Fonctions de transfert et filtrage

Objectif : Caractériser la fct. d'un étage d'électronique par la réponse en fréquence du quadripôle associé

Réaliser des opérations dites de filtrage

Prévoir une copie double

[Bien indexer les différentes parties]

Prérequis : - représentation complexe

PLAN

I Fonction de transfert d'un quadripôle

1 - Définitions

2 - Exemple simple : filtre passe bas du premier ordre

II Analyse harmonique de signaux périodiques

1 - Moyenne d'une fonction périodique

2 - Moyenne quadratique d'une fonction périodique : valeur efficace

Révision de SP-1

3 - Cas général : Valeur efficace d'un signal T-périodique quelconque

III Les filtres passifs

1 - Cadre d'étude des filtres

2 - Filtres passifs du premier ordre

3 - Filtres passifs du second ordre

4 - Mise en cascade de filtres

5 - Notion de gabarit

6 - Expérience filtrage non linéaire

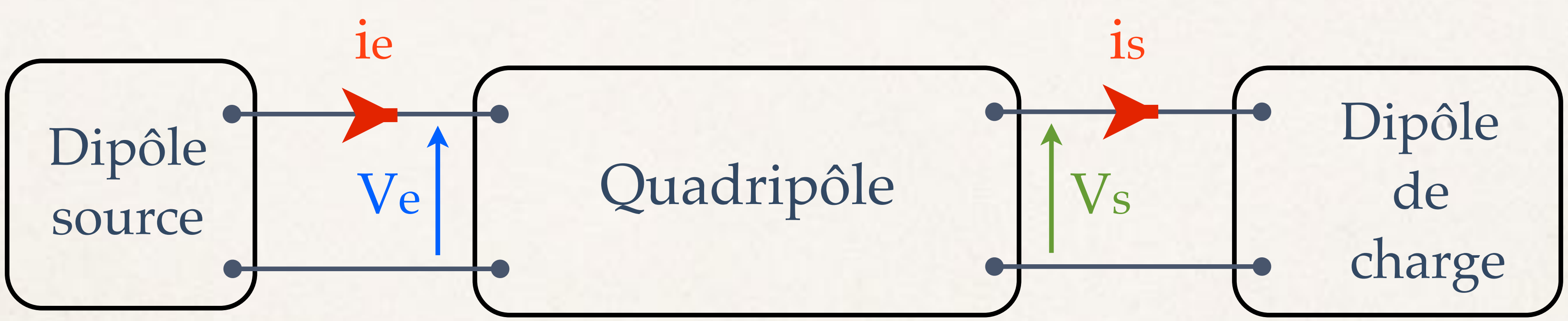
I Fonction de transfert d'un quadripôle

1 - Définitions

α - Quadripôle

Définition :

On appelle quadripôle un réseau électrique ayant quatre bornes.



$\left.\begin{array}{l} ie \\ Ve \end{array}\right\}$ $\left.\begin{array}{l} is \\ Vs \end{array}\right\}$

Ceux-ci sont a priori dépendants de l'ensemble de la chaîne d'électronique notamment de la source et de la charge.

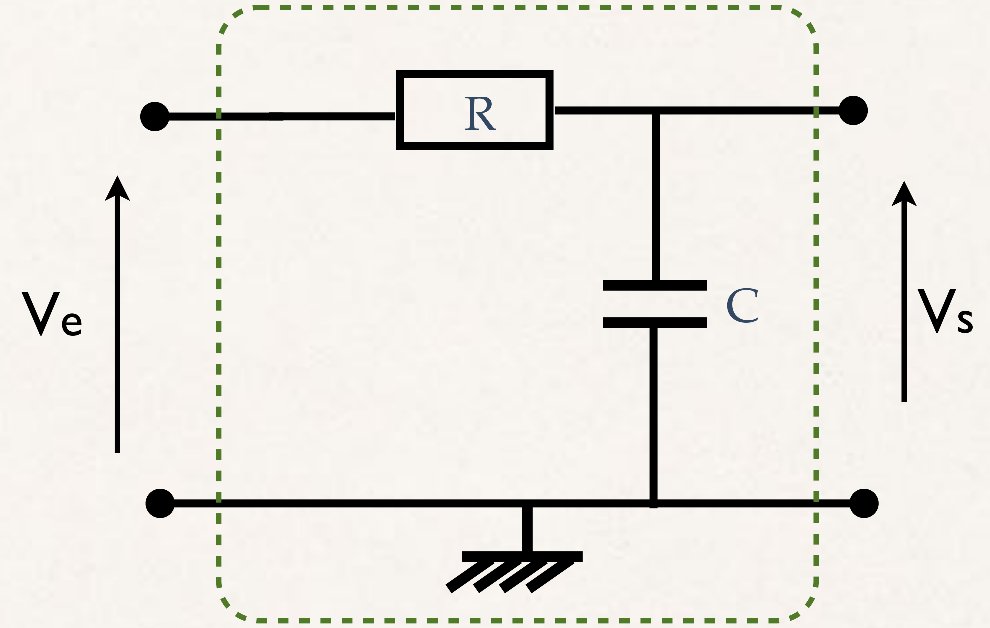
Définition :

On qualifie d'actif un quadripôle alimenté par des sources extérieures.
C'est à dire s'il reçoit de l'énergie de l'extérieur.

Dans le cas contraire on a un quadripôle passif

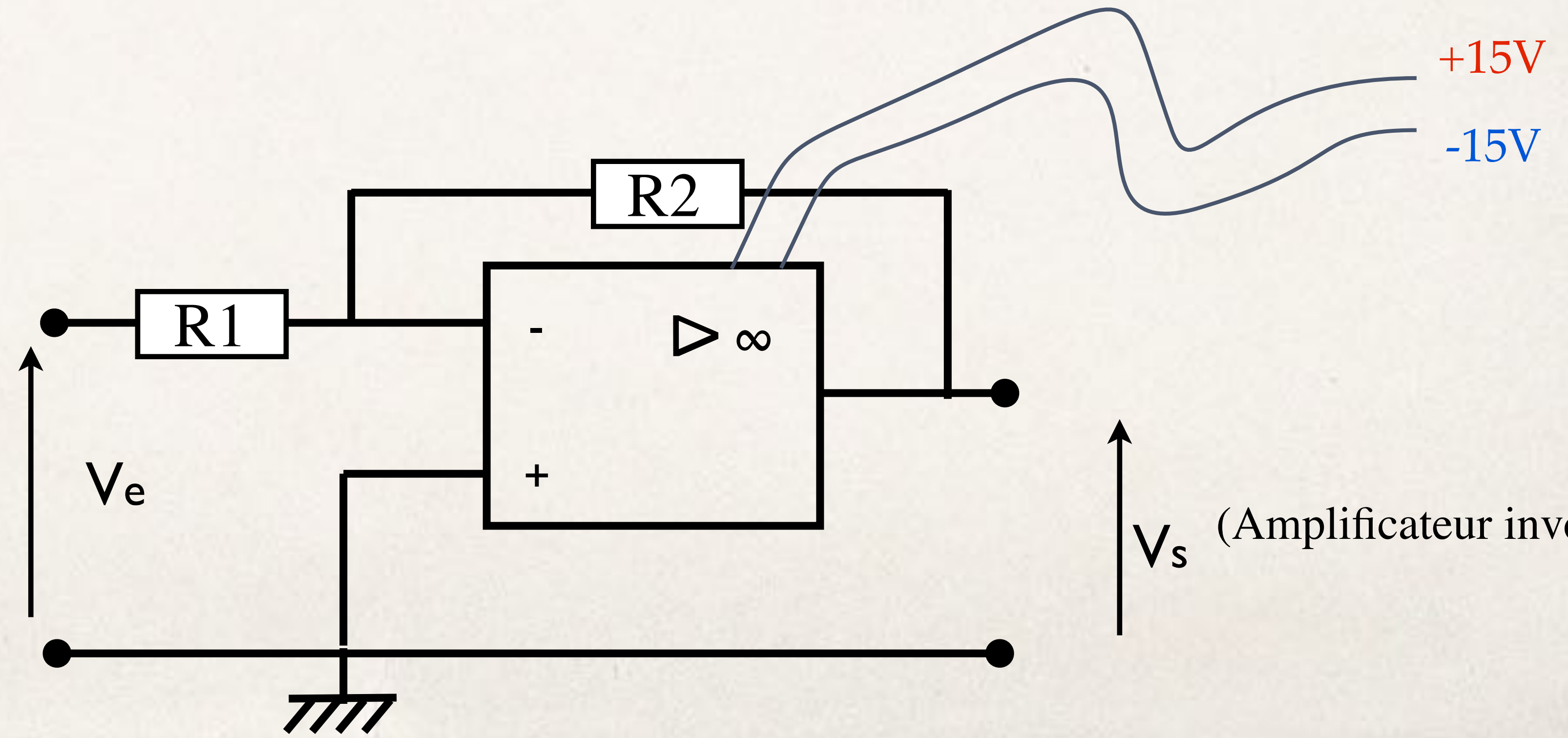
Exemples :

