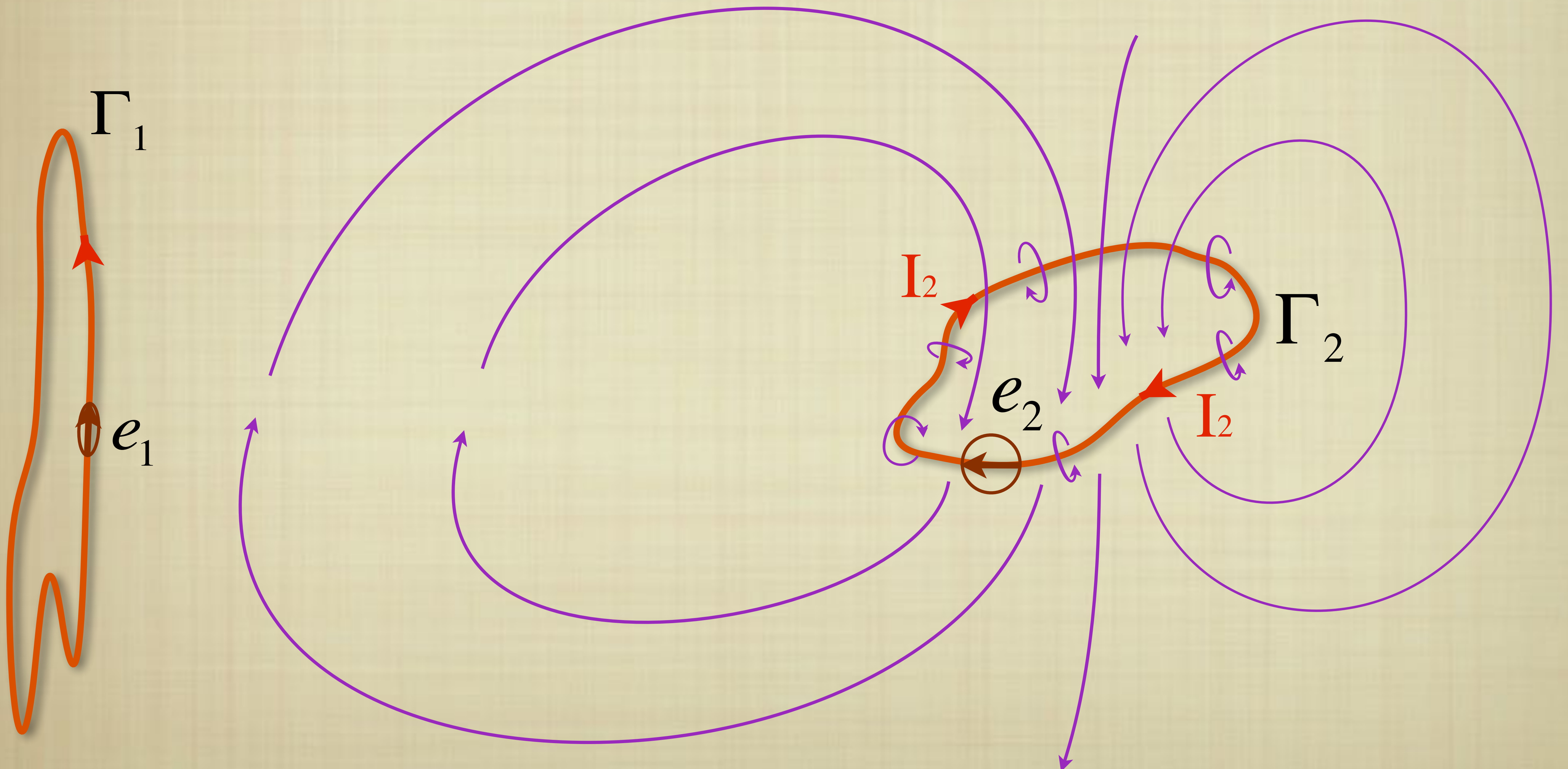
Comment Réaliser un bon couplage magnétique ?



Comment Réaliser un bon couplage magnétique ?

Problème directionnel :

