Induction & Forces de Laplace

Objectifs :

- Comprendre la notion de flux à travers une surface orientée
- Comprendre la notion de Force électromotrice induite (FEM)
- Relier la variation de flux à la FEM

Induction 3
Les lois de l'induction

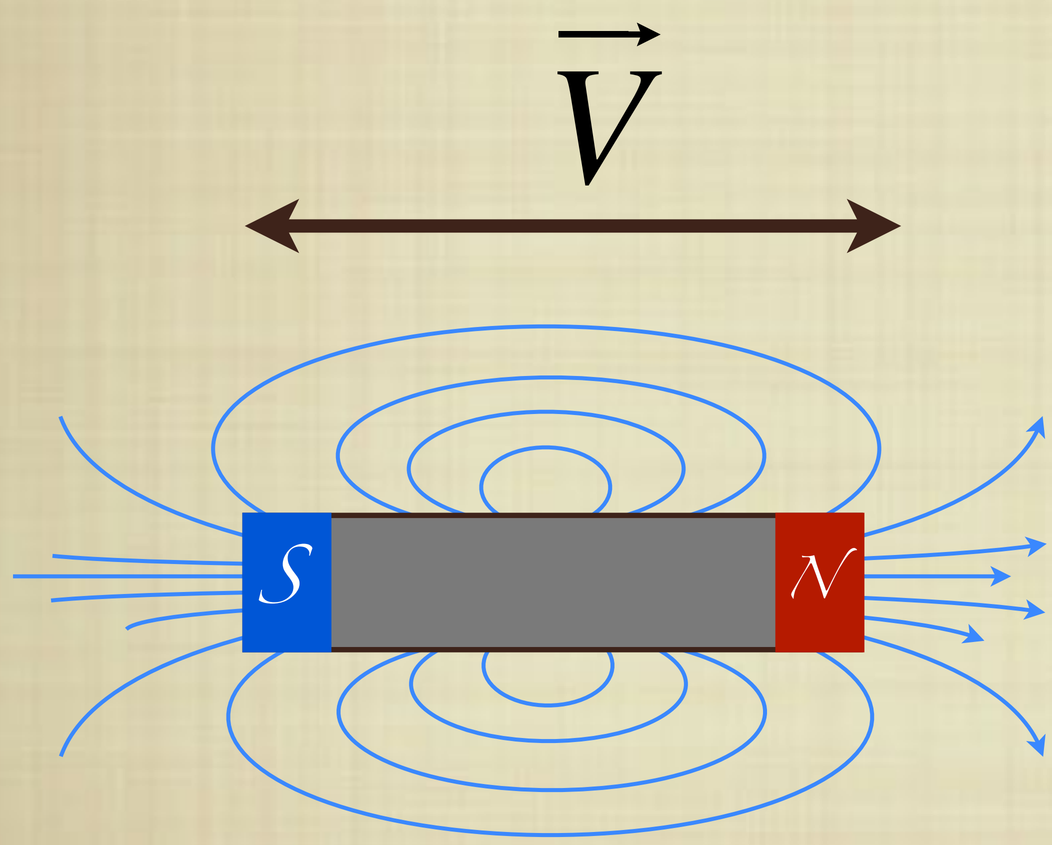
$$\boxed{e = -\frac{d\Phi}{dt}}$$

Michael Faraday

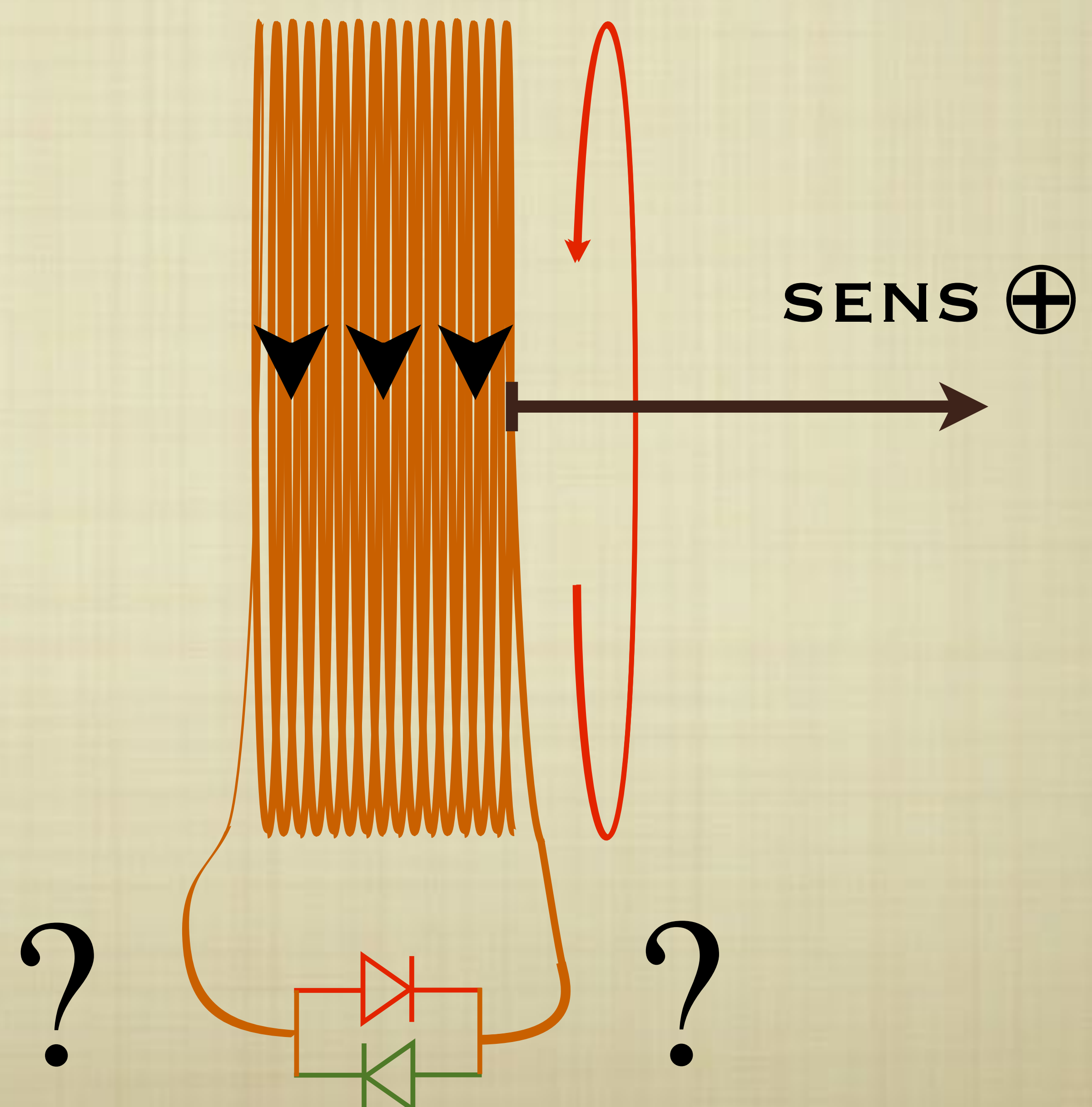
Expérience introductive

- Nous avons réussi conceptuellement a créer un moteur électrique
  PB : il nous faut produire l'électricité pour l'alimenter.

- Nous voulons «**induire**» un courant dans un circuit



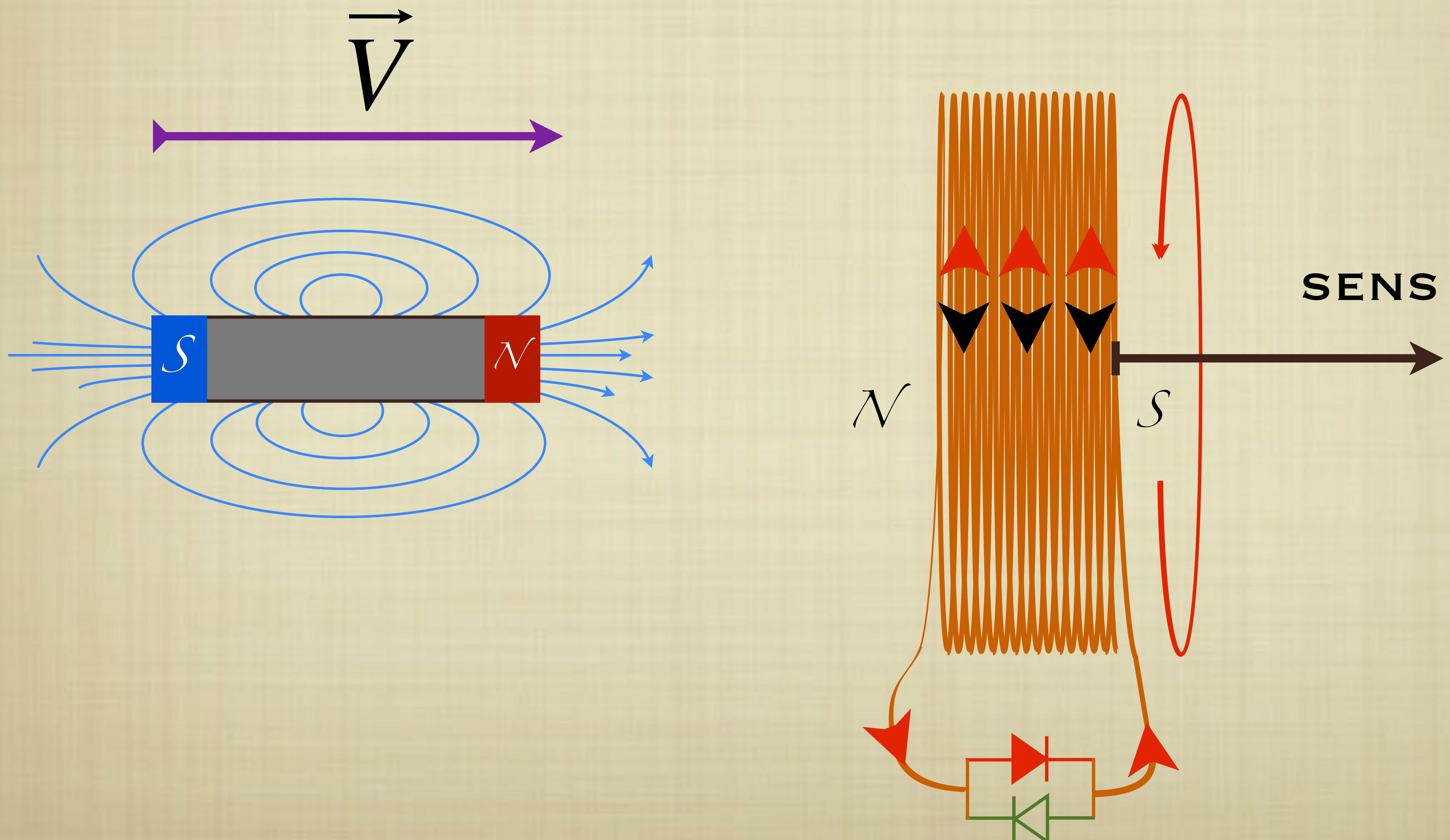
Sens ? Intensité ?



Expérience introductive

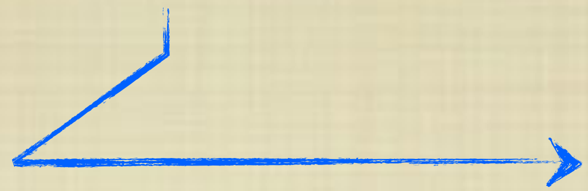
«J'approche le pôle Nord vers la bobine»