Quadripôle passif



Quadripôle actif

(TP)



(Amplificateur inverseur)

✳ Quadripôle linéaire :

Propriété de linéarité :

Un quadripôle linéaire quelconque obéit à la relation générale suivante :

C’est la relation de linéarité la plus générale entre ses tensions d’entrée et sortie

β - Fonction de transfert

On se donne $\underline{Ve}$ et $\underline{Vs}$ des signaux complexes en entrée et sortie :

Définition :

Elle a pour but de relier le signal sinusoïdal de sortie au signal sinusoïdal d'entrée :

- en module
- en phase

$$\underline{H}_{(j\omega)} \equiv$$

Le complexe $\underline{H}(j\omega)$ est appelée fonction de transfert

(Définie tant que $Ve \neq 0$)

La fonction de transfert se déduit de la relation de linéarité après passage aux complexes :

Propriétés :

$$\boxed{\left|\underline{H}(j\omega)\right| = \frac{v_{s_0}}{v_{e_0}} = G(\omega)}$$

$$\boxed{\arg(\underline{H}(j\omega)) = \varphi_s - \varphi_e}$$

On notera :

$$\boxed{\underline{H}(j\omega) = G(\omega)e^{j\varphi(\omega)}}$$

gain

déphasage

✳ Représentation logarithmique de $\underline{H}$:

On préfère décrire le gain comme le logarithme du rapport des amplitudes des signaux (sortie / entrée). Celui-ci se mesure en déciBel (dB) selon la formule :

<u>Application directe :</u>

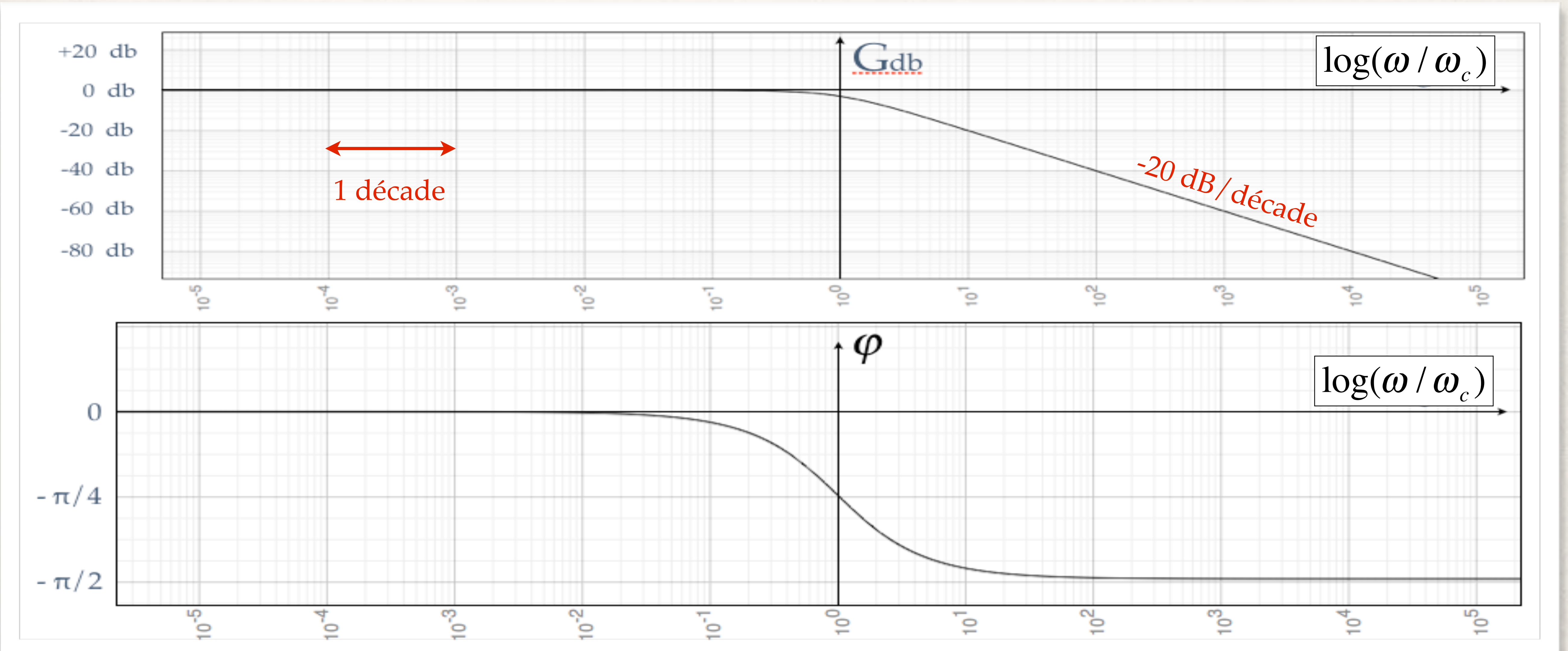
Exprimer le gain en dB d'une division par $\sqrt{2}$ de l'amplitude du signal.

✳ Diagrammes de Bode:

Il s'agit d'un <u>double</u> diagramme qui caractérise une fonction de transfert :

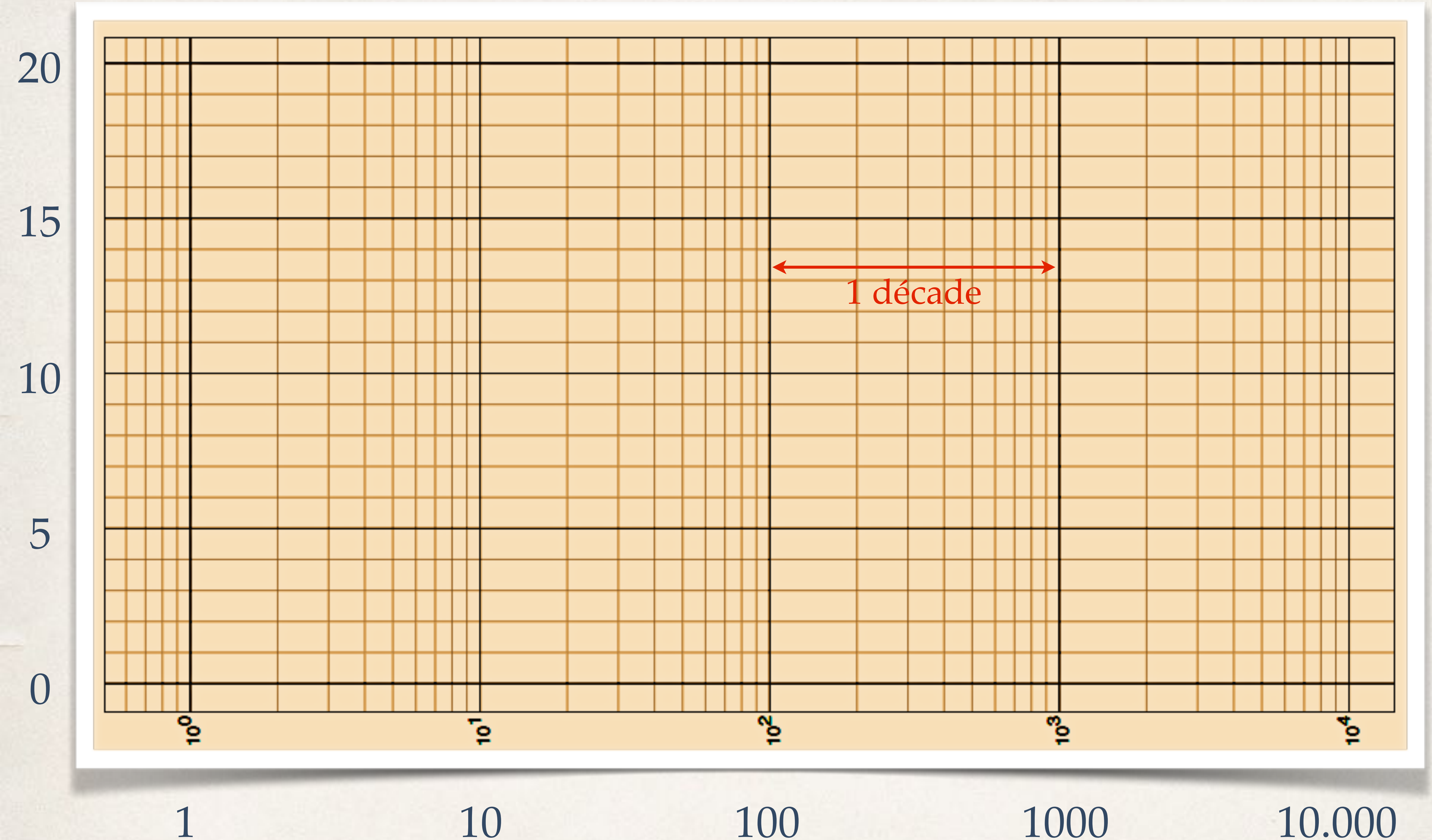
1 - GdB(ω) en fonction de $Log_{10}(\omega)$ (ou $Log_{10}(\omega/\omega_c)$)