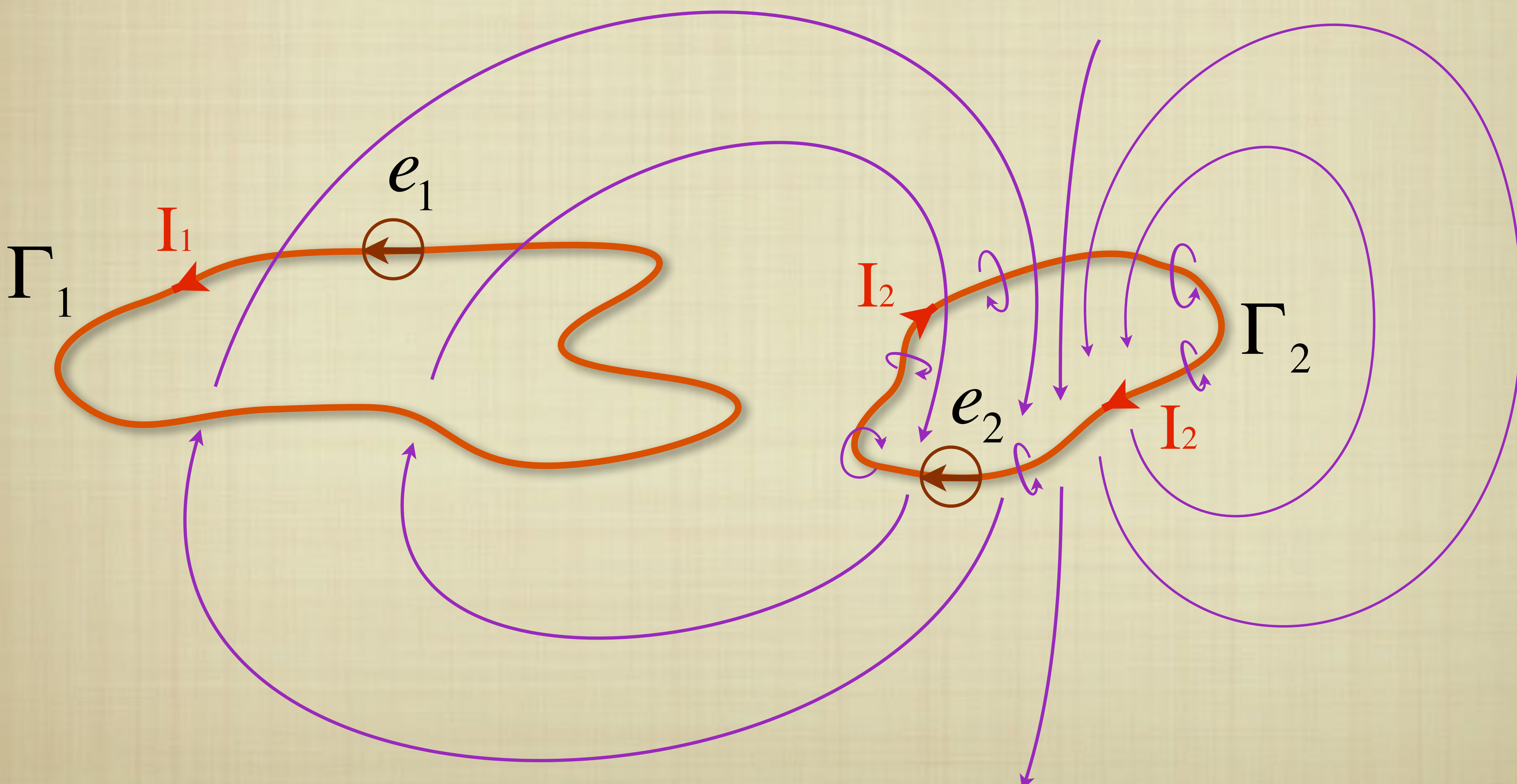
le circuit doit être perpendiculaire aux lignes de champ



Comment Réaliser un bon couplage magnétique ?

Trop loin le champ B est très faible

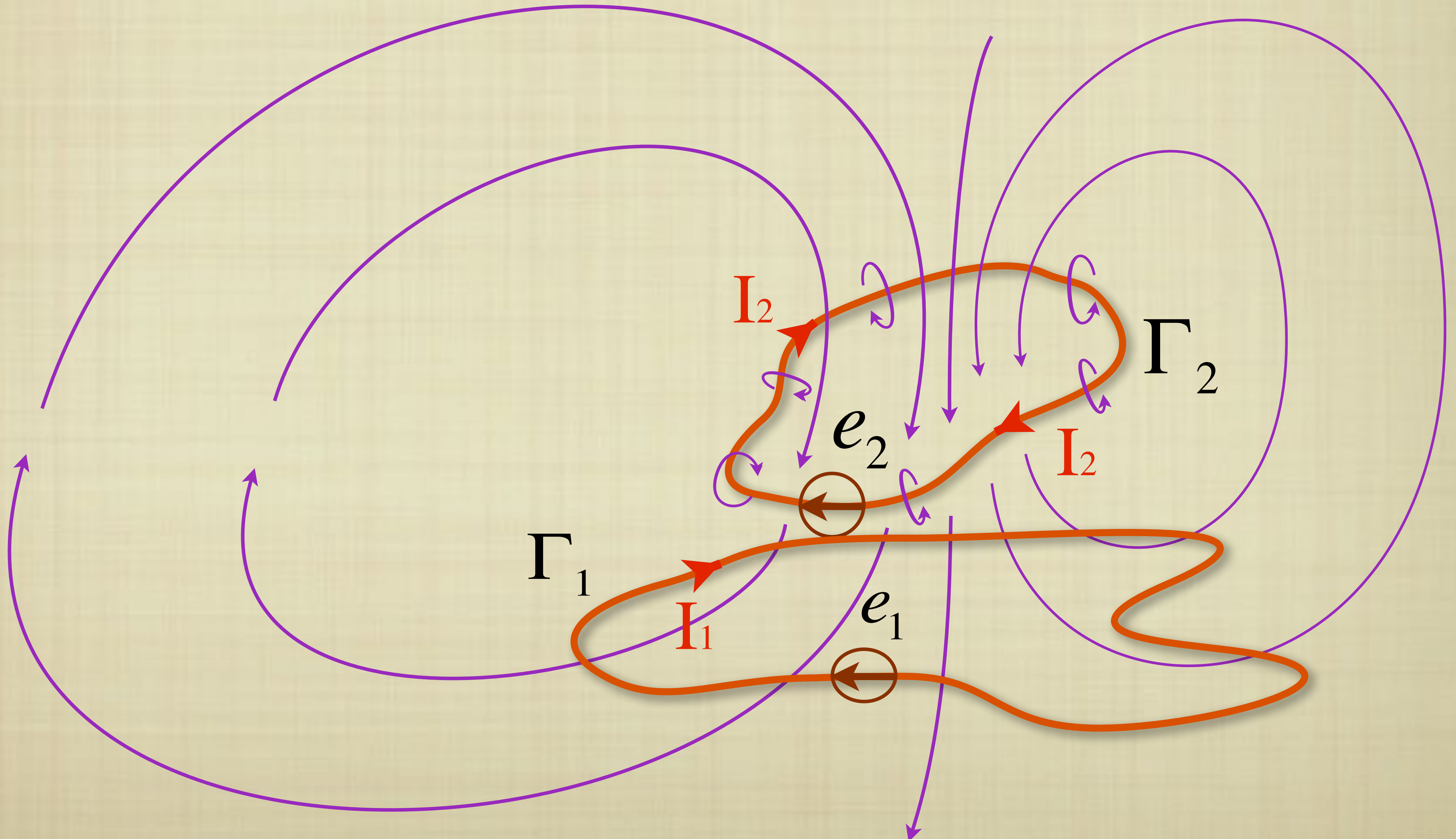
→ Il faut les rapprocher !