Courant sens négatif

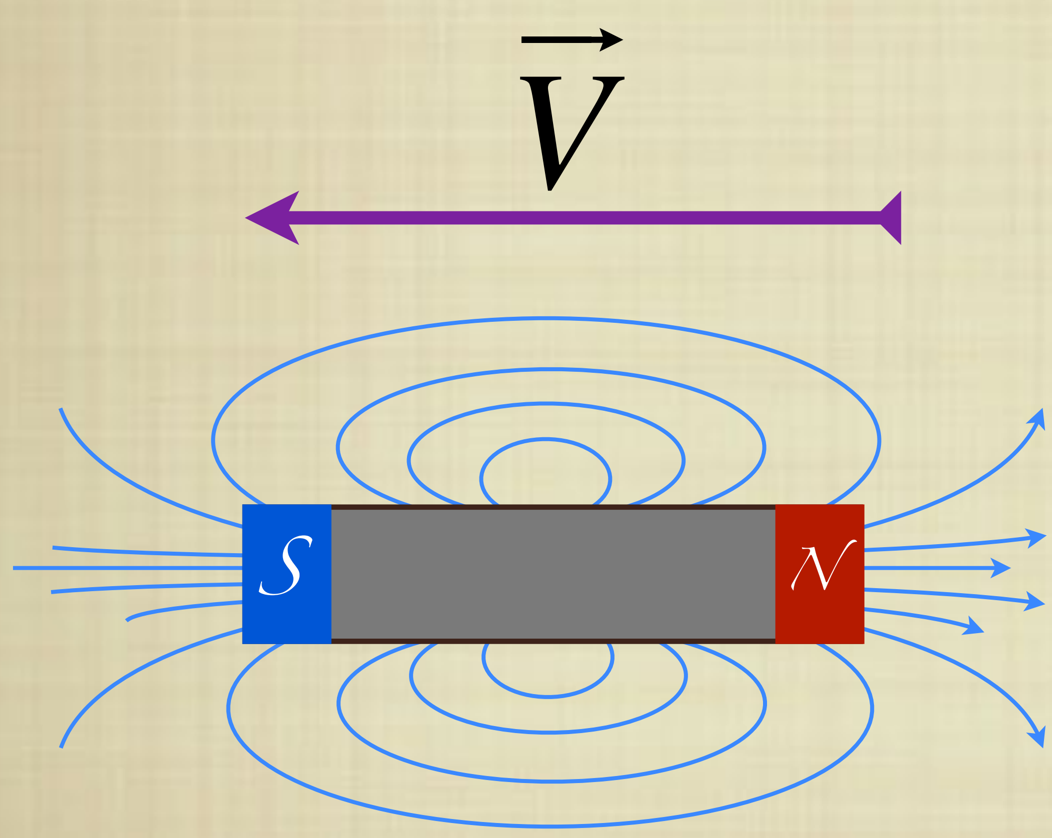


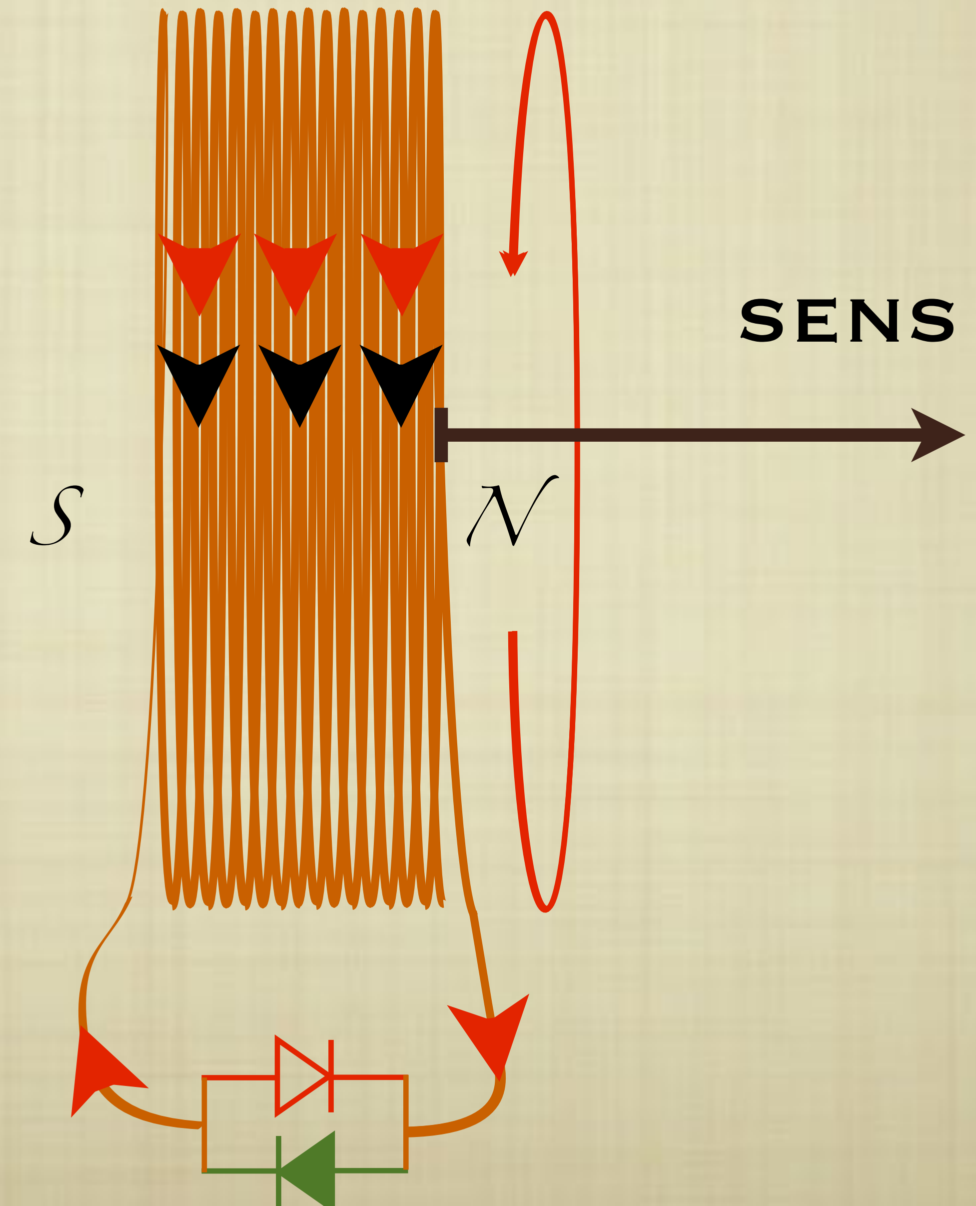
Expérience introductive

«J'éloigne le pôle Nord loin de la bobine»



Courant sens positif

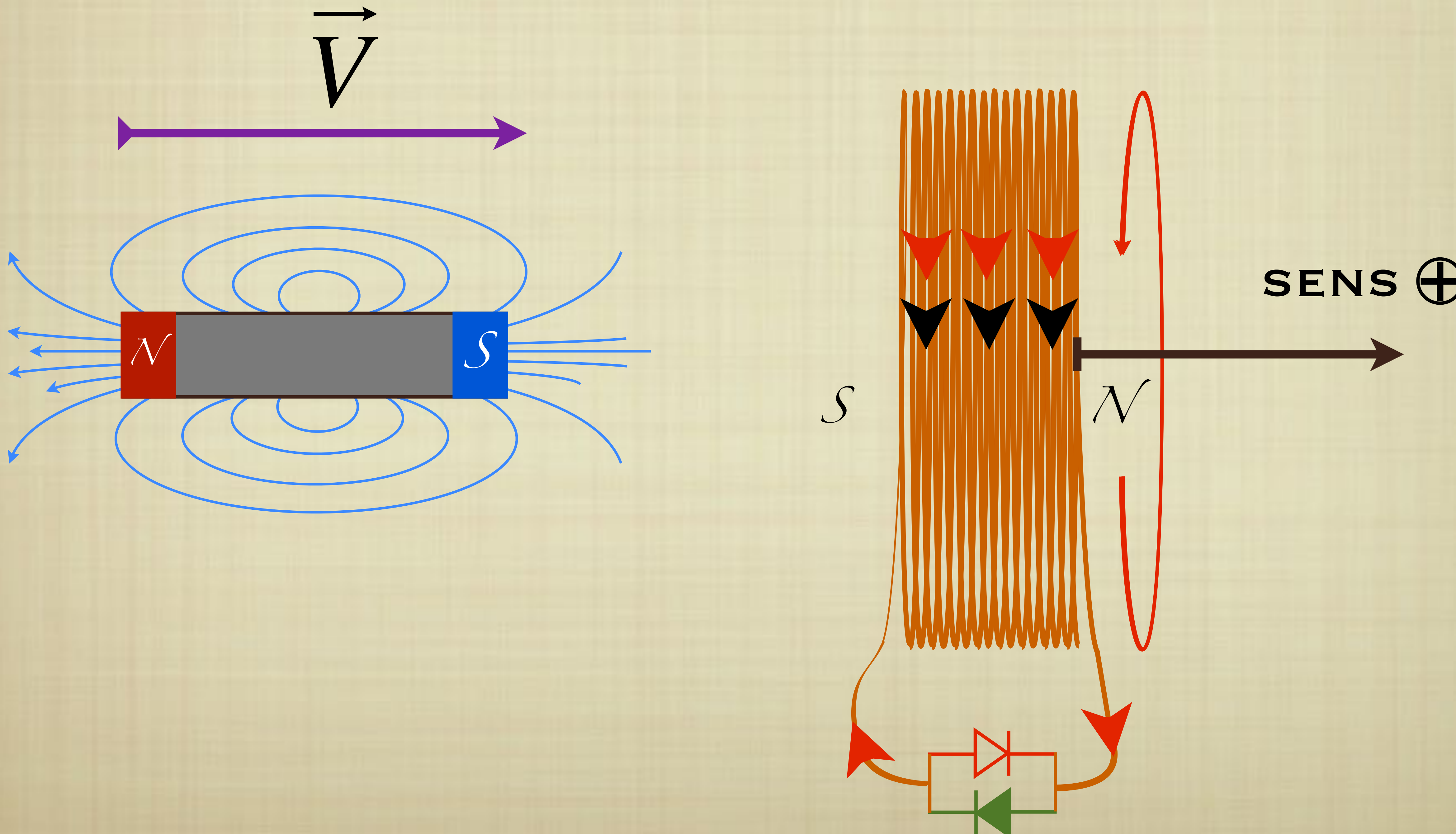




Expérience introductive

«J'approche le pôle Sud vers la bobine»

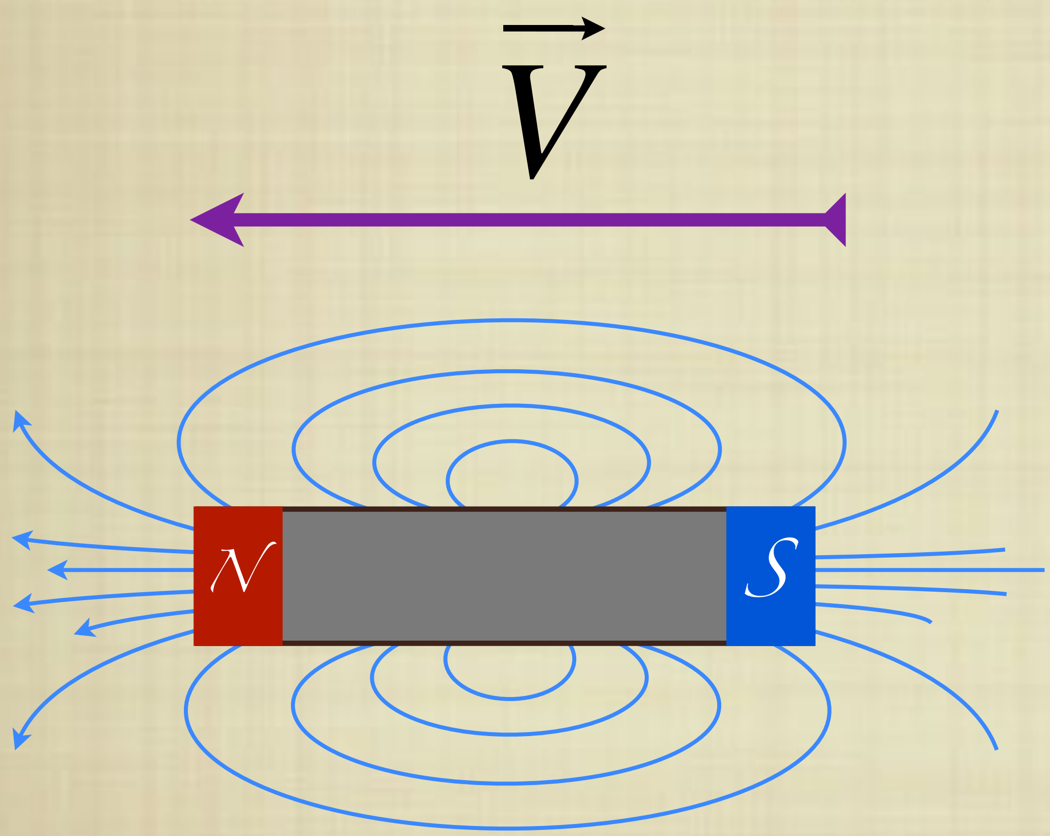
Courant sens positif

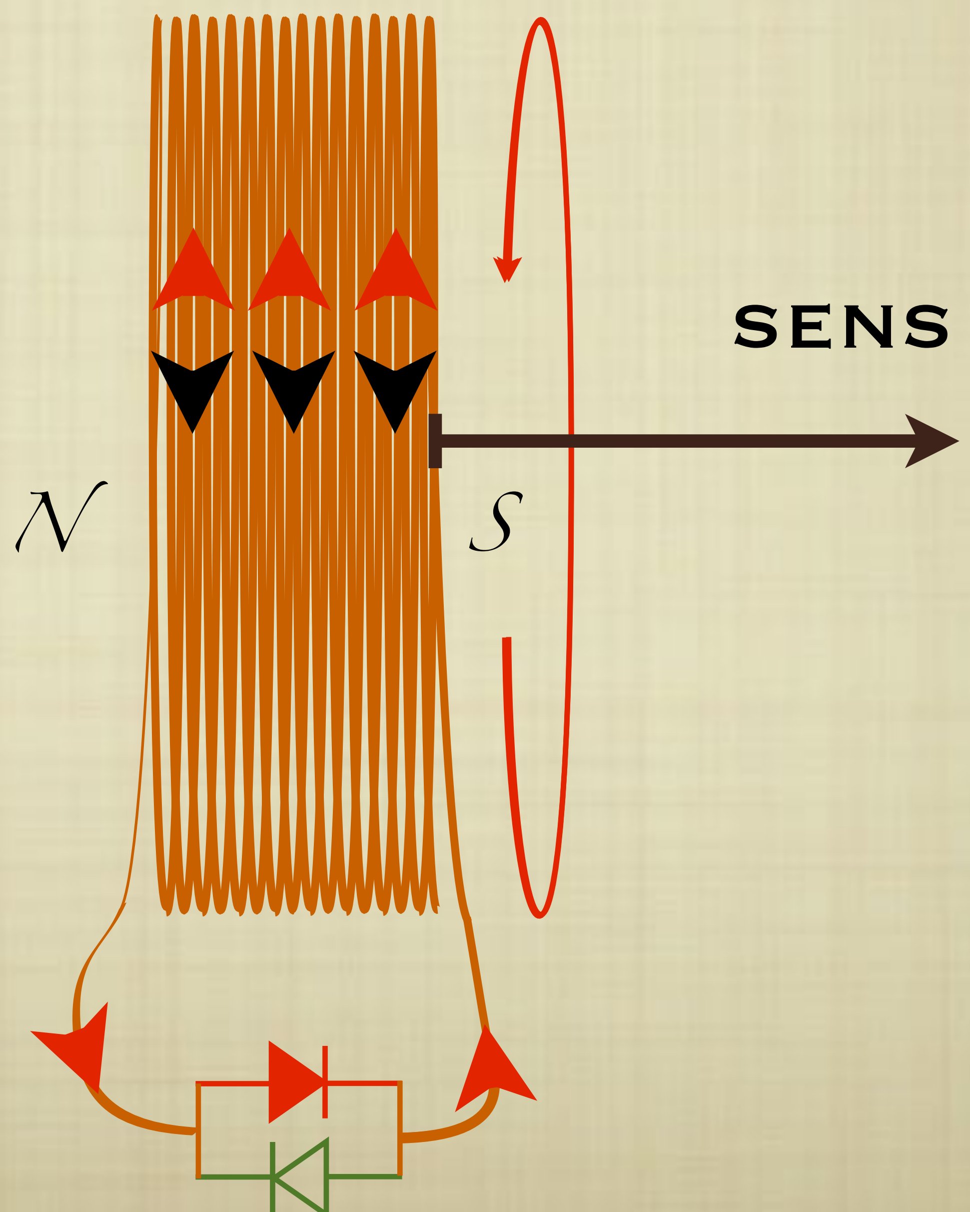


Expérience introductive

«J'éloigne le pôle Sud loin de la bobine»