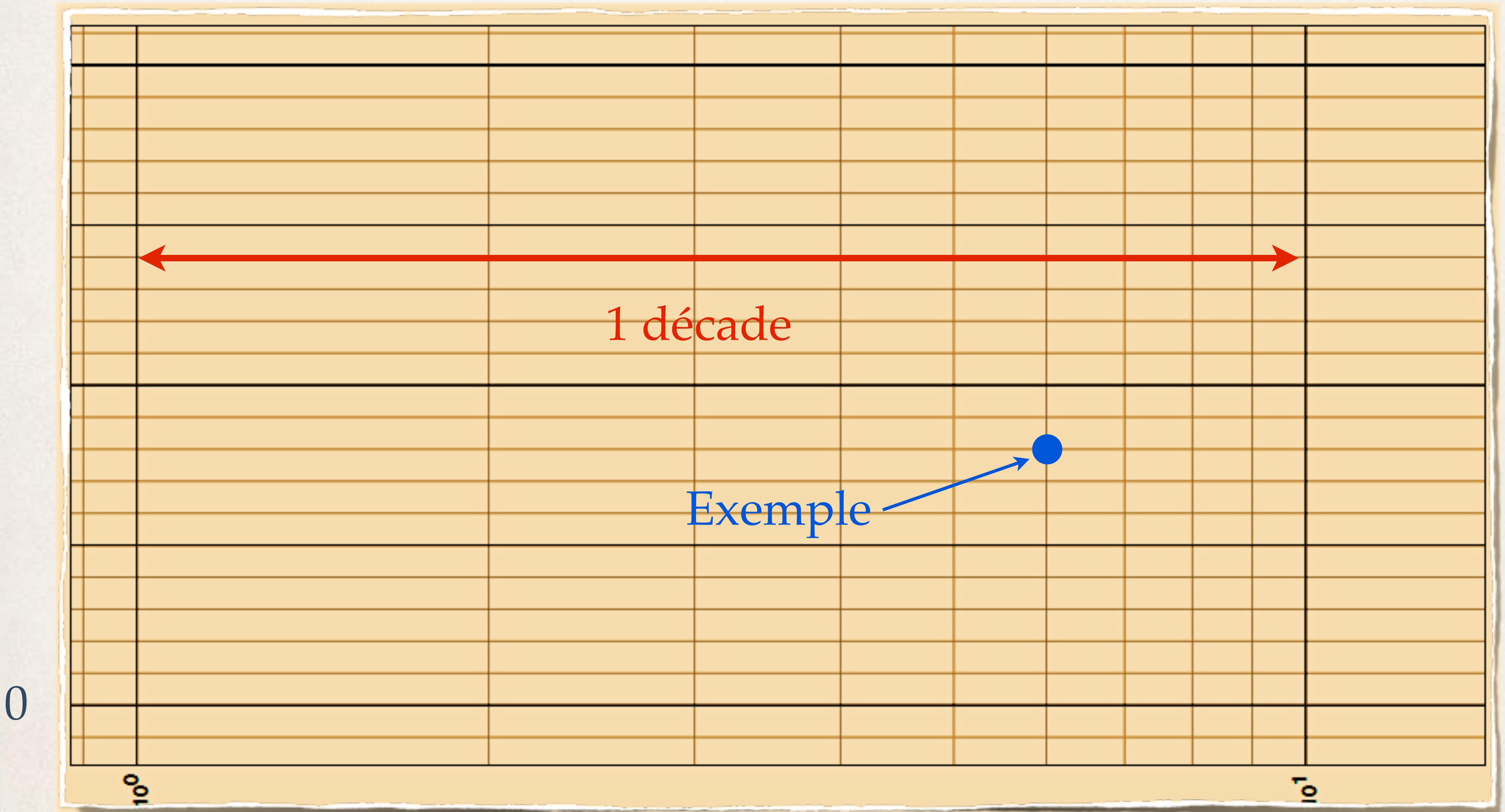
2 - $\varphi(\omega)$ en fonction de $Log_{10}(\omega)$ (ou $Log_{10}(\omega/\omega_c)$)