Comment Réaliser un bon couplage magnétique ?

1 - Mieux vaut rapprocher les circuits

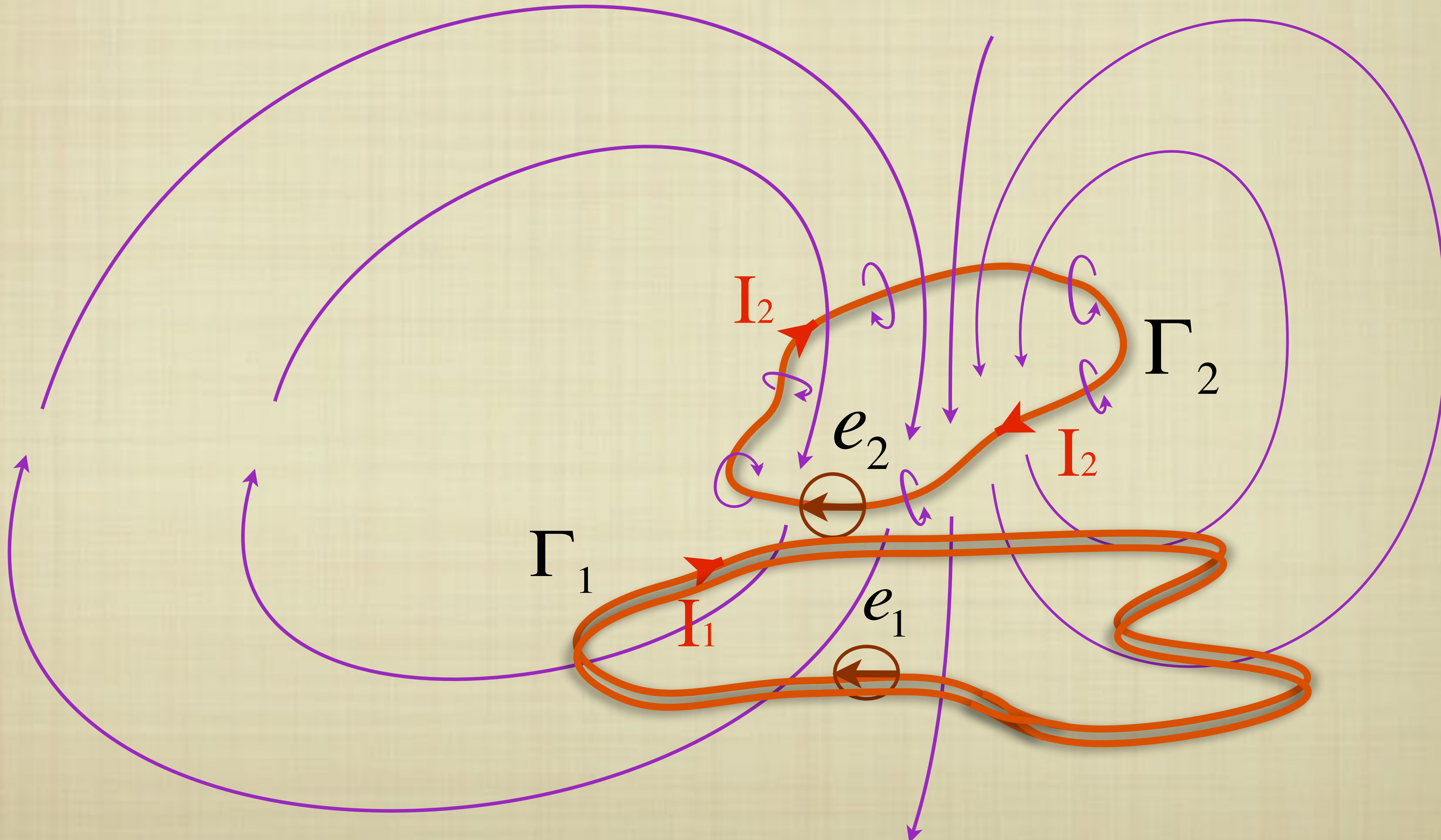
Champ B plus intense => plus de flux



Comment Réaliser un bon couplage magnétique ?