Courant sens négatif

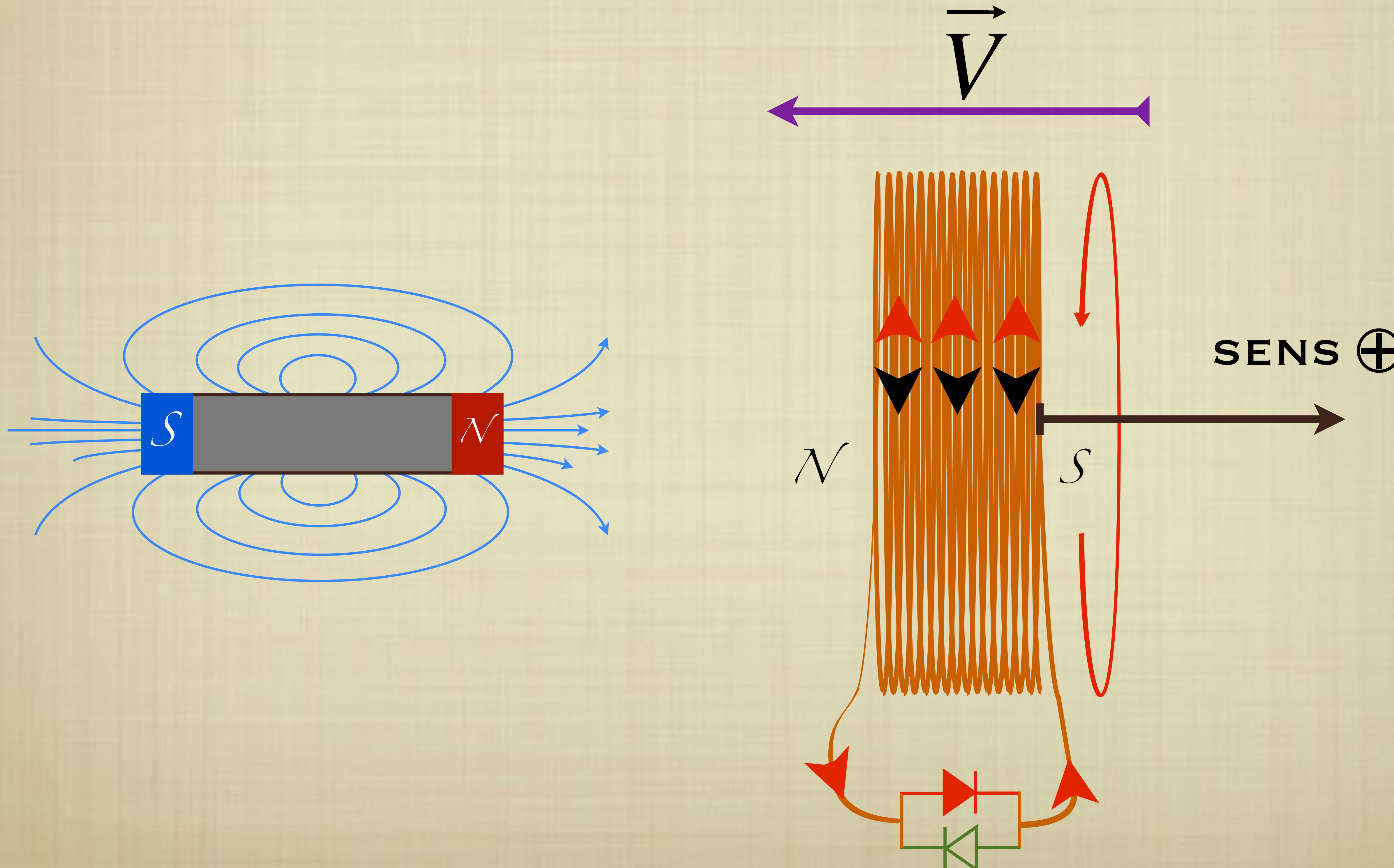




Expérience introductive

«J'approche la bobine du le pôle Nord»

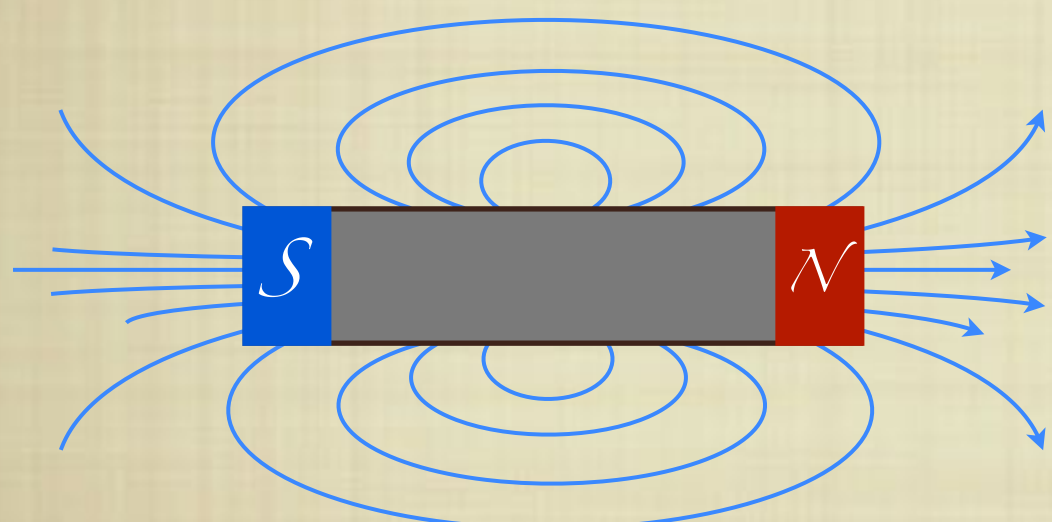
Courant sens négatif

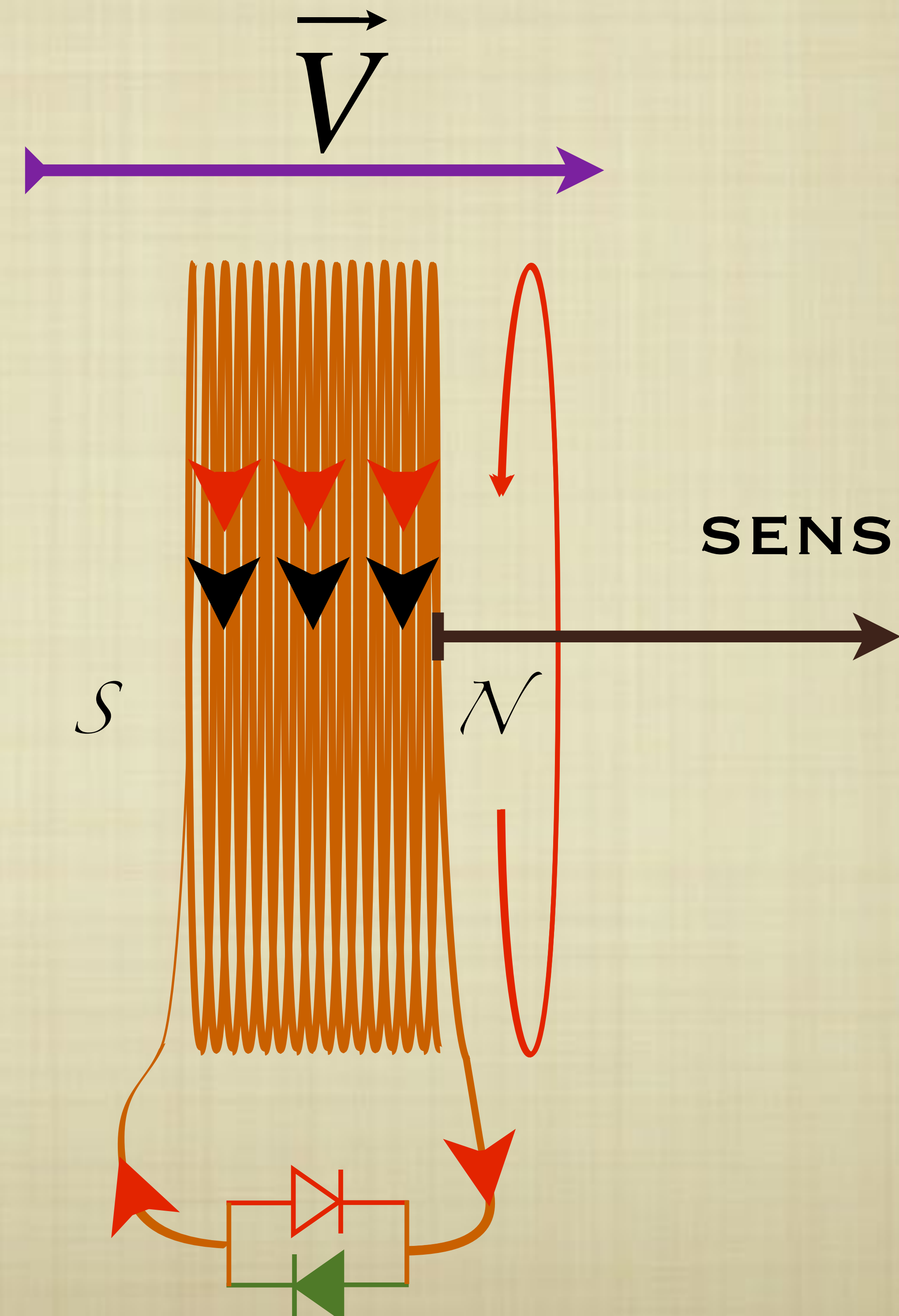


Expérience introductive

«J'éloigne la bobine du le pôle Nord»

Courant sens négatif





RQ : Résultats conformes pour le pôle Sud

Conclusions

1 - Un courant apparaît lorsque la façon dont les lignes de champ traversent la bobine est modifiée.

On dit que le **flux du champ magnétique** à travers la bobine est modifié.

2 - Le sens et l'intensité du courant sont liés à la variation du flux magnétique. (Loi de Faraday)

$$\boxed{e = -\frac{d\Phi}{dt}}$$

3 - Une variation du flux induit un courant, qui produit son tour un flux, qui modère la variation de celui qui lui a donné naissance.

(Loi de Lenz)

4 - Toutes ces observations sont indépendantes du référentiel utilisé.

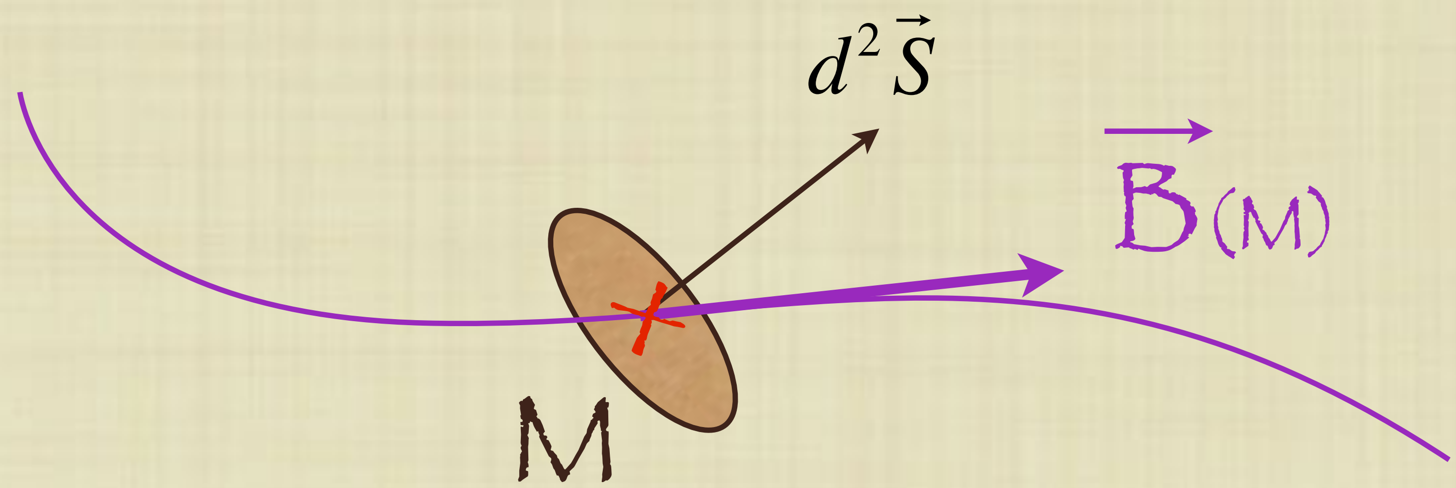
1 - Flux d'un champ magnétique

Notion de flux

Le flux sert à quantifier le champ qui traverse une surface

α - Définition du flux élémentaire :

Soit $d^2\vec{S}$ un élément de surface et $\vec{B}(M)$ le champ qui le traverse :

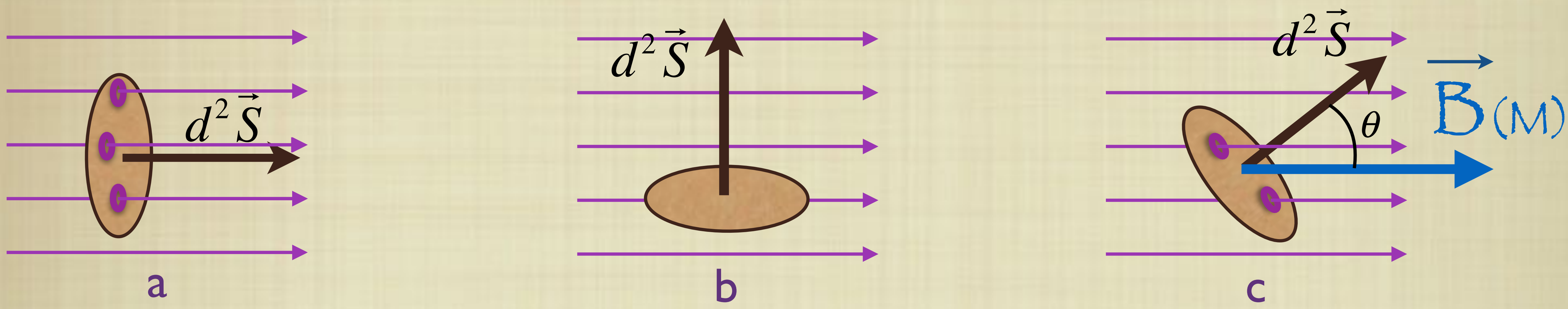


Le flux du champ à travers l'élément de surface dépend de leurs orientations respectives :

Soient B et dS deux vecteurs au point M :

on veut quantifier le flux élémentaire de B à travers l'élément de surface dS

a - Proposer une formule évidente pour le flux élémentaire dans les 2 premiers cas a et b. Le flux étant le produit du champ et de la surface traversée.