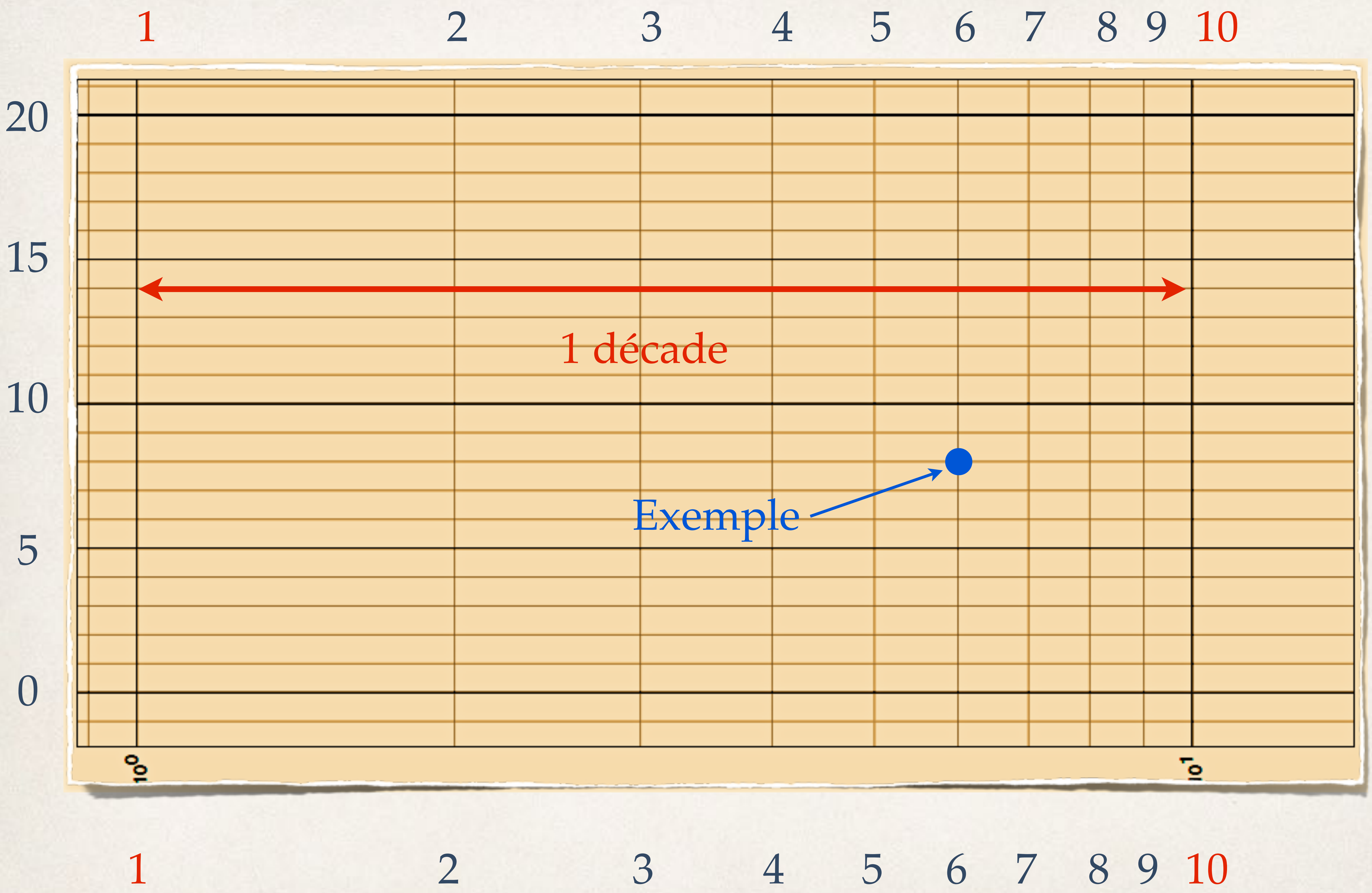


1 décade = facteur dix en fréquence

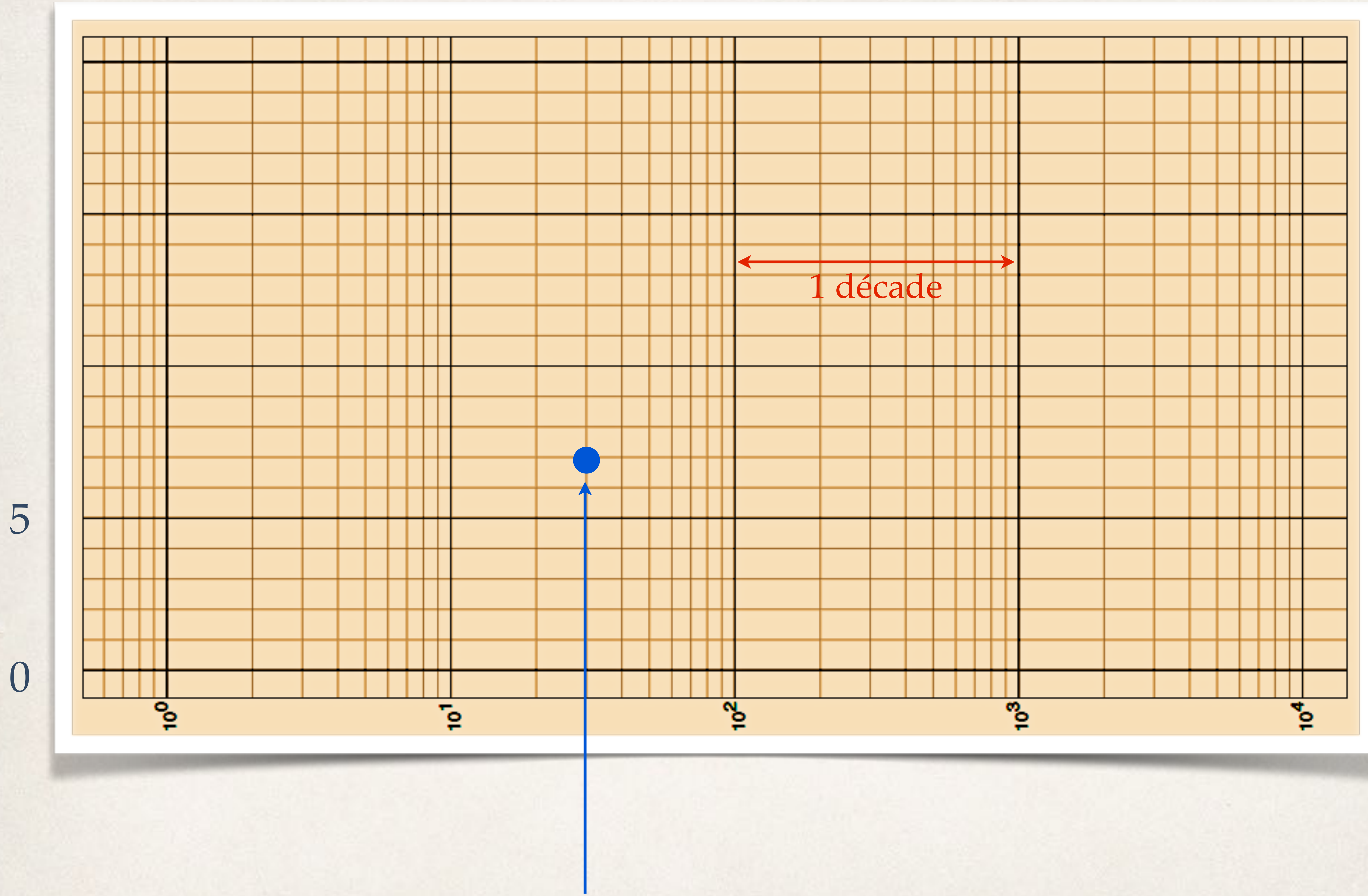
L'échelle logarithmique : Représentation Log / lin




1 décade
Exemple
10^0
10^1
0

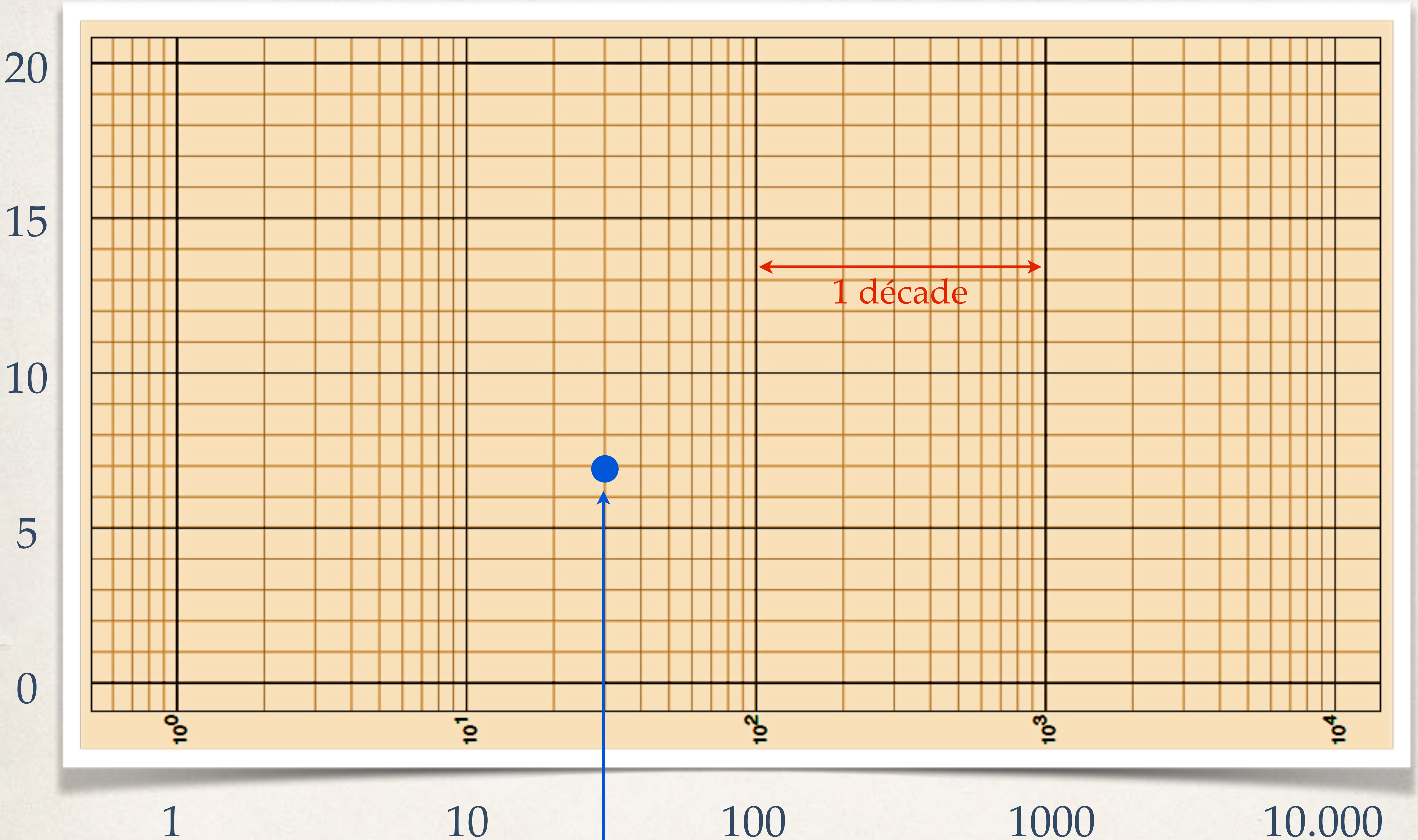

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10
20
15
10
5
0
1 décade
Exemple
10^0
10^1
1 2 3 4 5 6 7 8 9 10