2 - Mieux vaut augmenter le nombre de spires

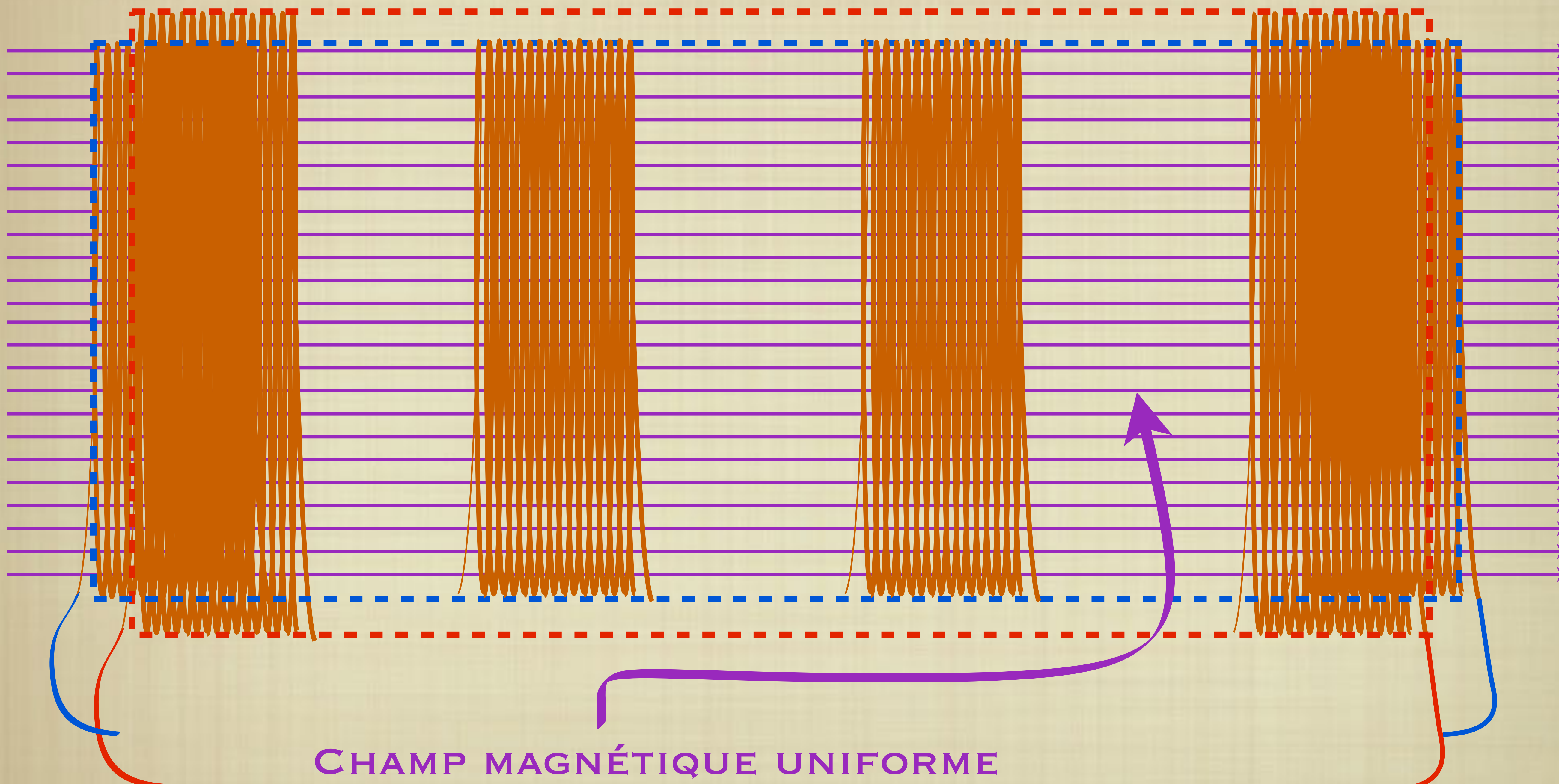
N Spires jointives => N fois plus de flux



Couplage idéale : pas de perte cuivre !