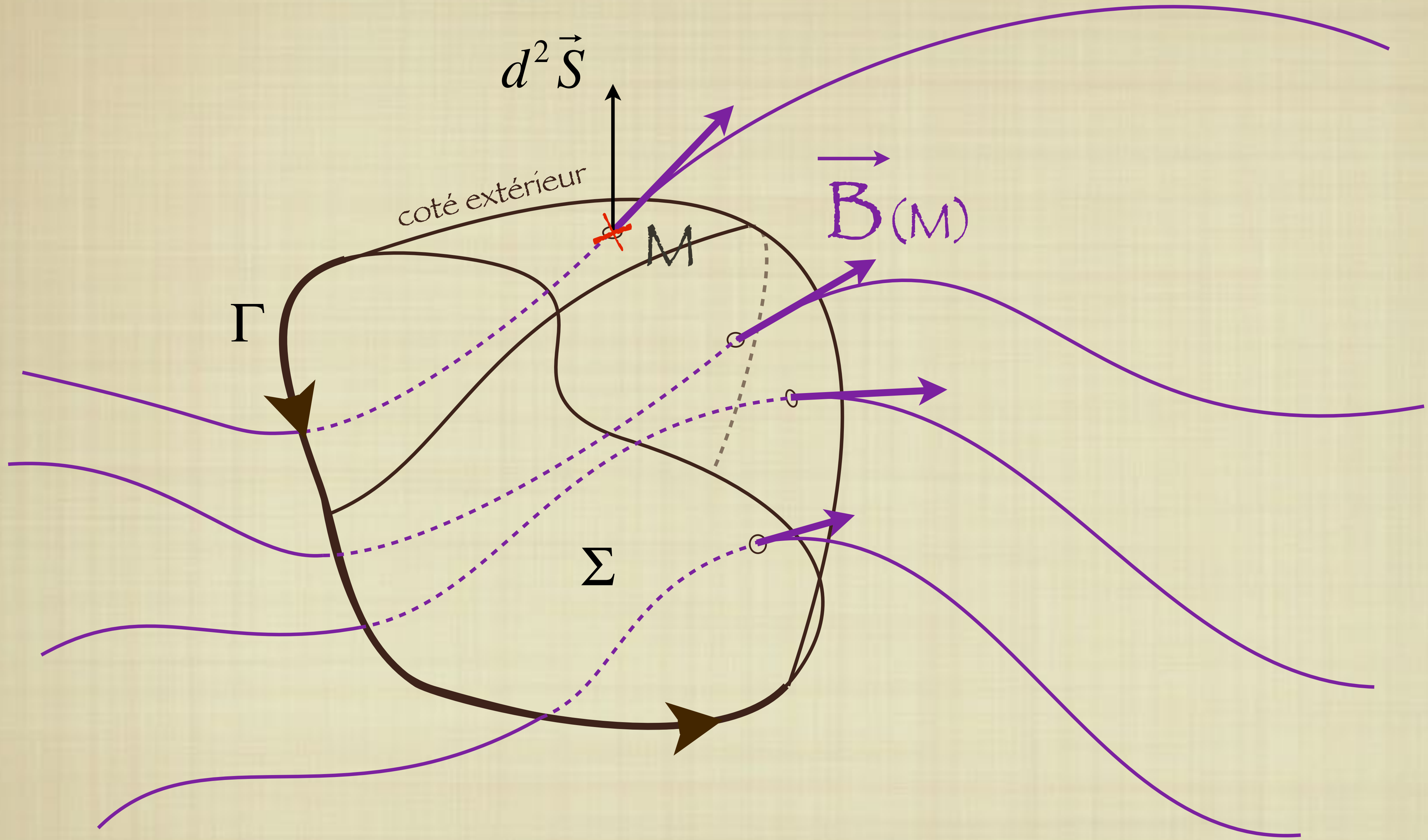


b - Proposer une décomposition vectorielle du champ magnétique pour ramener la situation c aux 2 cas a et b.

c - En déduire une formule vectorielle simple pour le calcul du flux.

β - Calcul du flux à travers une surface :

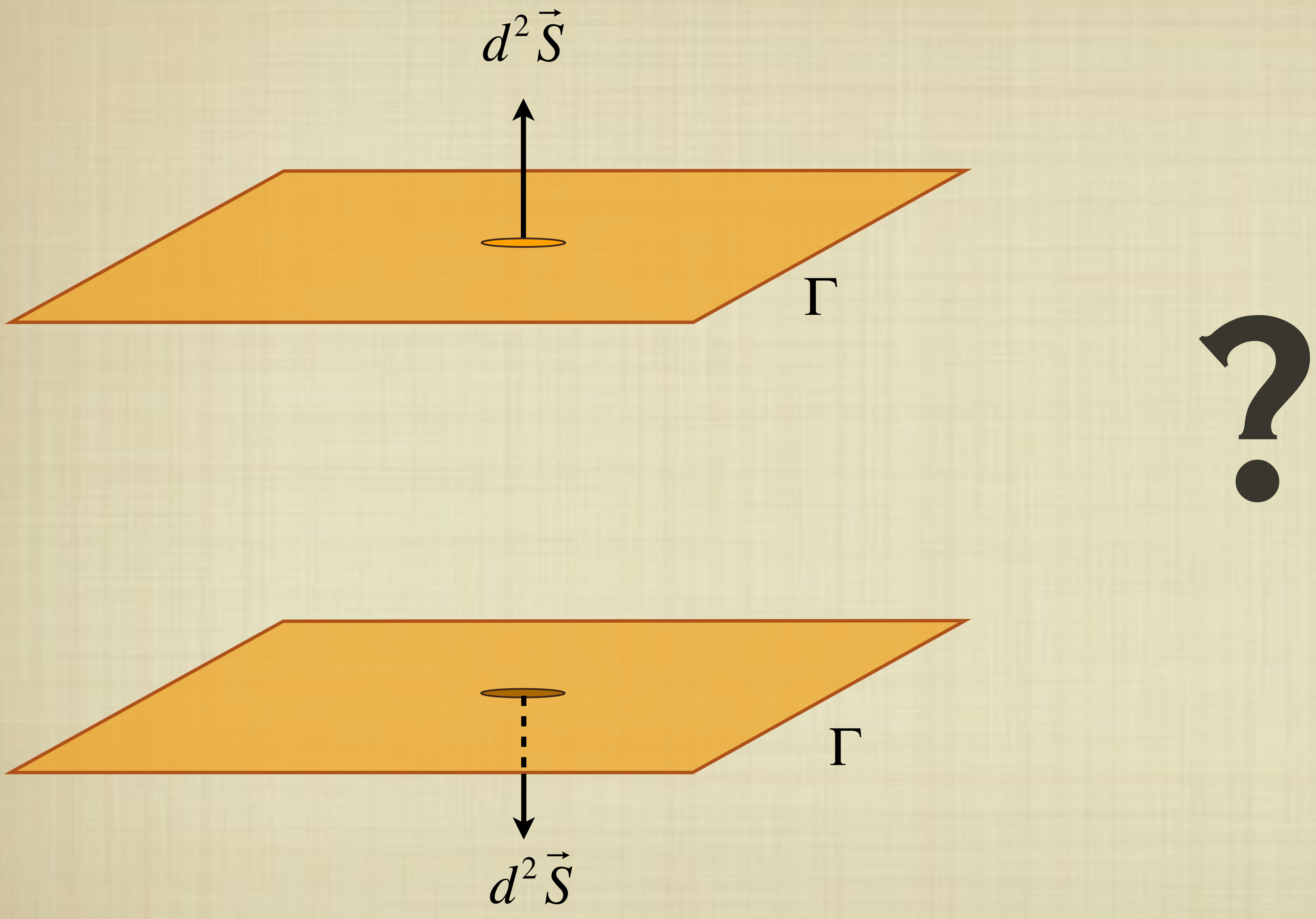
Cas général : La surface Σ s'appuie sur un contour fermé Γ et orienté qcq :



Soit M un point de la surface :

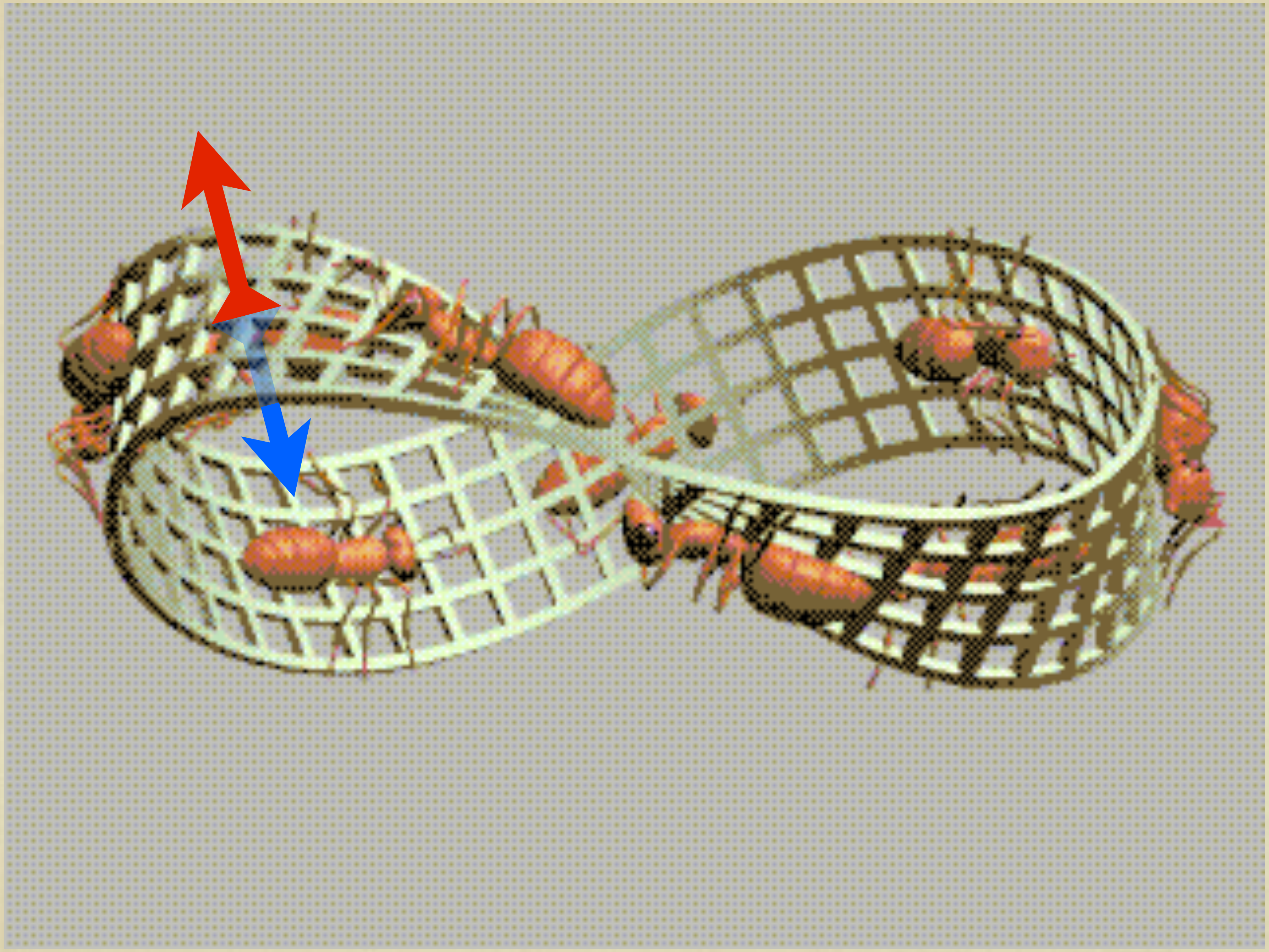
- l'élément de surface est dirigé par convention vers l'extérieur [le signe du flux en dépend]
- Pb comment distinguer l'intérieur et l'extérieur ?

- Pb comment distinguer l'intérieur et l'extérieur ?



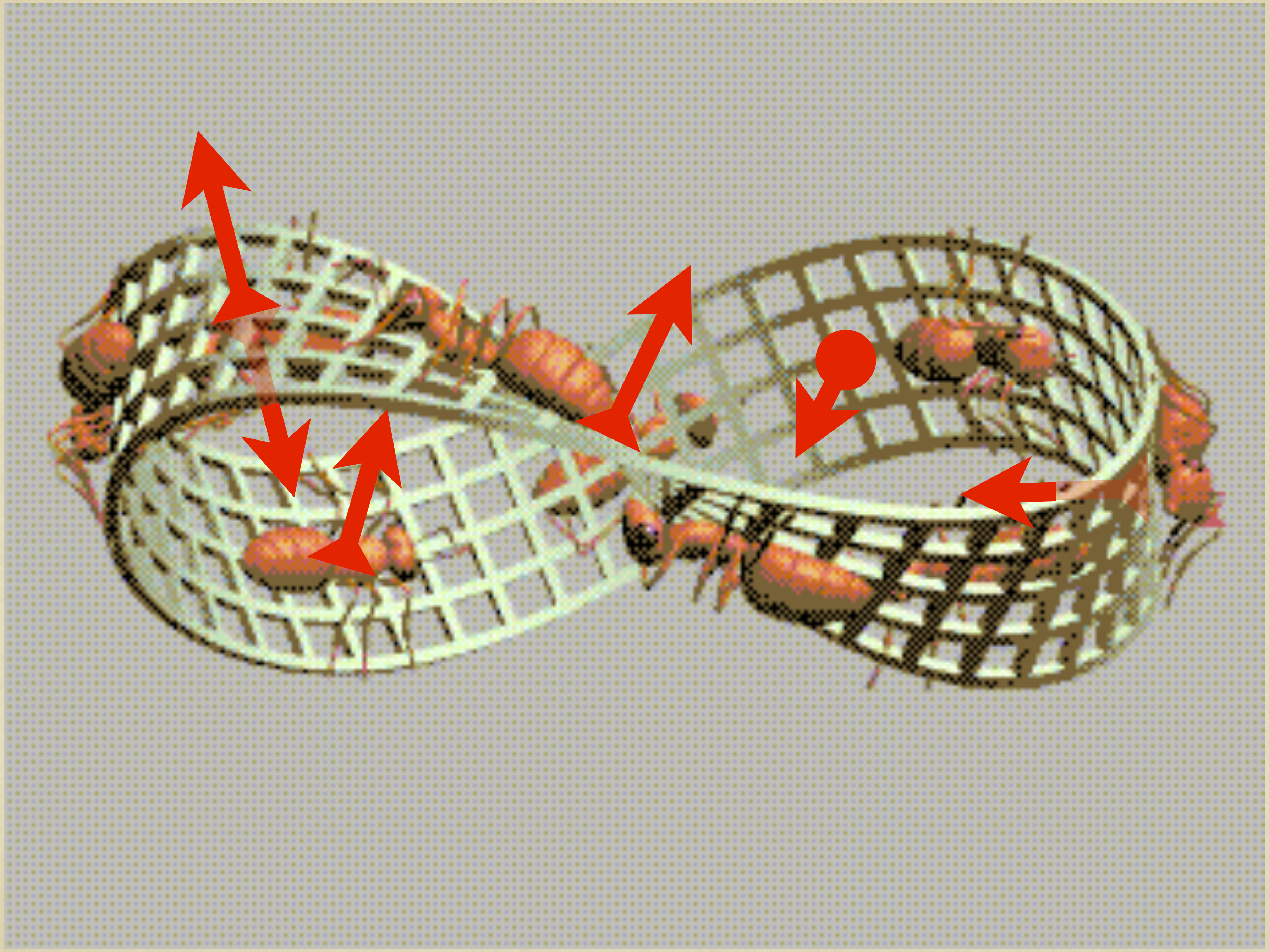
La notion de bord orienté est indispensable