L’échelle logarithmique : Représentation Log / lin



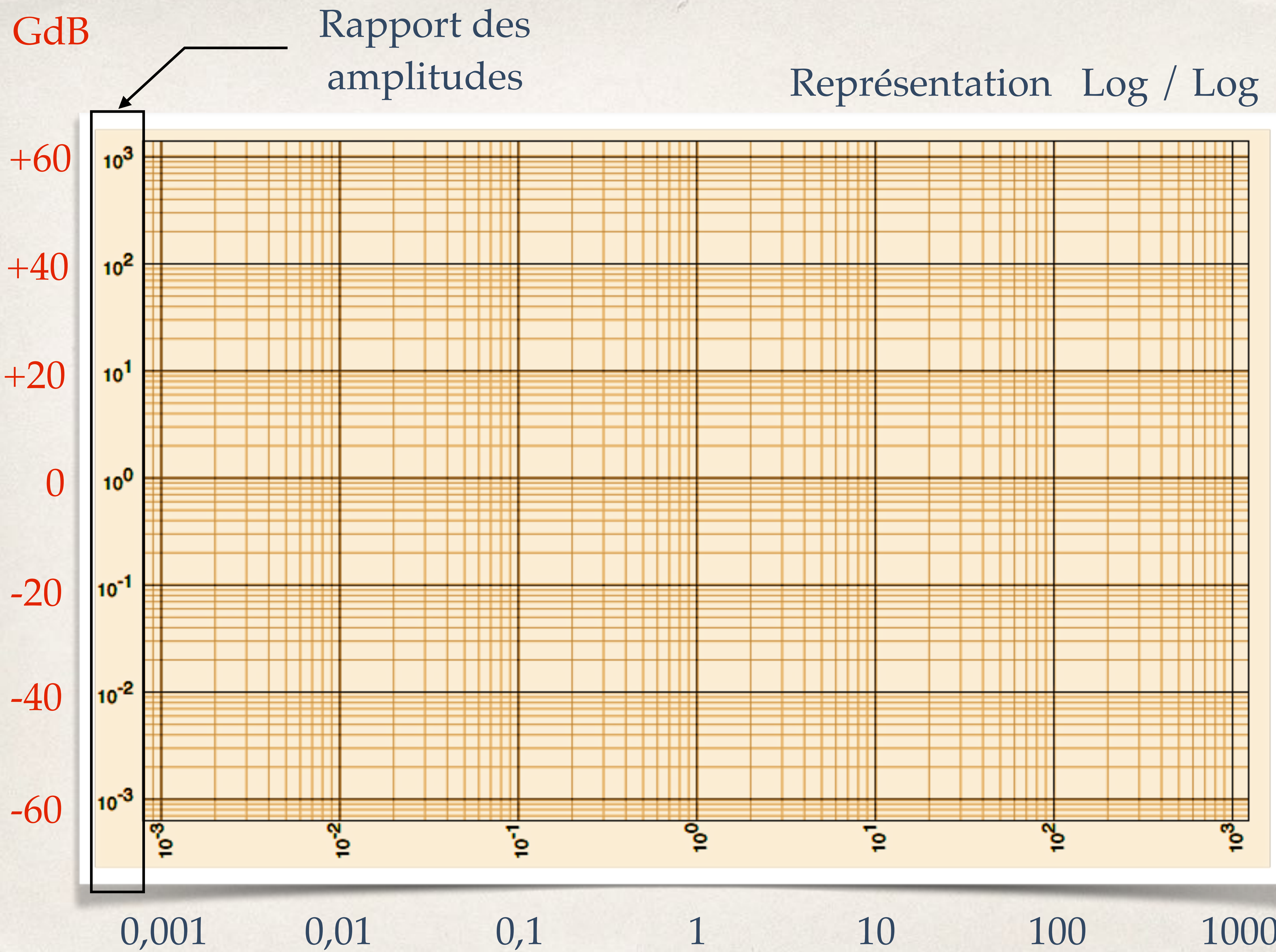
Exemple :

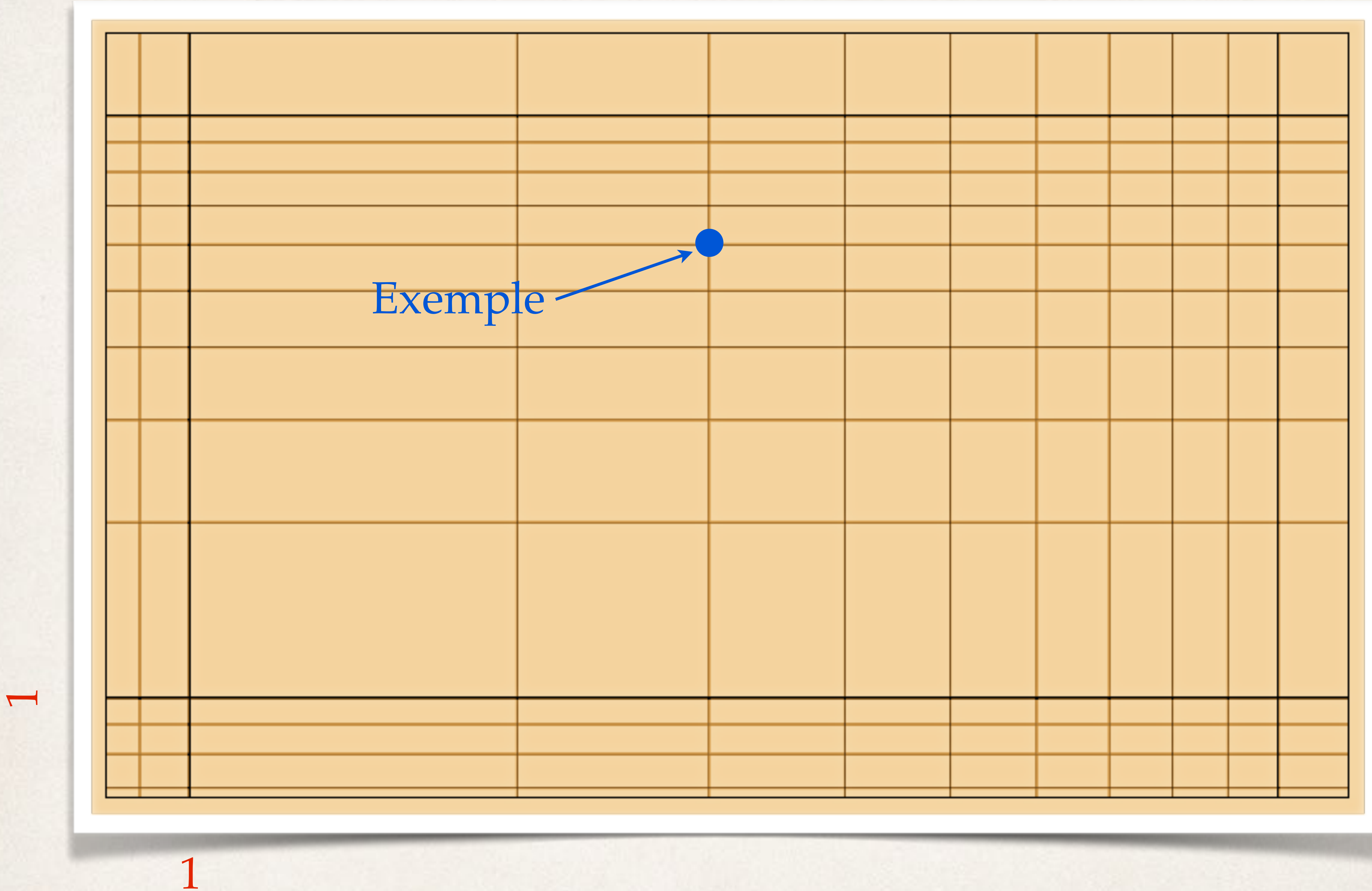
L’échelle logarithmique : Représentation Log / lin