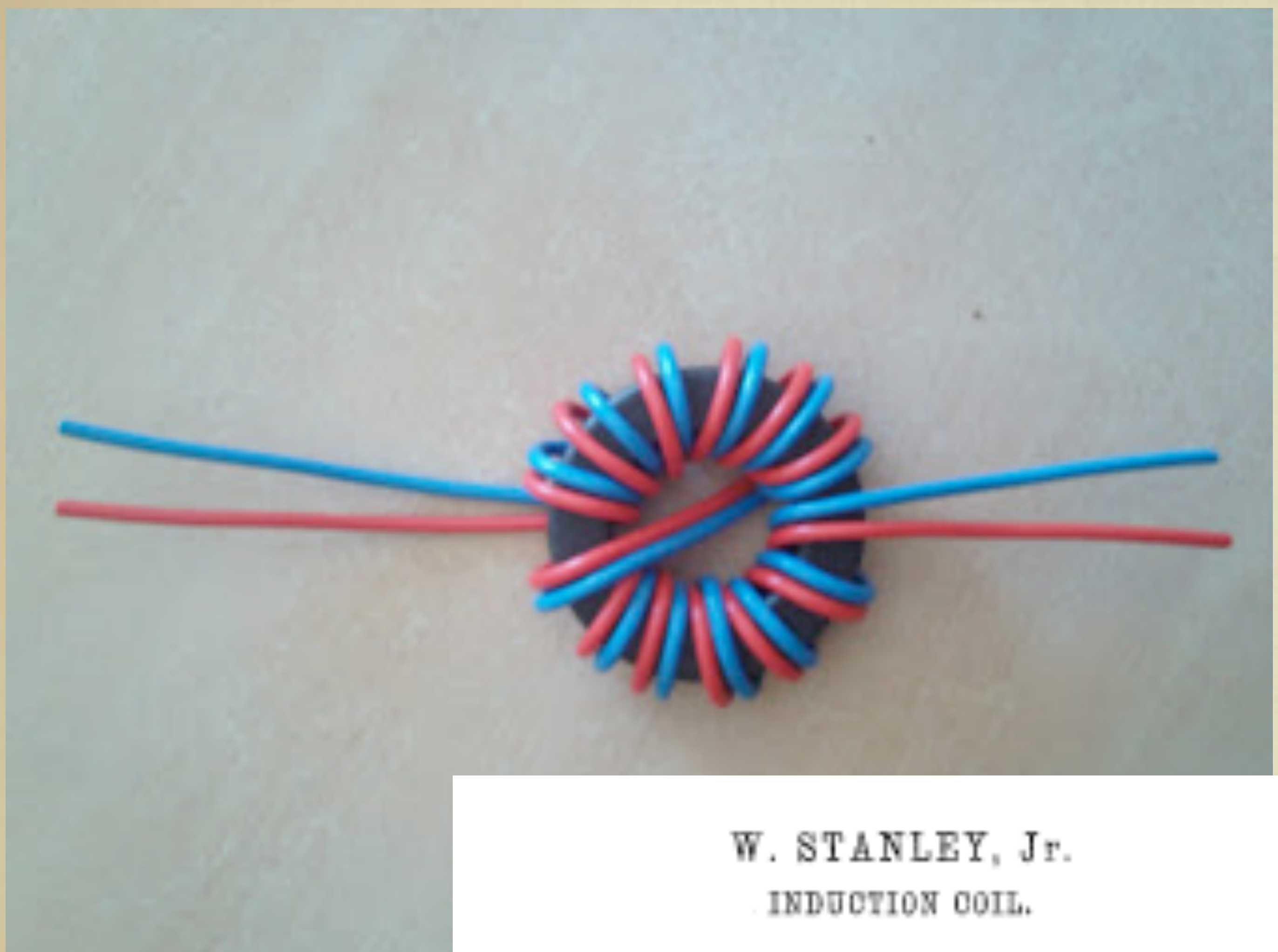
Circuit primaire : N1 spires jointives

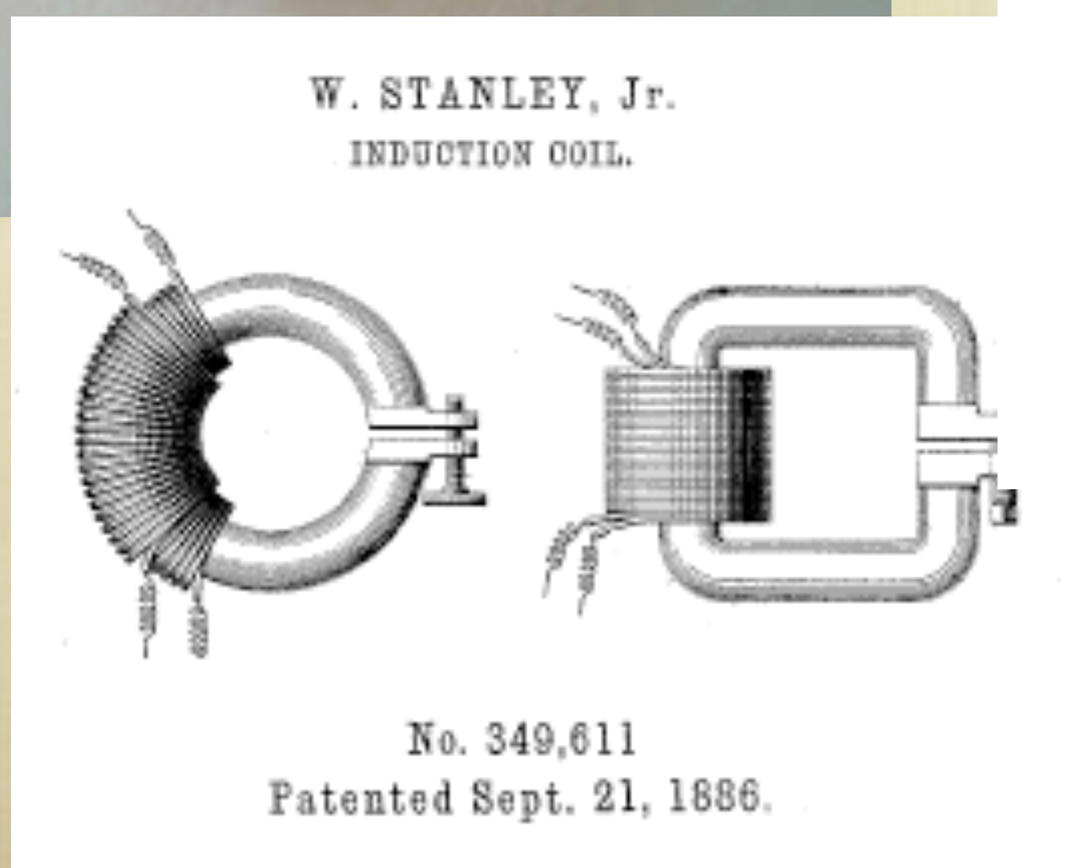
Circuit secondaire : N2 spires jointives