Une surface sans bord



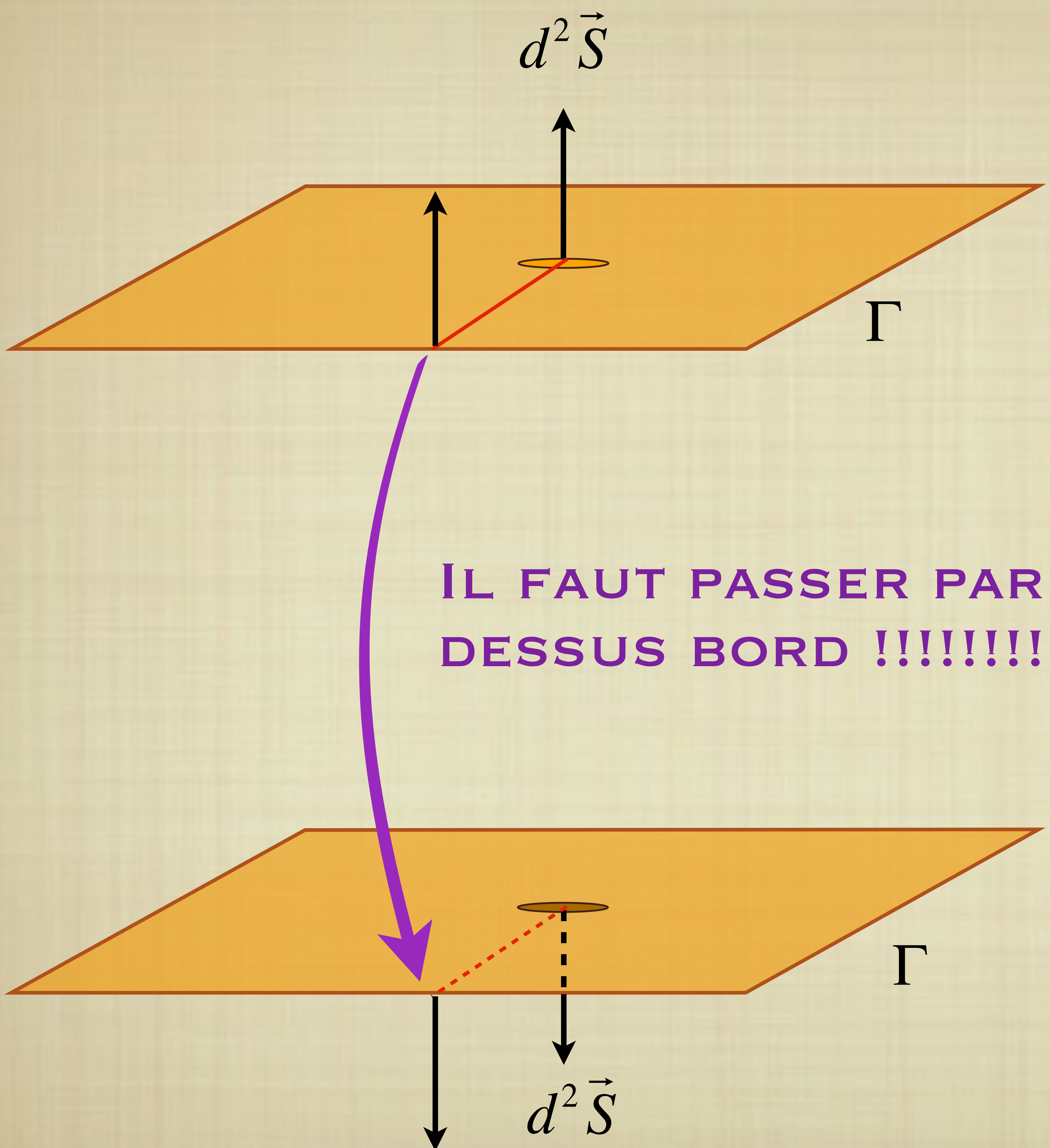
Le ruban de Moebius

Une surface sans bord



Je peux aller de l'autre coté sans passer «par dessus bord» !

Avec un bord c'est impossible :



Il faut passer par dessus bord !!!!!!!!

(ou faire un trou.....)

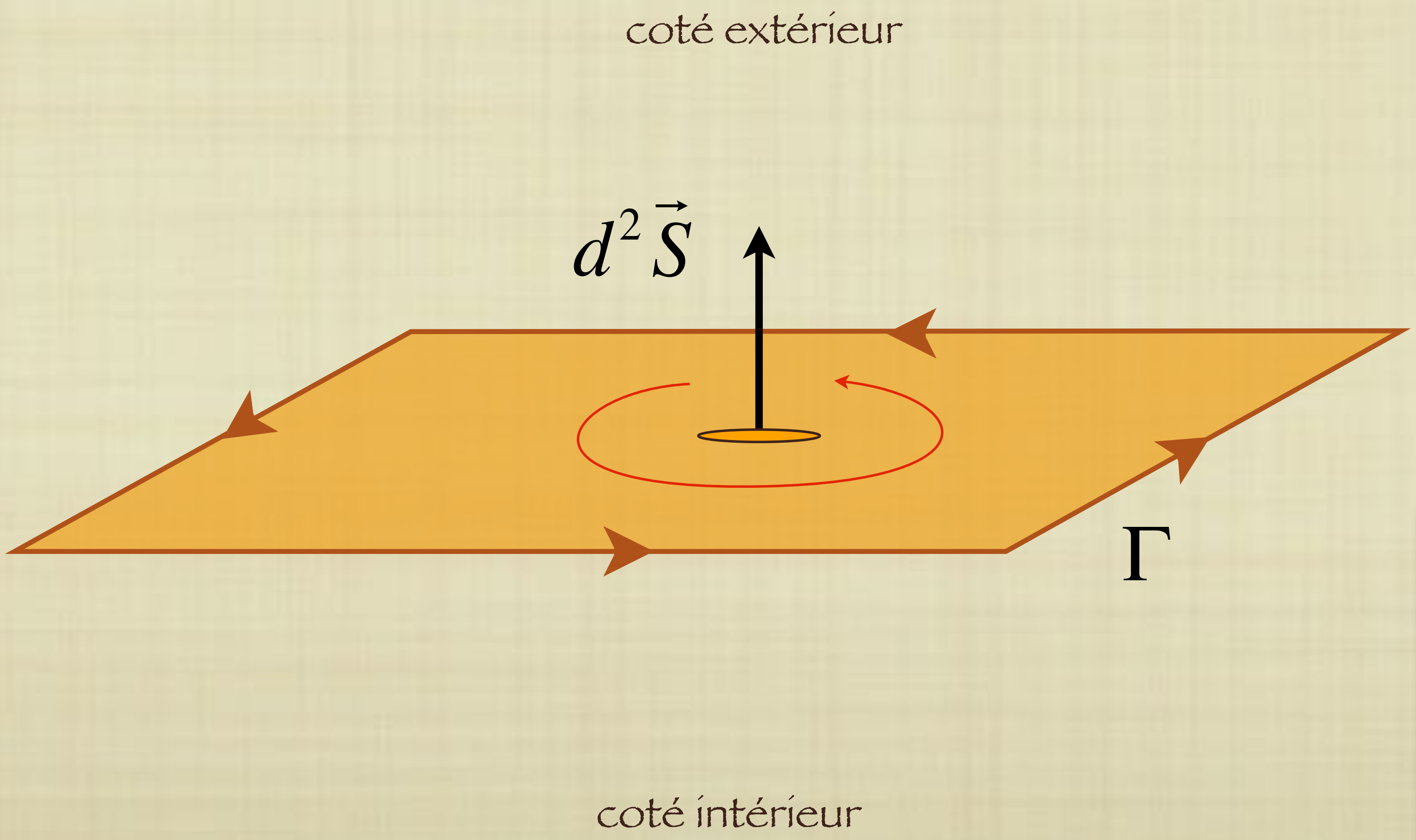
On ne considérera que des surfaces avec un bord :

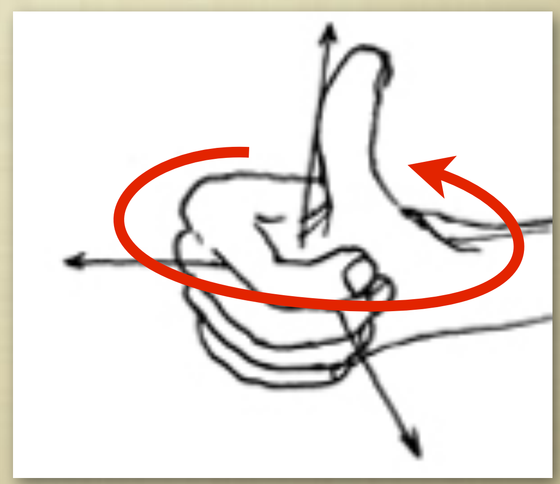
RQ : LE VECTEUR SURFACE EST NUL POUR UNE SURFACE SANS BORD.

Soit Γ le bord de la surface :

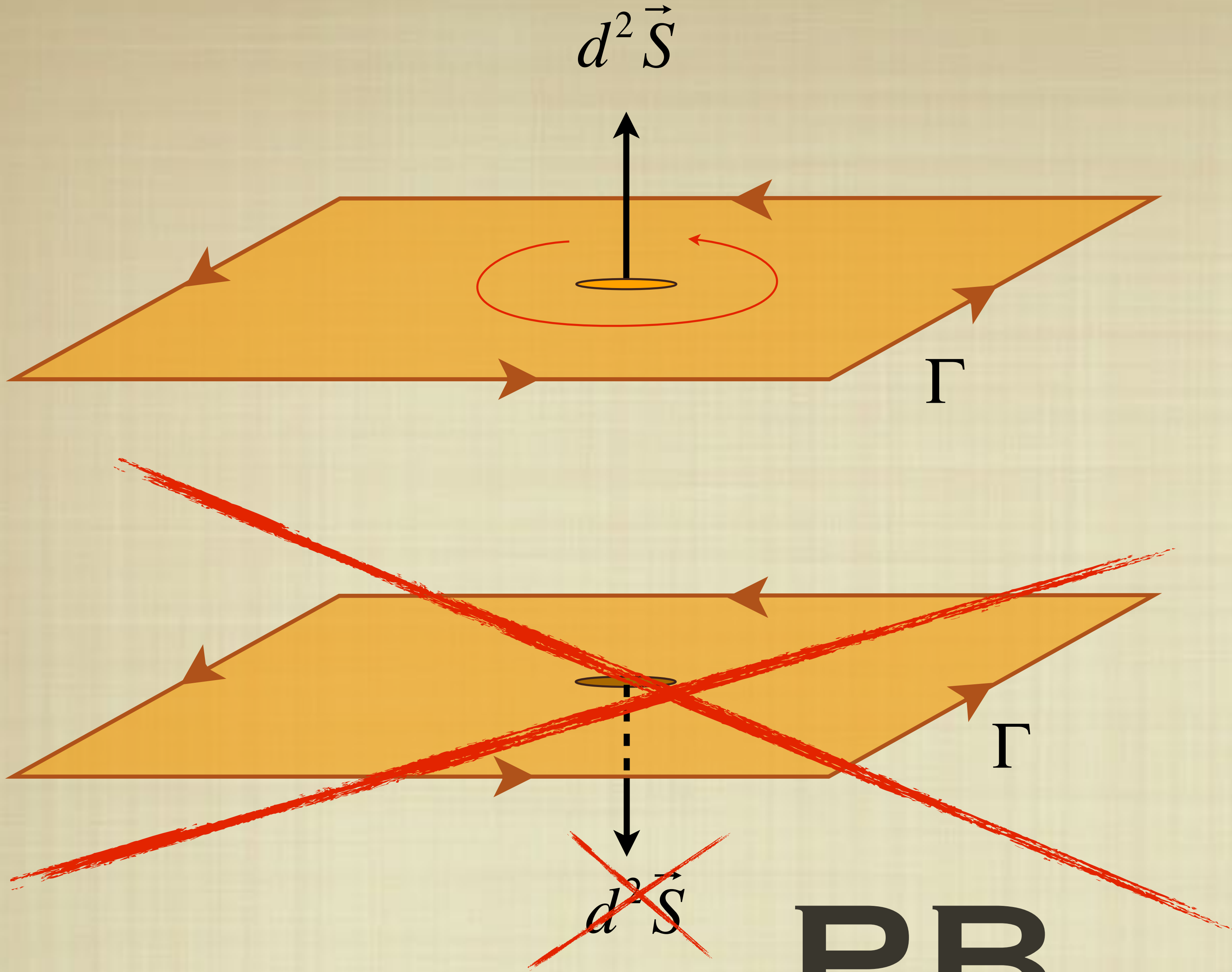
1 - On va choisir une orientation (fléchée) pour le bord [contour orienté]

2 - On oriente le vecteur surface dans le sens du vissage [règle de la main droite]