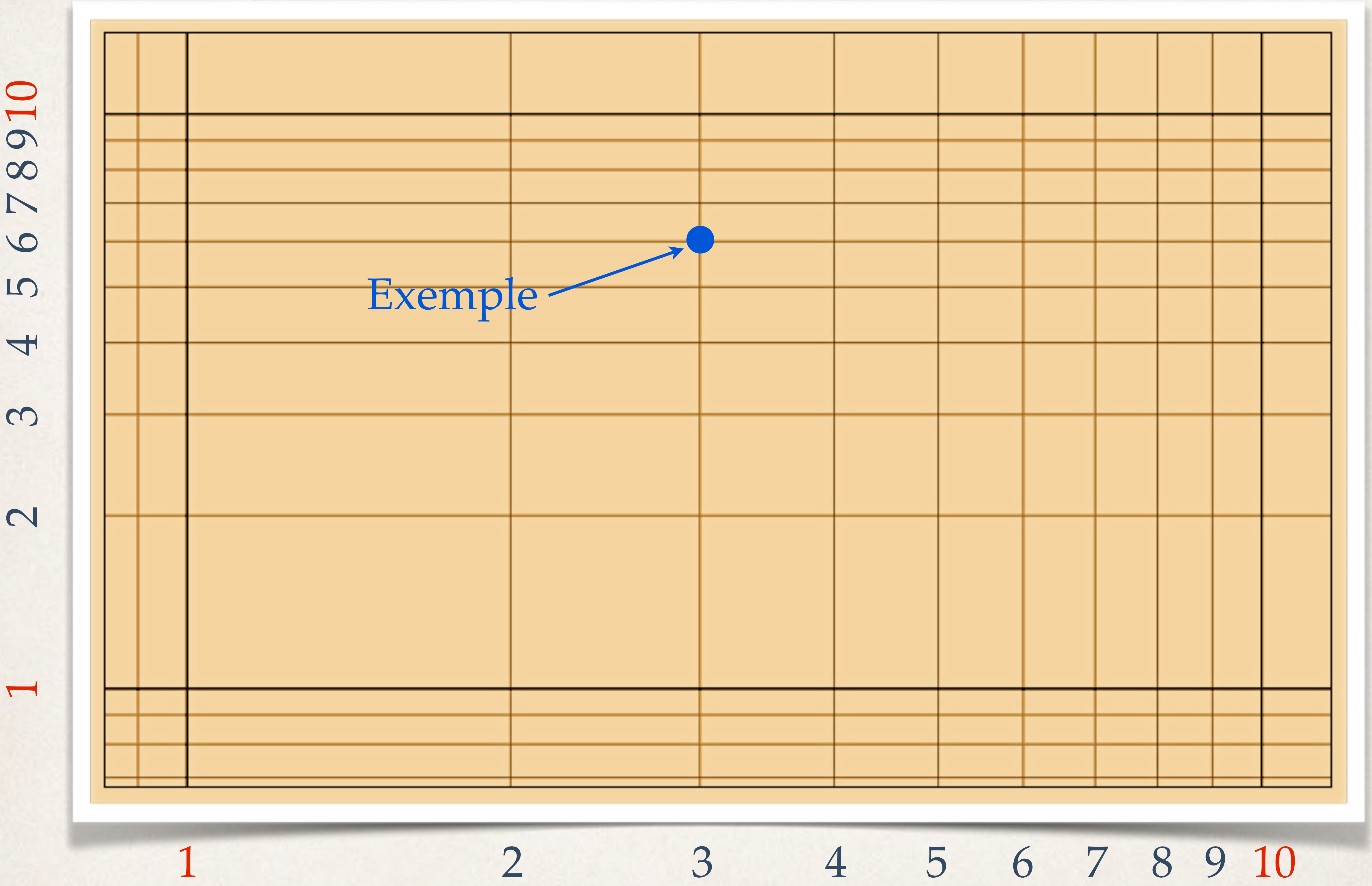


Exemple :