$$\boxed{\overrightarrow{B}_1 = \mu_0 n_1 I_1 \overrightarrow{e_z} = \mu_0 \frac{N_1}{\ell_1} I_1 \overrightarrow{e_z}}$$

L'idéal est de boucler sur un milieu qui canalise les lignes de champ.



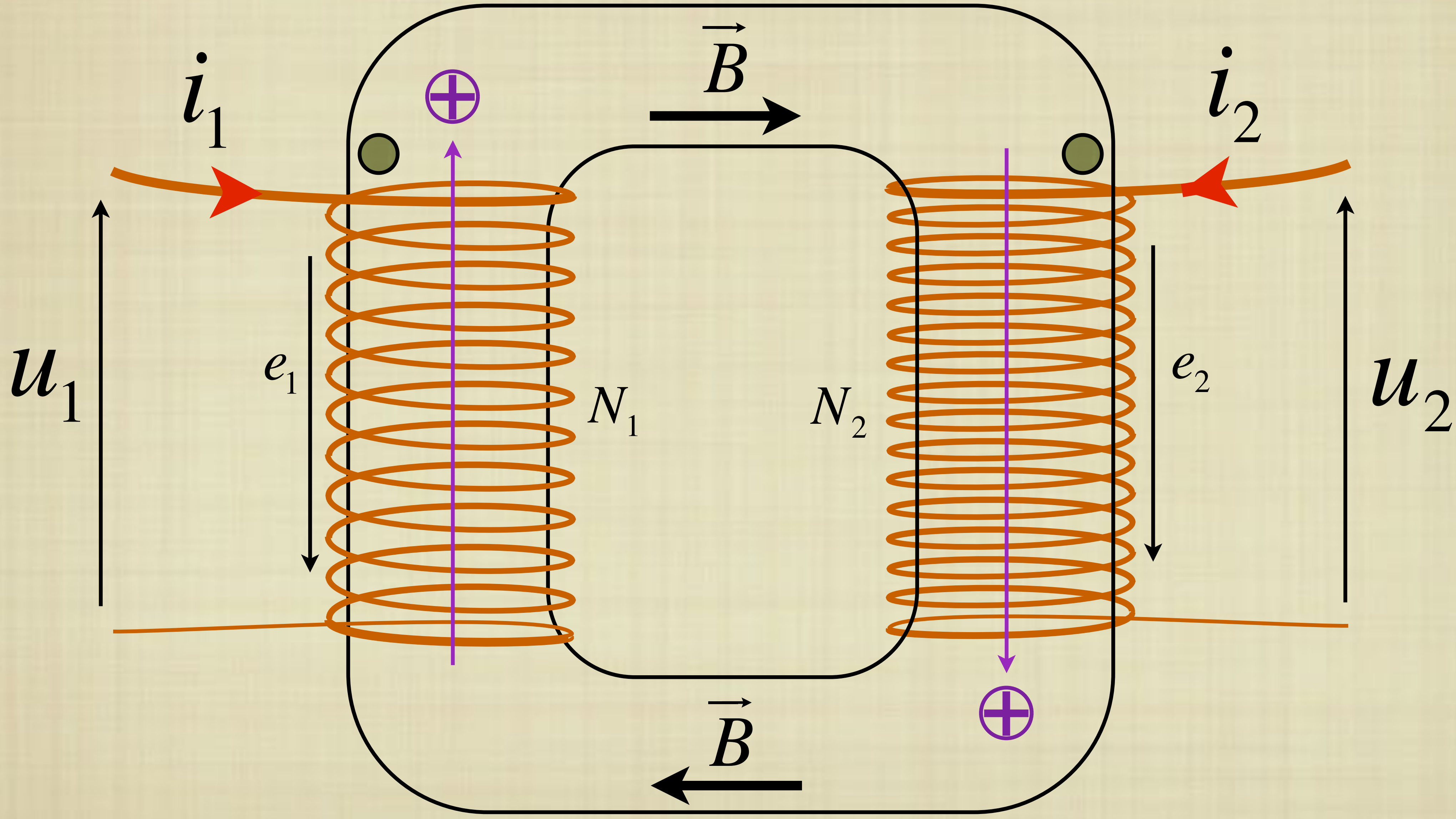


3 - Etude énergétique

4 - Induction mutuelle en RSE.