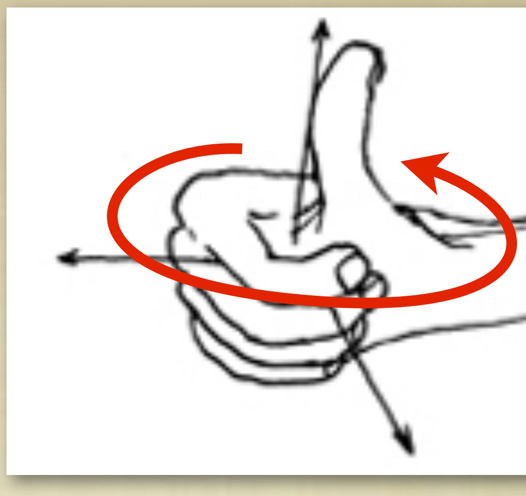




SENS DU VISSAGE

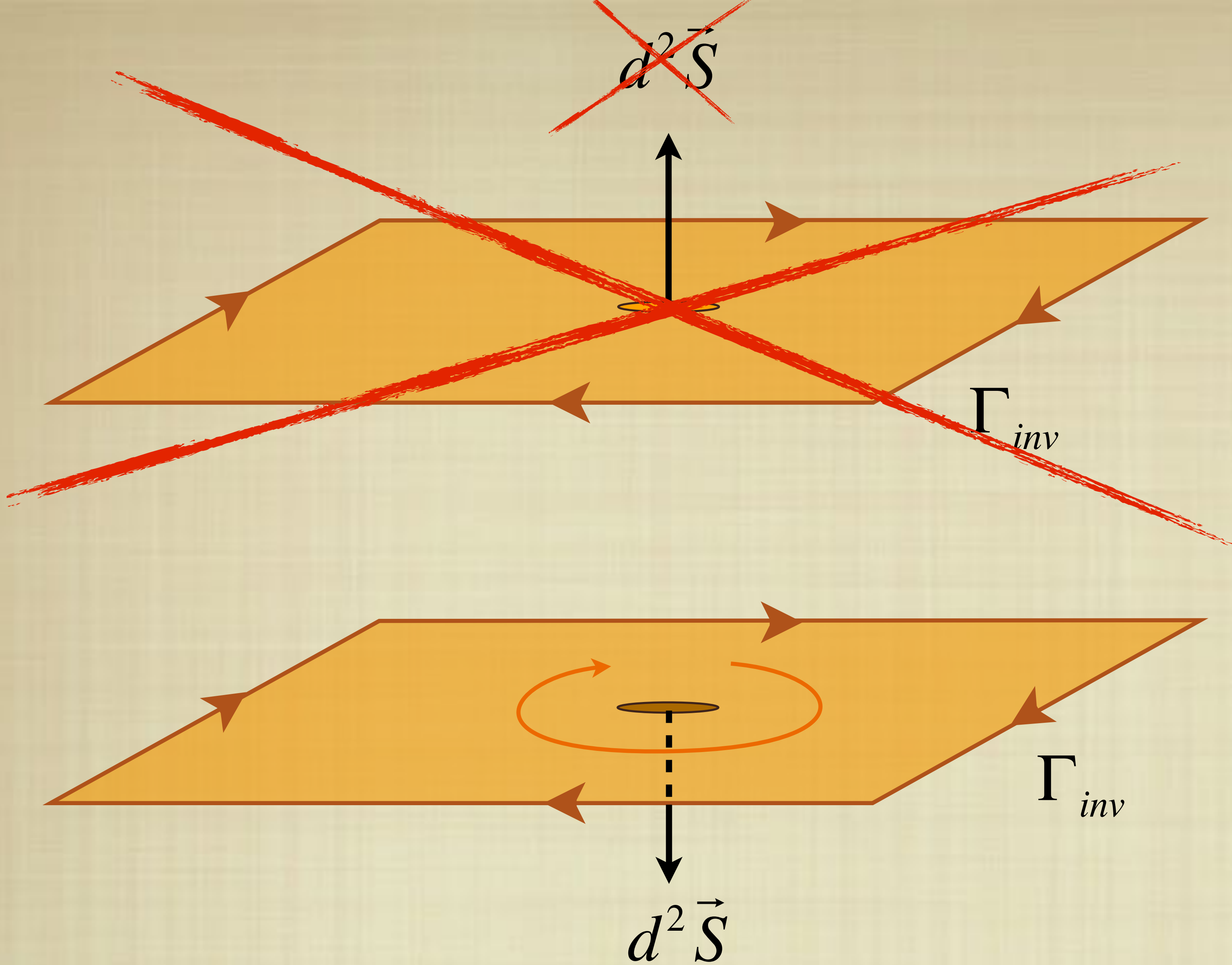


PB

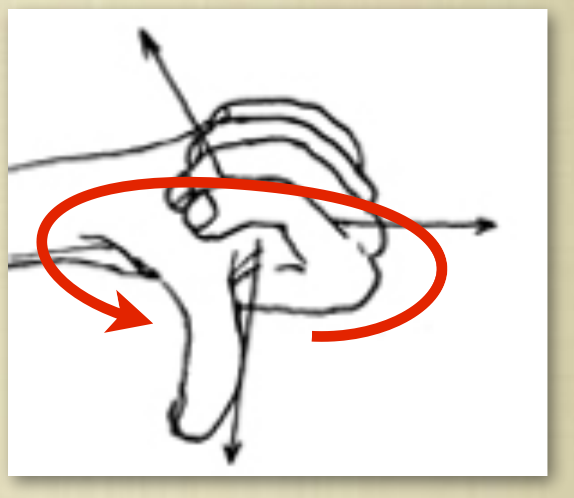


SENS DU VISSAGE

De cette façon le choix du vecteur surface est unique, et entièrement déterminé par le choix de l'orientation du contour !



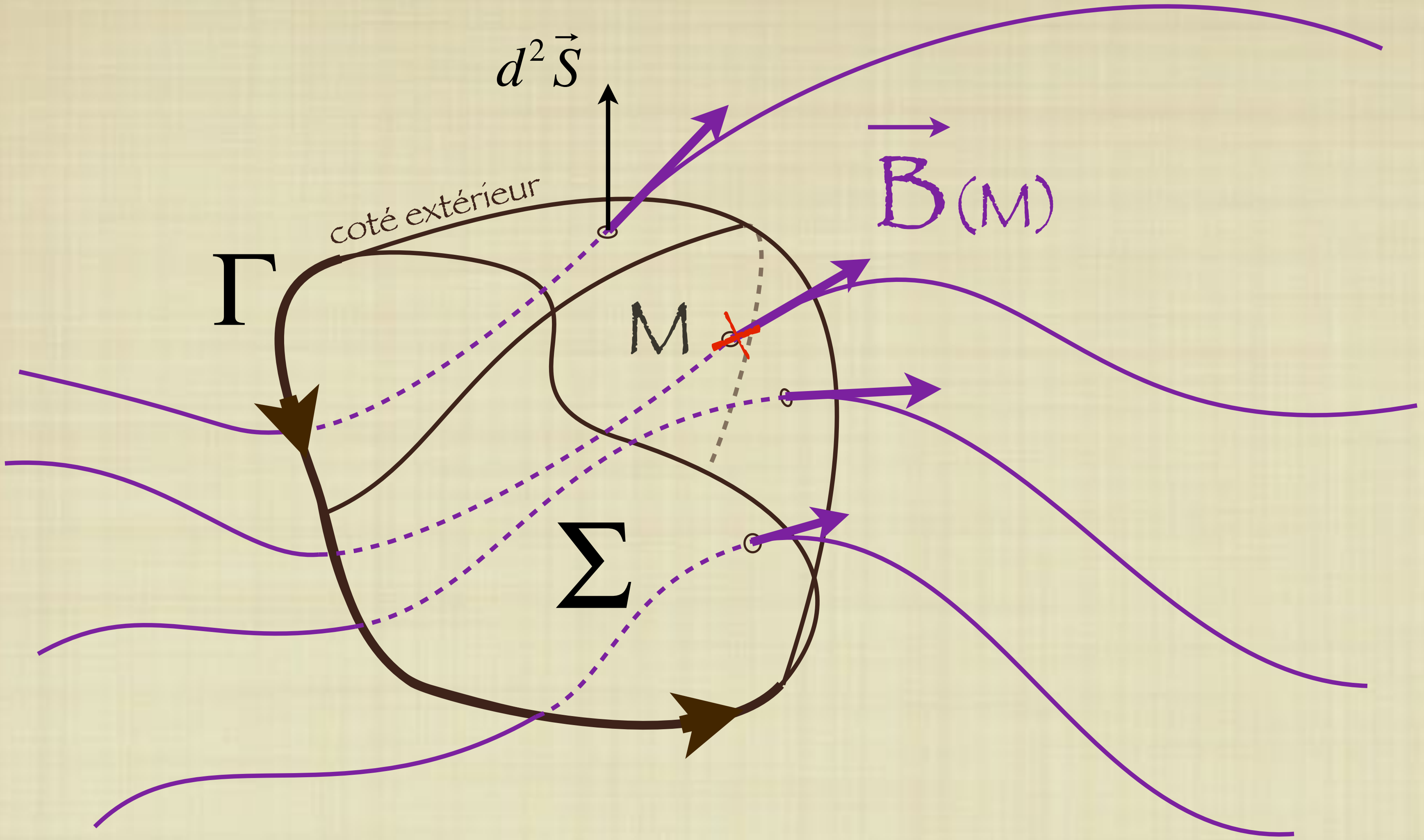
SENS DU VISSAGE



De cette façon le choix du vecteur surface est unique, et entièrement déterminé par le choix de l'orientation du contour !

Retour au problème initial :

Cas général : La surface Σ s'appuie sur un contour fermé Γ et orienté qcq :



EN WEBER : WB

SOIT LE FLUX :

$$\boxed{\Phi_\Gamma = \iint_\Sigma \vec{B}(M)d\vec{S}}$$

Propriété du flux (Démo HP)

On montre (cf 2ème année) que le flux ne dépend pas de la forme de la surface Σ mais uniquement du contour Γ sur lequel celle-ci s'appuie :

Rond : surface fermée -> pas de bord

$$\boxed{Div(\vec{B})=0} \quad \Longrightarrow \quad \boxed{\iiint_V Div(\vec{B})\,d\tau = \oint\!\!\oint_{\Sigma_1\cup\Sigma_2^{inv}} \vec{B}(M)d\vec{S}=0}$$

eq° Maxwell

Green-Ostrogradsky

$$\oint\!\!\oint_{\Sigma_1\cup\Sigma_2^{inv}} \vec{B}(M)d\vec{S} = \iint_{\Sigma_1}\vec{B}(M)d\vec{S} - \iint_{\Sigma_2}\vec{B}(M)d\vec{S} = 0$$

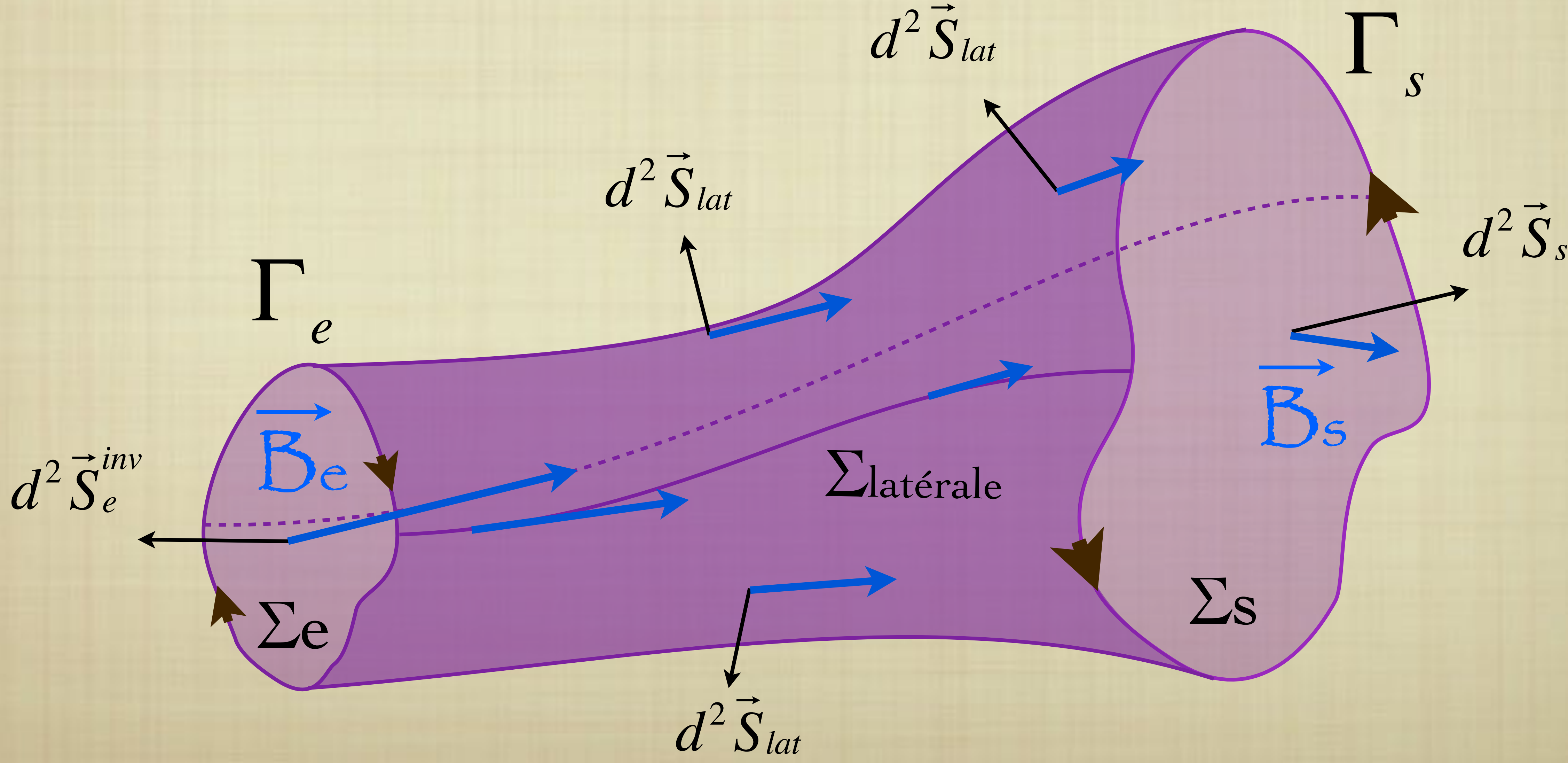
$$\boxed{\Phi_\Gamma = \iint_{\Sigma_1}\vec{B}(M)d\vec{S} = \iint_{\Sigma_2}\vec{B}(M)d\vec{S}}$$

Complément : Application au tube de champ

$$\oiint_{\Sigma} \vec{B} d\vec{S} = \vec{0} \quad \Leftrightarrow \quad Div(\vec{B}) = 0$$

$$\boxed{\phi_e = \phi_s}$$

Propriété : Le flux du champ magnétique est toujours conservé



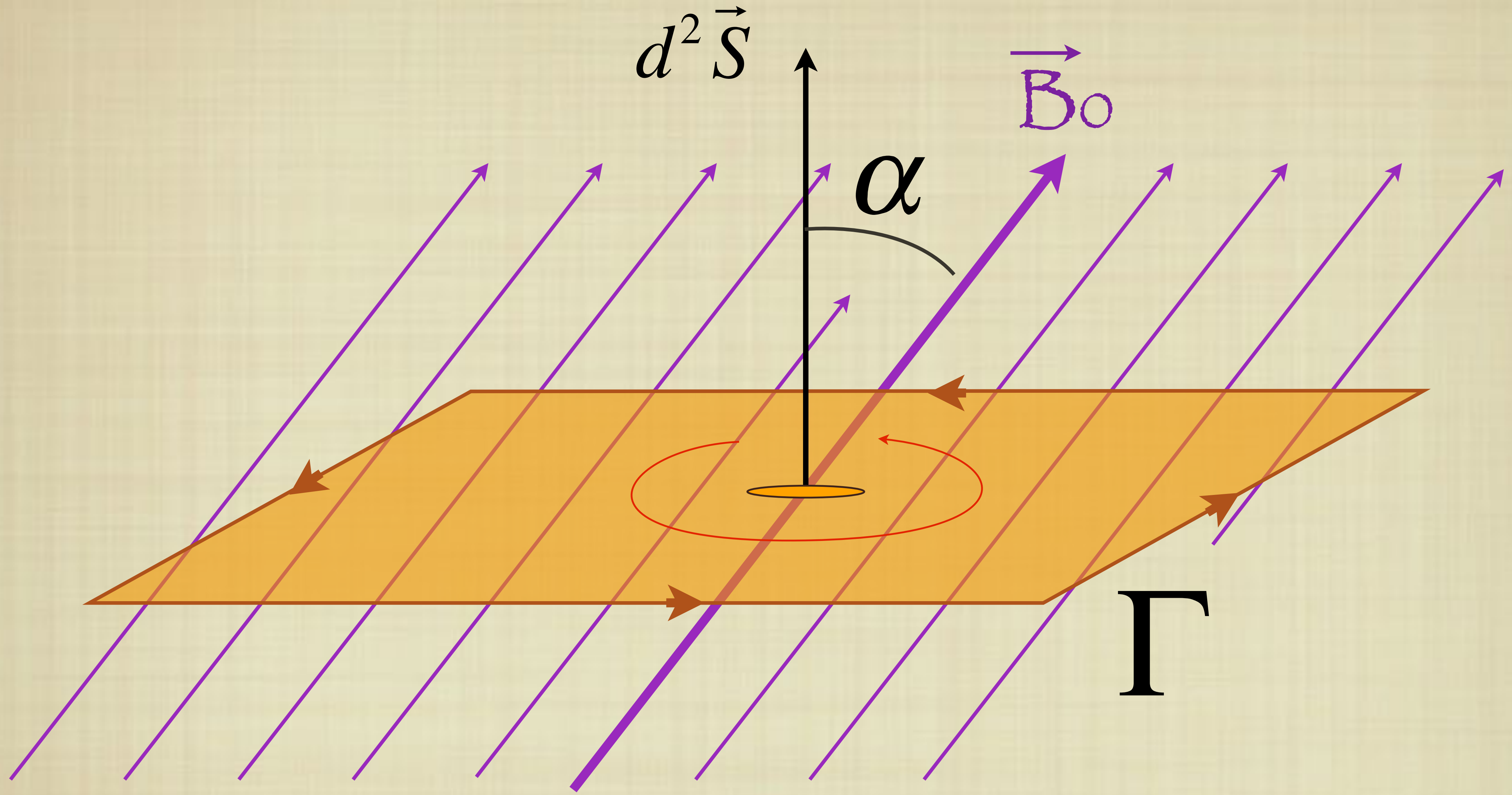
a - Le tube de champ est une surface fermée que l’on décompose en trois surfaces avec bord : entrée, sortie et la surface latérale. Proposer une écriture du flux total sur la surface fermée comme la somme de 3 intégrales doubles.