Représentation Log / Log



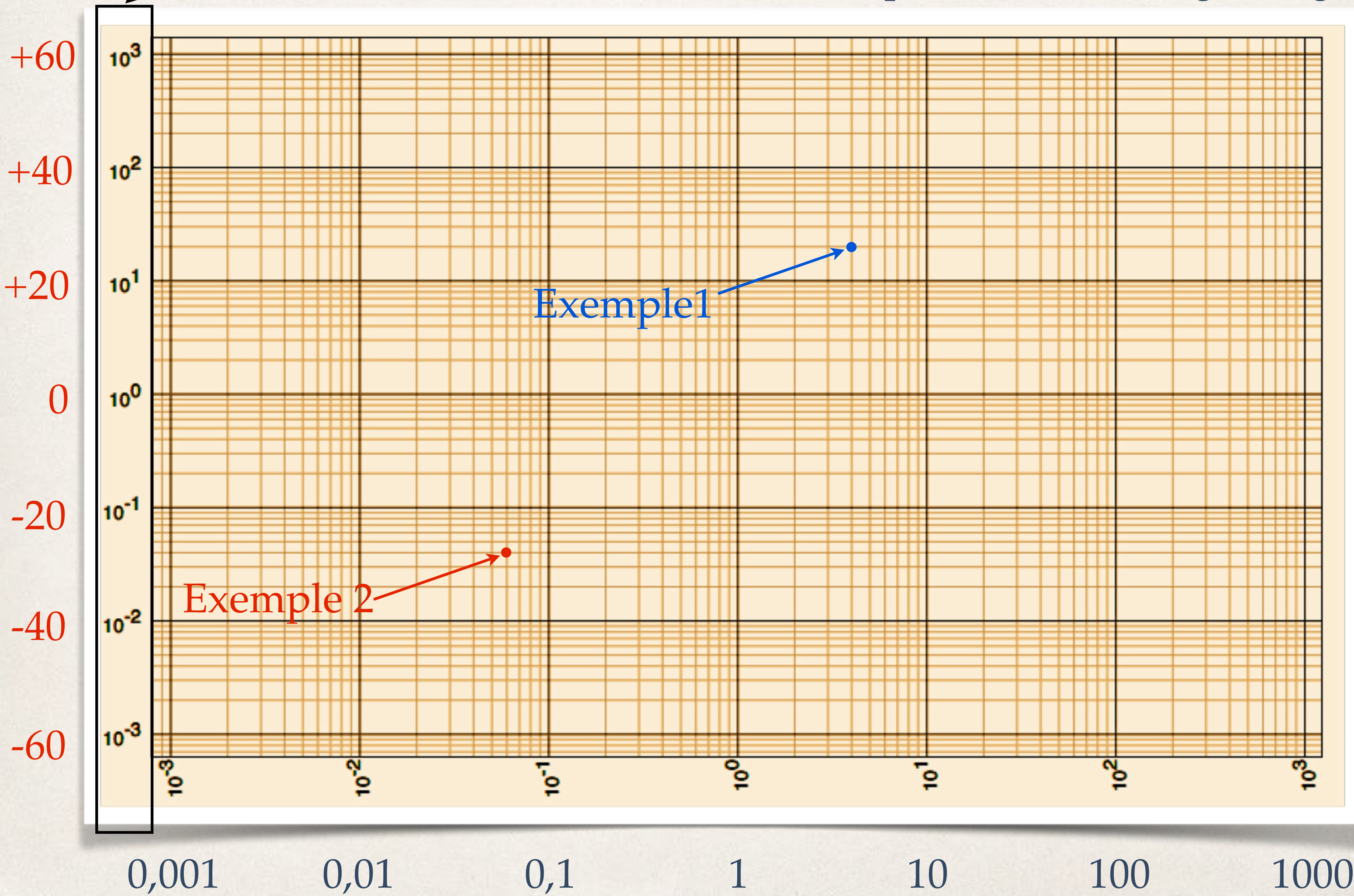

Exemple
1
1


10 9 8 7 6 5 4 3 2 1
Exemple
1 2 3 4 5 6 7 8 9 10

GdB

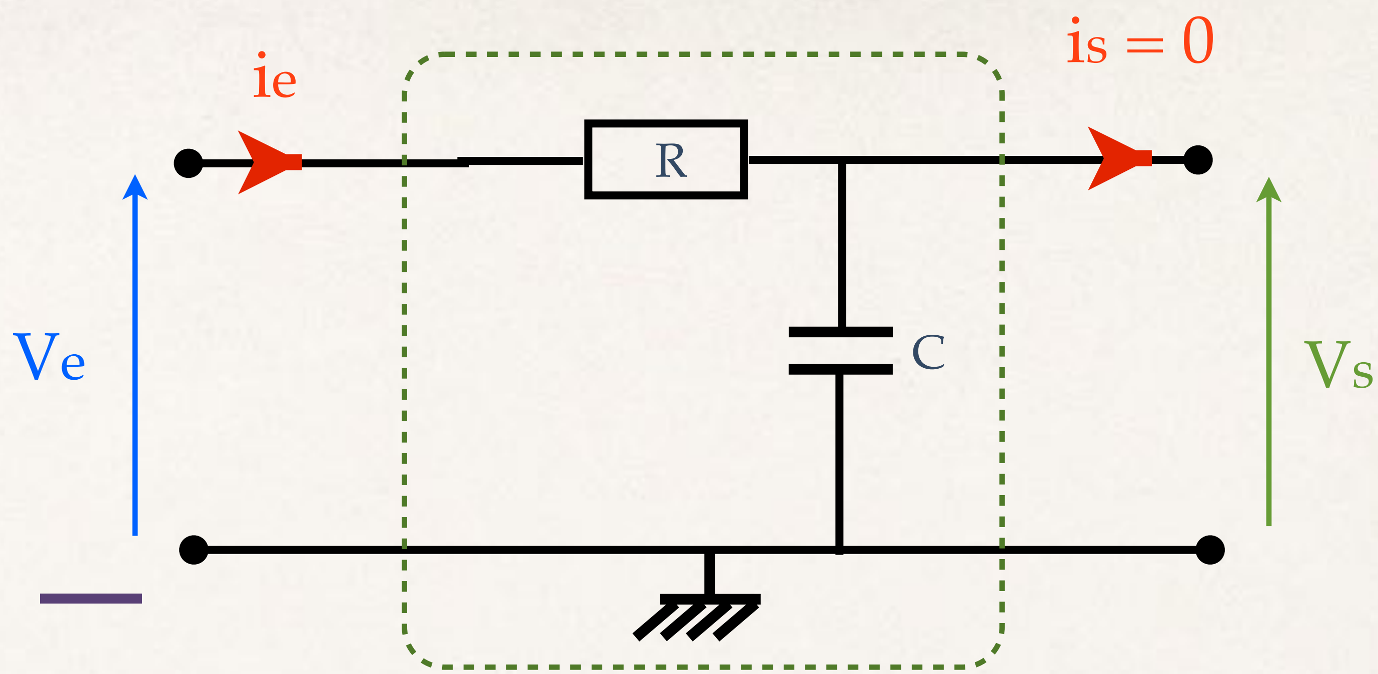
Rapport des amplitudes

Représentation Log / Log



2 - Exemple simple

α - Circuit RC

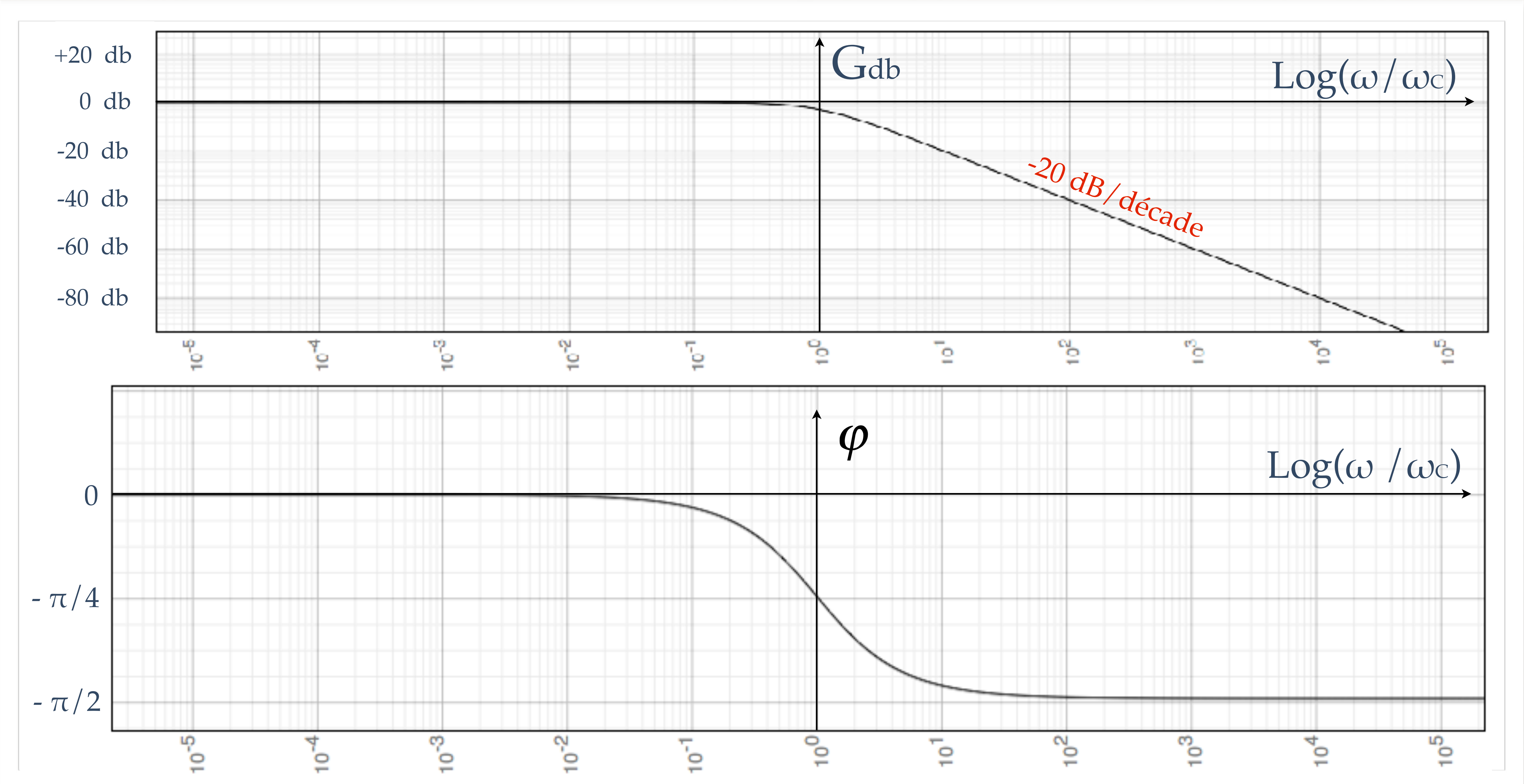


— En classe —

- Schéma équivalents :
- Cas général :
- Comportements asymptotiques et fréquence de coupure :
- Diagramme de Bode :

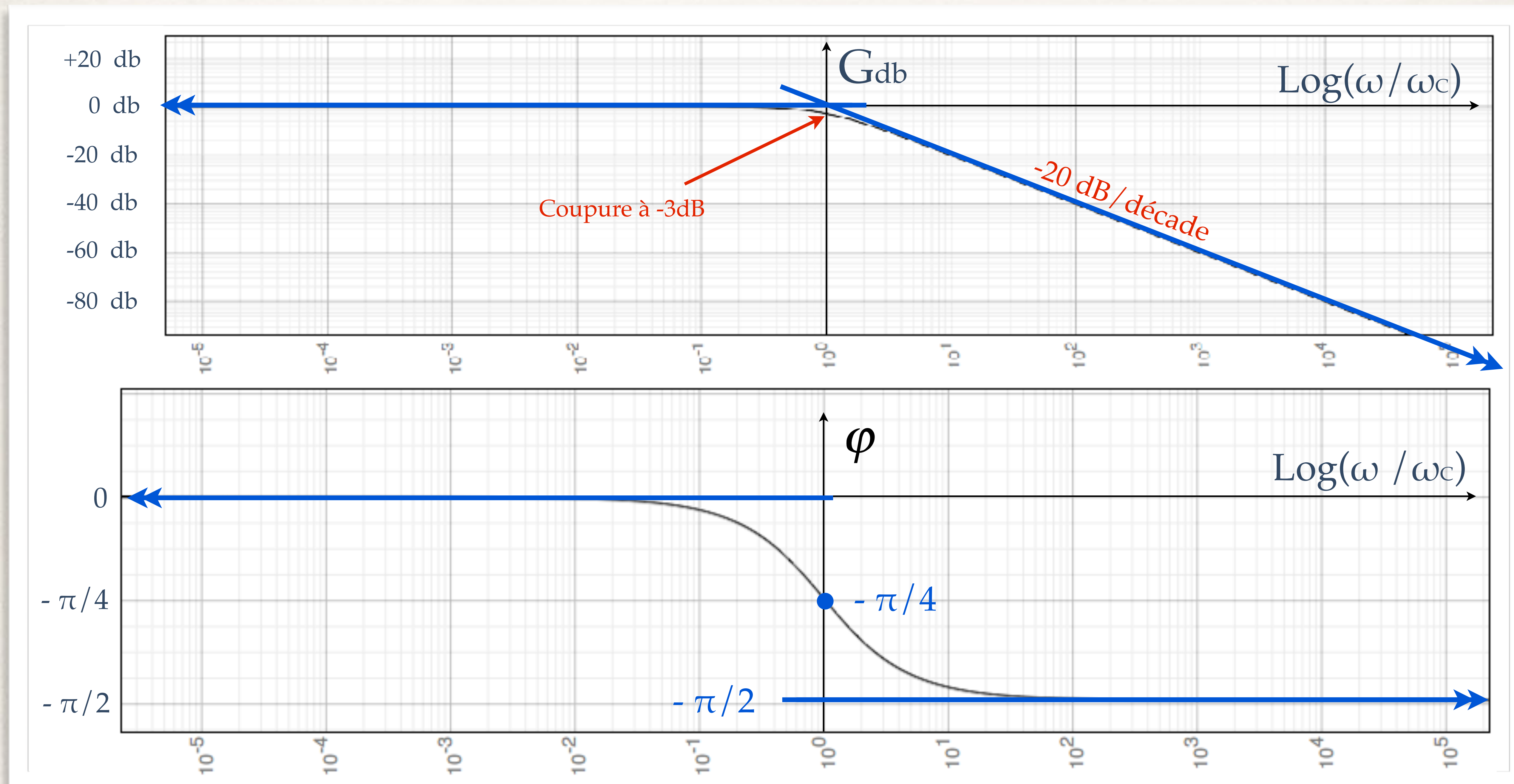
Conclusion :

Le quadripôle RC constitue un filtre passe-bas (P.B.) :
- il filtre donc les hautes fréquences
- il induit également un déphase des hautes fréquences



Conclusion :

Le quadripôle RC constitue un filtre passe-bas (P.B.) :
- il filtre donc les hautes fréquences
- il induit également un déphase des hautes fréquences