5 - Transformateur

Un transformateur est un dispositif permettant le couplage magnétique entre un circuit primaire, noté 1 et formé de N1 spires autour du «noyau ferromagnétique», qui canalise le champ magnétique à travers le circuit secondaire (noté 2) formé de N2 spires autour du noyau.



Rq : Le sens des enroulements est choisi pour qu'un flux positif au primaire soit positif au secondaire et inversement : M positif. C'est un choix purement conventionnel.

Champ et flux magnétique

- Le ferromagnétique a pour but de canaliser les lignes de champ pour que l'intégralité du flux au primaire soit récupéré au secondaire (transformateur idéal : pas de perte cuivre)

- De plus, la valeur du champ magnétique est plus forte car les dipôles élémentaires au sein du ferromagnétique s'orientent dans le sens du champ et additionnent leur propre champ à celui des circuits.

Ainsi pour un solénoïde infini dans un ferromagnétique on obtiendrait :

$$\boxed{\vec{B} = \mu_0 \mu_r n I \vec{e_z} = \mu_0 \mu_r \frac{N}{\ell} I \vec{e_z}}$$

$\mu_r > 1$: perméabilité magnétique relative (pas d'unité)

Champ magnétique total :

On considère que les deux circuits sont enroulés en spires jointives, tout autour d'un tore ferromagnétique de rayon R :

Flux magnétique de section

Rapport de transformation en tension :

ATTENTION :

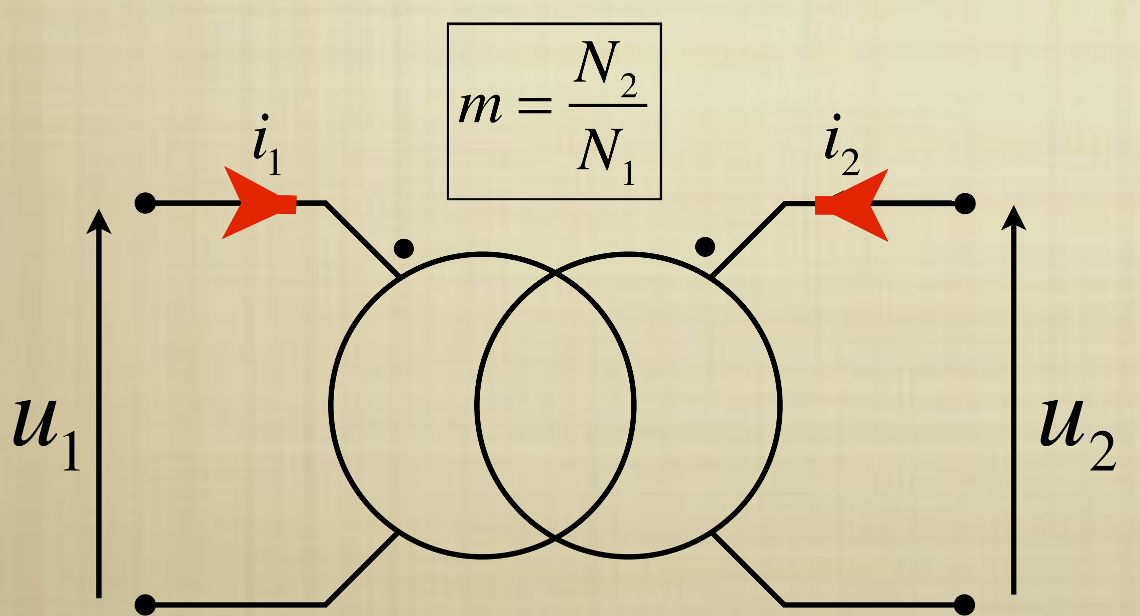
Le transformateur ne peut fonctionner qu'en régime variable, car un courant continu crée un flux constant et donc pas de courant au secondaire.

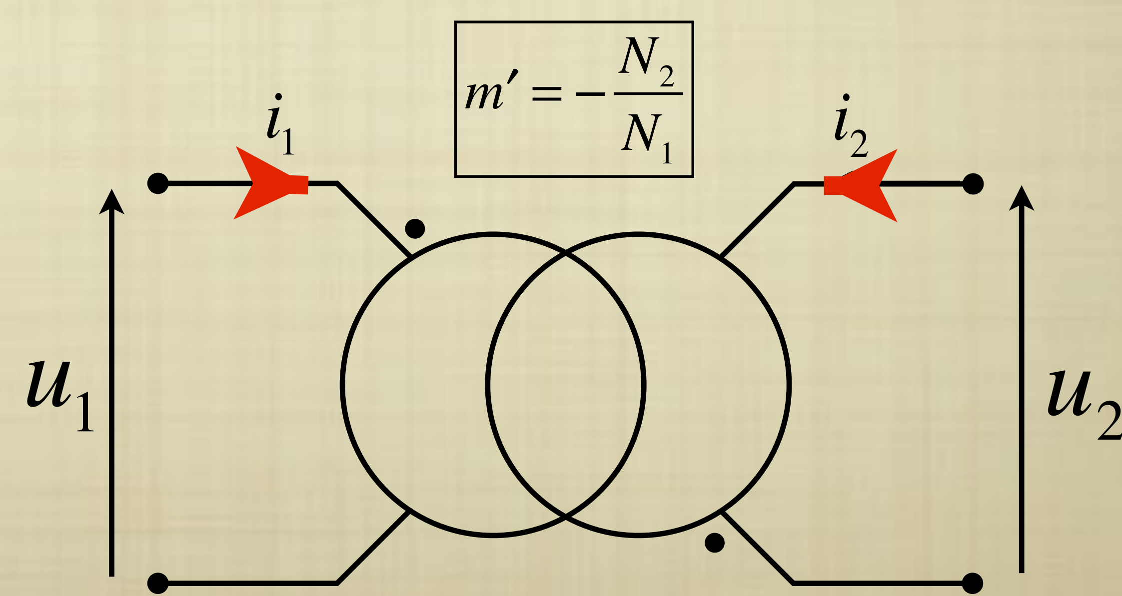
Modèle du transformateur parfait :