b - Expliquer que le flux latéral est nul. Conclusion ?

c - En détaillant les signes des flux entrant et sortant, en lien avec les convention d’orientation des surfaces (=> poser proprement la définition du flux entrant), retrouver l’égalité entre le flux entrant et sortant.

γ - Cas d'application :

Flux d'un champ magnétique uniforme $\overrightarrow{B_0}$ à travers un contour plan orienté Γ.



Calcul du flux :

a - Posez le calcul de l'intégrale double du flux en toute généralité .

b - On prend un élément de surface en cartésien : $d^2\vec{S} = dxdy\overrightarrow{e_z}$

c - Finir le calcul.

d - Ecrire le résultat comme une expression vectorielle simple, en fonction du vecteur surface total et du champ B uniforme.

Rq : Cette expression sera toujours valide pour un circuit plan dans un champ uniforme.

Rq : Deux types de situations

Champ Magnétique Uniforme :

Cas général :

Rq : Nous verrons d'autres types de flux

Ne pas noter

Pression -> flux de Qté. de Mvt.

vecteur densité de Courant -> flux charge

En général : **Grandeur / mètre carré / unité de temps**

Le flux est l'intégrale surfacique de cette grandeur .

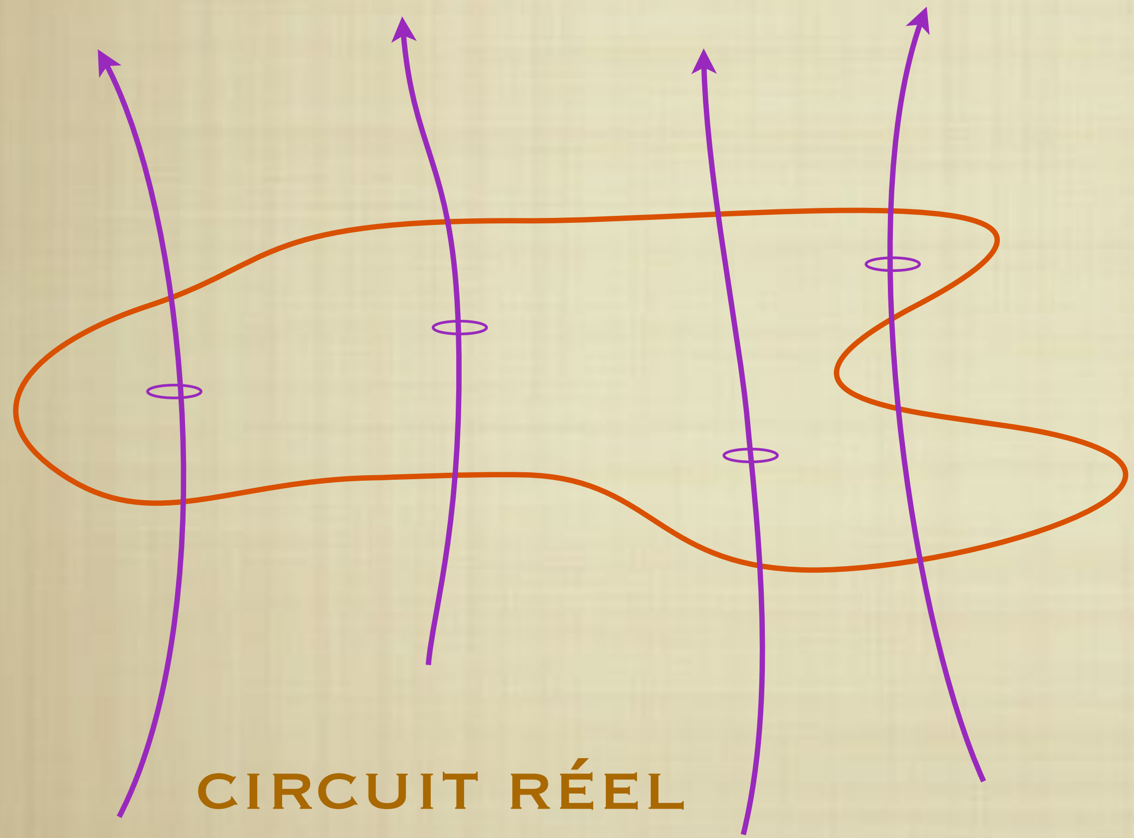
Ici différent : **Flux du champ B => en Weber**

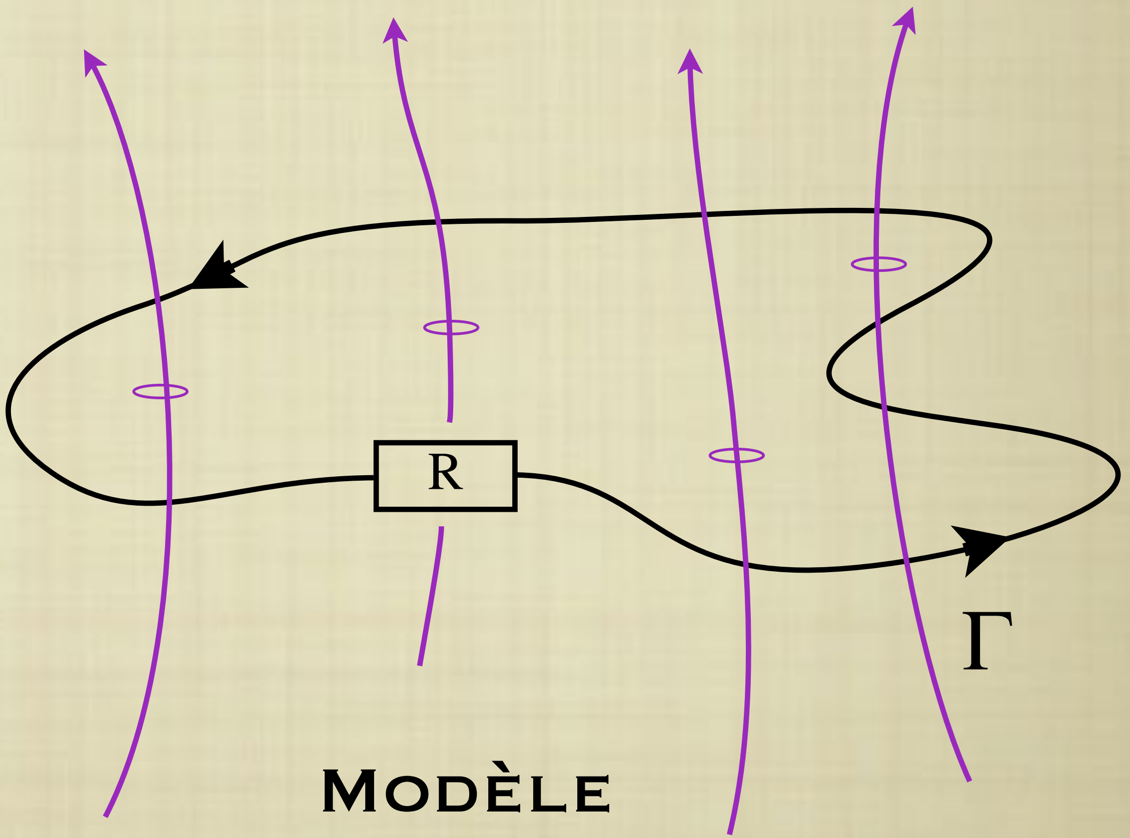
2 - Loi de Faraday

α - modélisation du circuit

- On modélise le circuit électrique (fil conducteur) par un contour Γ orienté, de résistance totale R, et traversé par des lignes de champ magnétique.

- On schématise ensuite le contour par un fil idéal, en série sur la résistance totale R du fil réel.





- On peut aussi ajouter d'autres dipôles notamment un générateur.

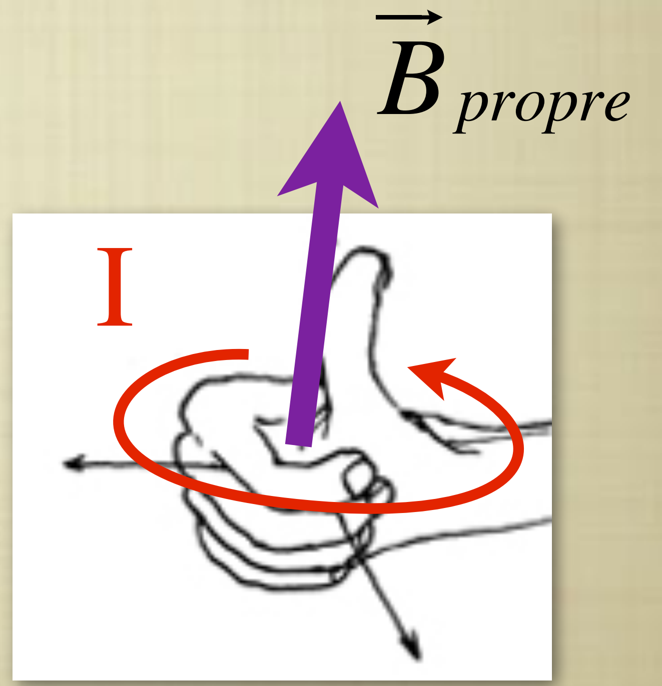
β - Loi de modération de Lenz

Soit un circuit de résistance R, et traversé par un flux de champ magnétique, qui varie dans le temps : $\Phi(t)$

La loi de Lenz permet de déterminer le sens du courant :

$\boxed{\text{Le courant induit dans le circuit crée lui même un champ magnétique dont le flux propre tend à modérer la variation du flux extérieur qui lui a donné naissance.}}$

<u>Le champ magnétique propre obéit à la règle de la main droite :</u>



Son flux vient s'ajouter à celui du champ extérieur :

On en déduit le signe du flux propre, compté positif selon le sens du contour orienté.

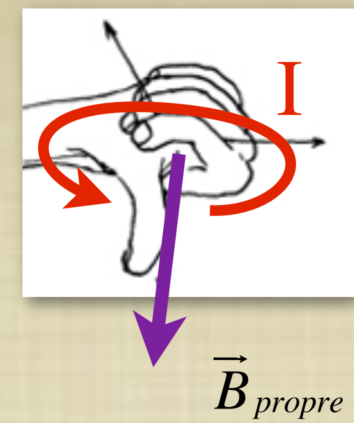
Deux cas de figure :

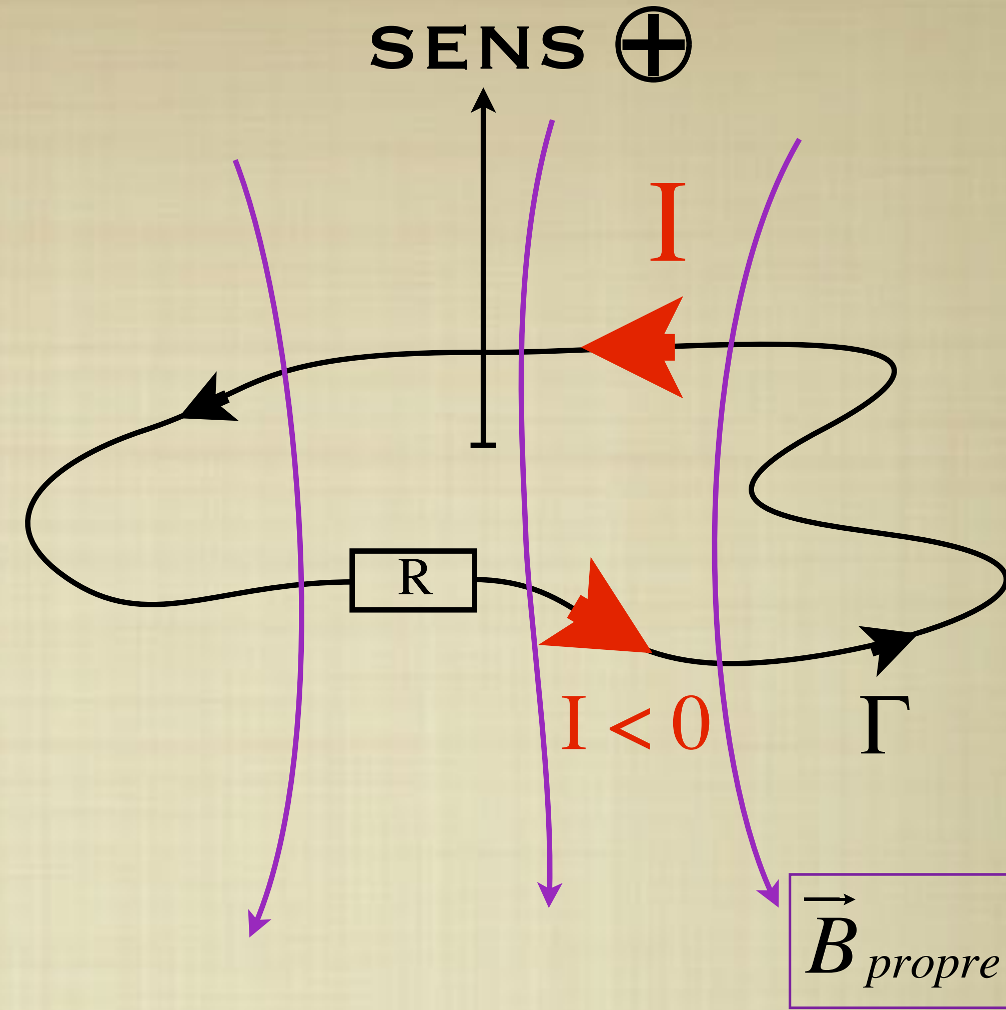
$$\Phi(t) \nearrow \quad \Rightarrow \quad \Phi_{propre}(t) < 0$$

$$\Downarrow$$

$\vec{B}_{propre}$ dirigé dans le sens négatif

$\Rightarrow$ **I < 0 : sens physique inverse de Γ**



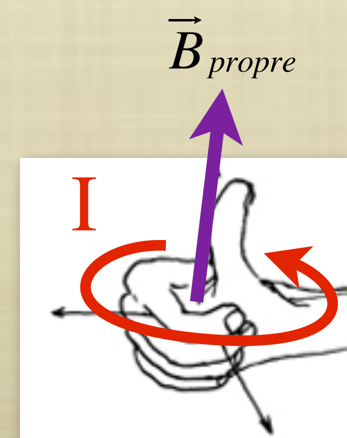


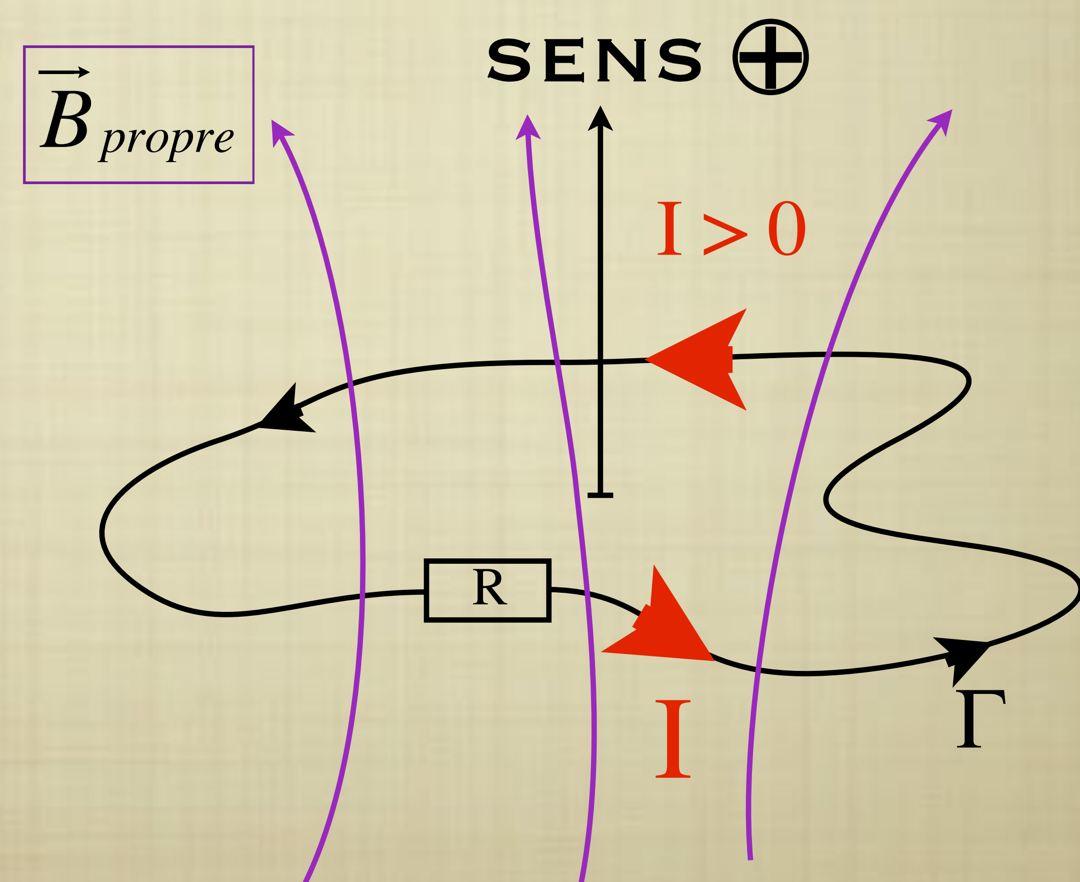
$$\Phi(t) \searrow \quad \Rightarrow \quad \Phi_{propre}(t) > 0$$

$$\Downarrow$$

$\vec{B}_{propre}$ dirigé dans le sens positif

$\Rightarrow$ **I > 0 : sens physique est celui de Γ**





V - Loi de Faraday

Soit un circuit de résistance R, et traversé par un flux de champ magnétique, qui varie dans le temps : $\Phi(t)$

La variation du champ magnétique, induit une force électromotrice : $\boxed{e(t) = -\frac{d\Phi}{dt}(t)}$

(Volt)

Remarque importante :

La notion de force électromotrice recouvre des aspects très complexes, la variation du champ magnétique crée en tout point du circuit un champ électrique dit champ électromoteur : $\overrightarrow{Em}$ (HP) qui pousse les porteurs de charges.

(Volt/m)

Tout se passe comme si il y avait un générateur de tension élémentaire en tout point du circuit.
La somme de ces tensions le long de tout le circuit est la force électromotrice :

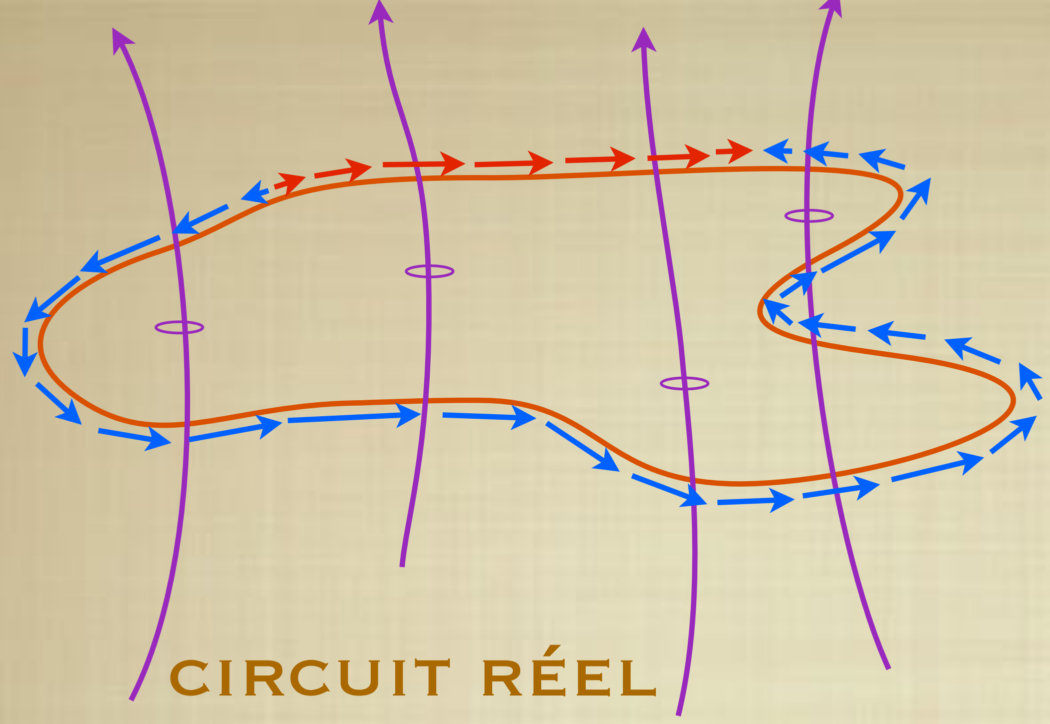
$$\boxed{e = \oint_{\Gamma} \overrightarrow{E_m} \cdot \overrightarrow{d\ell}}$$

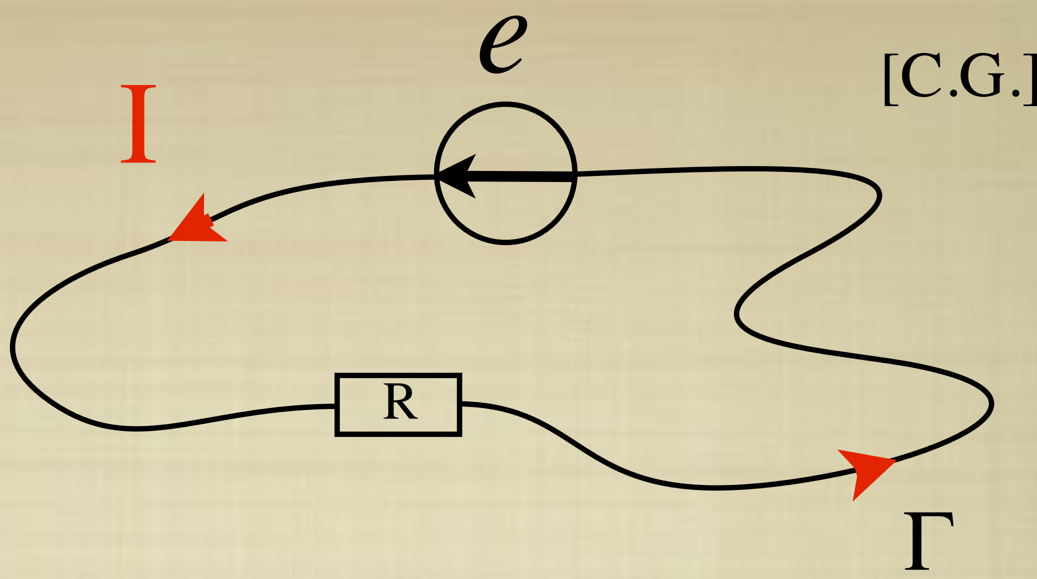
V

V/m

m

Rond :
Intégrale «de circulation» le long du circuit.





Du point de vue du modèle, on ajoute donc en série un générateur de tension e(t), correspondant à la <u>force électromotrice induite sur l'ensemble du circuit.</u>

$$e(t) = -\frac{d\Phi}{dt}(t)$$

On en déduit le courant I en <u>convention générateur</u> :

$$\boxed{I = \frac{e}{R}}$$

<u>PROBLÈME :</u> - toute notre modélisation est scalaire mais e et I sont algébriques.

=> Comment savoir dans quel sens orienter le générateur ?

Rq : Le <u>vecteur</u> champ électromoteur Em permet de trouver le sens directement (2ème année)

La loi de Lenz : donne le sens (commun en CG) de e et de I

Raisonnons par exemple sur une diminution du flux extérieur pour avoir e(t) > 0 :

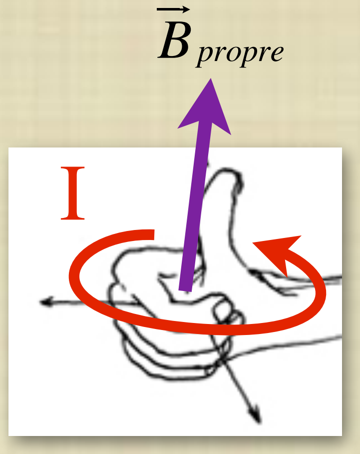
$$\boxed{e(t) = -\frac{d\Phi}{dt}(t) > 0}$$

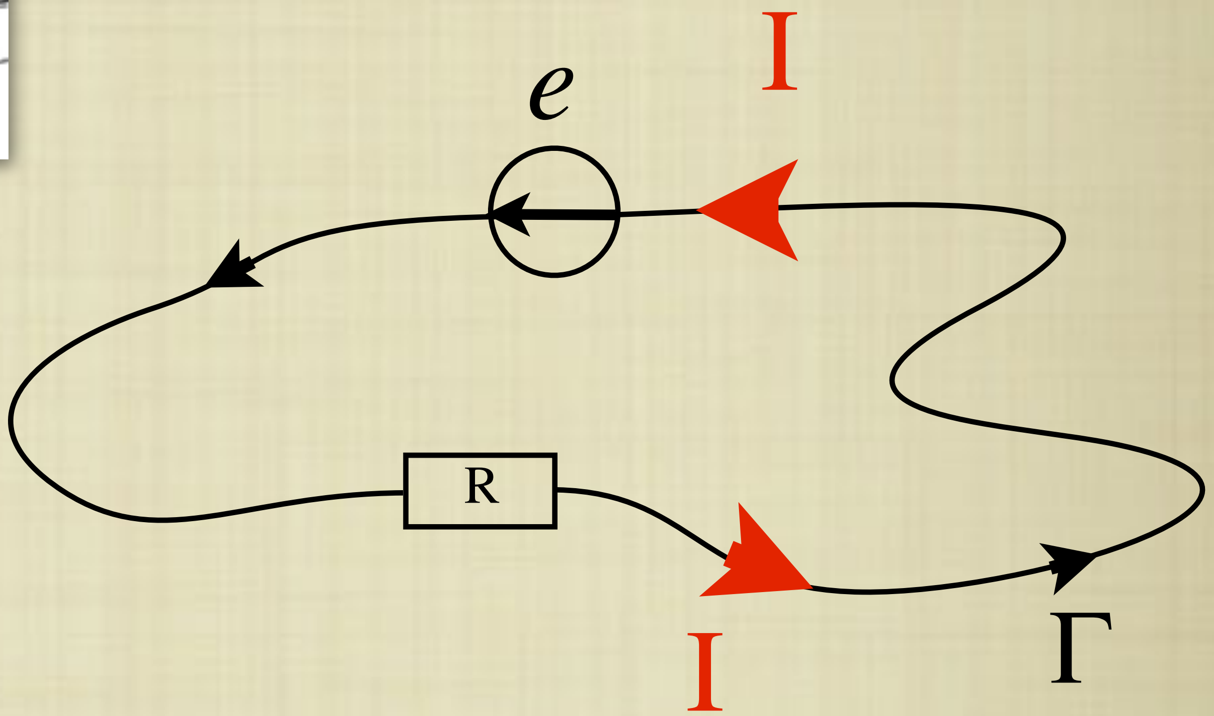
$$\boxed{\Phi(t) \searrow \quad \Rightarrow \quad \Phi_{propre}(t) > 0}$$

$$\Downarrow$$

$\vec{B}_{propre}$ dirigé dans le sens positif

$\Rightarrow$ **e et I dans le sens de** Γ





Le générateur équivalent à la force électromotrice sera donc toujours orienté dans le sens du contour Γ

Résolution de PB :

<u>Amuse tes amis :</u>

- Réaliser un anneau avec du papier alluminium. (R ~ 5cm)
- Placer l'anneau sur la plaque à induction. allumer.
- Explique le phénomène à tes amis !!!