On imagine ici que la perméabilité magnétique est infinie (couplage parfait) : $\mu_r \to \infty$

Convention d'orientation

On peut choisir des sens de bobinages tels qu'un flux positif au primaire soit négatif au secondaire :





Applications :

Le transformateur est utilisé comme convertisseur de puissance :

Dans un transformateur parfait, la puissance donnée par le primaire est entièrement récupérée en sortie. Son rendement énergétique est de 1

$$\boxed{m = \frac{N_2}{N_1}}$$

(grand courant ; petite tension) $\longrightarrow$ (petit courant ; grande tension)

Cela permet de diminuer les pertes par effet Joule lors du transport d'énergie électrique dans des câbles de hautes tensions.

Le transformateur est aussi utilisé en transformateur d'isolement

Soit m = 1 on aura la même tension au secondaire qu'au primaire mais avec une masse indépendante, ce qui permet de choisir une nouvelle masse de référence au secondaire.

[Attention toutefois le courant lui, sera en opposition de phase]

Transformateur en régime Sinusoïdal Etabli (RSE)

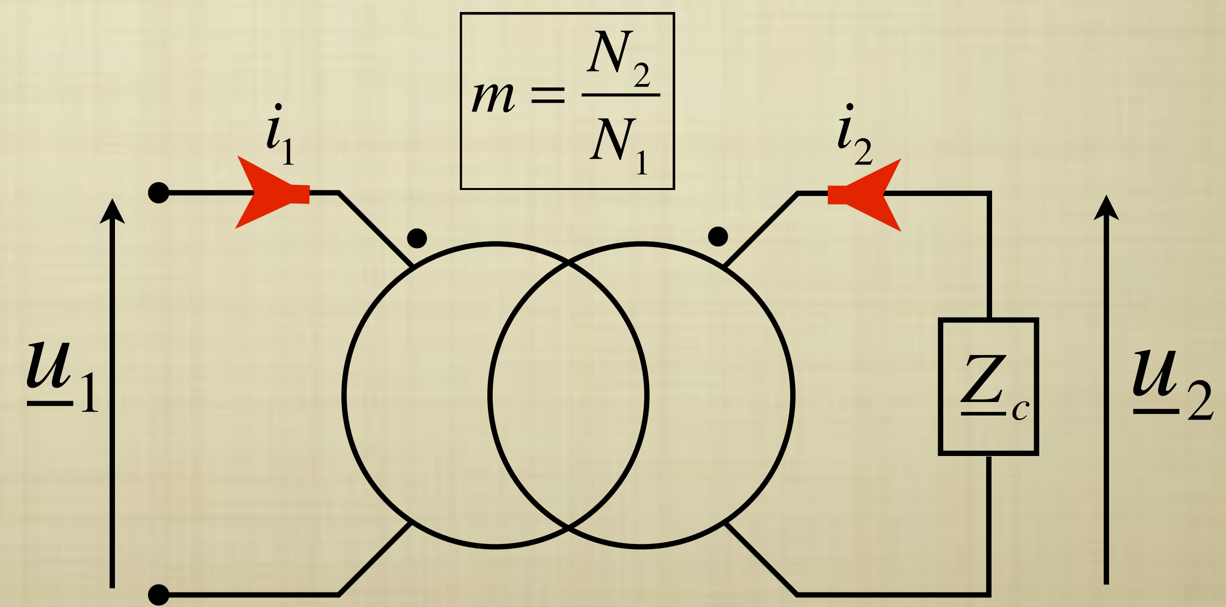
On reprend les équations couplées de la partie précédente mais sans les résistances, qui font parties des réseaux reliés au primaire ou au secondaire :

En régime sinusoïdal, les rapports de transformation en tension et courant restent valides :

Exemple : le secondaire est relié à une impédance de charge quelconque : $\underline{Z}_c$

Montrer que tout se passe comme si le primaire était une impédance :

$$\underline{Z}_P = \frac{\underline{Z}_c}{m^2}$$



Courants de Foucault

La variation du champ magnétique dans le ferromagnétique conducteur induit des courants appelés «courants de Foucault» dans un plan perpendiculaire au champ magnétique.

Ces courants dissipent en partie l'énergie amenée par le primaire : on parle de pertes fer.

Pour limiter ces pertes, on utilise un ferromagnétique formé de feuillets très fins et isolés, juxtaposés parallèlement aux lignes de champ.