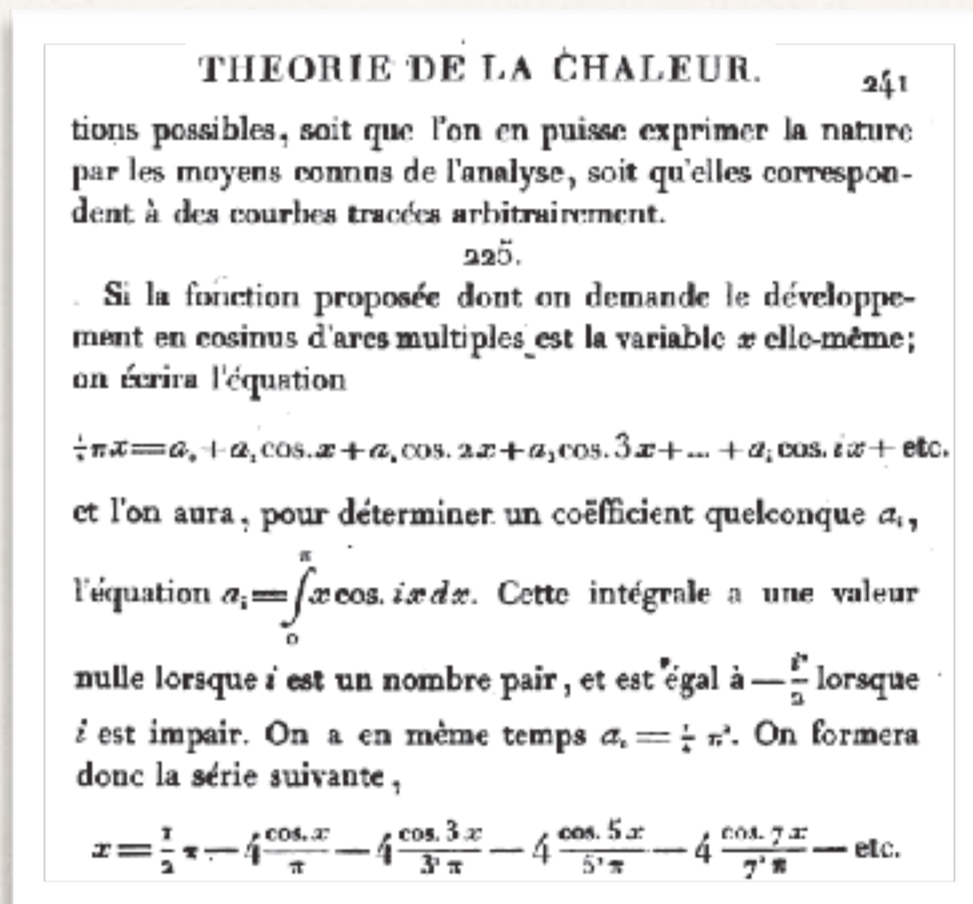
II Analyse harmonique de signaux périodiques

Les propriétés de base à connaître

Révision générale de SP-1

Propriété :

Tout signal de période T, peut être décomposé en une somme infinie de signaux harmoniques :



THEORIE DE LA CHALEUR. 241

tions possibles, soit que l'on en puisse exprimer la nature par les moyens connus de l'analyse, soit qu'elles correspondent à des courbes tracées arbitrairement.

225.

Si la fonction proposée dont on demande le développement en cosinus d'arcs multiples est la variable x elle-même; on écrira l'équation

$$\frac{1}{2}\pi x = a_0 + a_1 \cos. x + a_2 \cos. 2x + a_3 \cos. 3x + \ldots + a_i \cos. ix + \text{etc.}$$

et l'on aura, pour déterminer un coëfficient quelconque a_i, l'équation $a_i = \int_0^\pi x \cos. ix\, dx$. Cette intégrale a une valeur nulle lorsque i est un nombre pair, et est égal à $-\frac{2}{i^2}$ lorsque i est impair. On a en même temps $a_0 = \frac{1}{4}\pi^2$. On formera donc la série suivante,

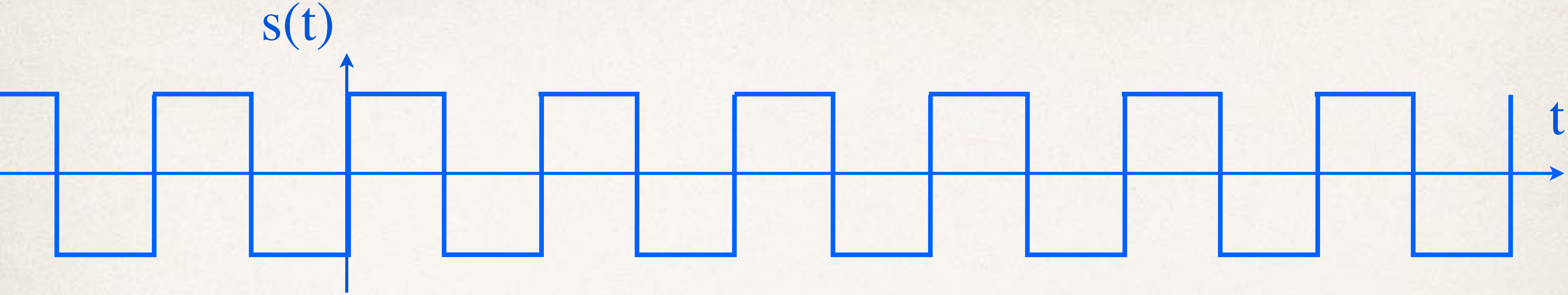
$$x = \frac{1}{2}\pi - 4\frac{\cos. x}{\pi} - 4\frac{\cos. 3x}{3^2\pi} - 4\frac{\cos. 5x}{5^2\pi} - 4\frac{\cos. 7x}{7^2\pi} - \text{etc.}$$

Théorie analytique de la chaleur (1822)

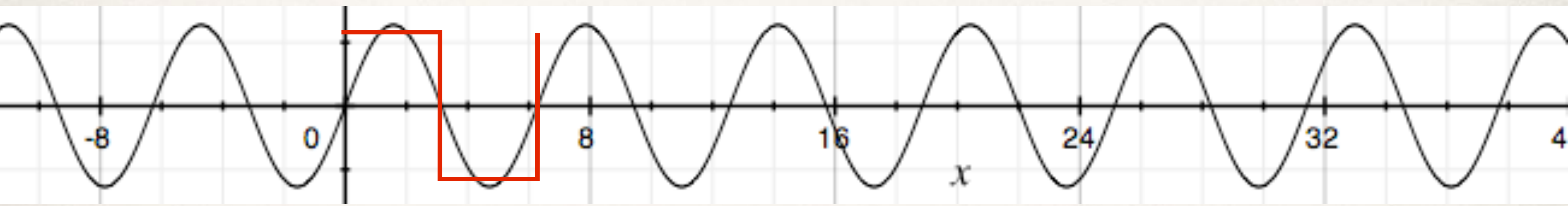
Jean Baptiste Joseph Fourier (1768-1830)

Crédit : Observatoire de Paris

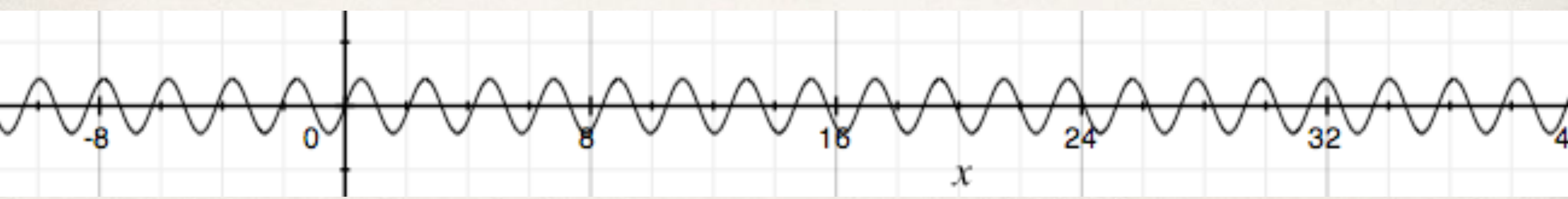
Soit un signal périodique :



On peut le remplacer de façon approximative par une fct°. sinusoïdale :

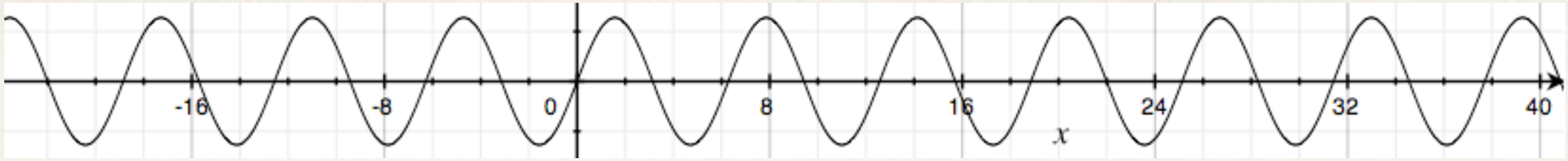


On peut pour être plus précis combler les «manques» de signal en ajoutant une autre fonction sinusoïdale :



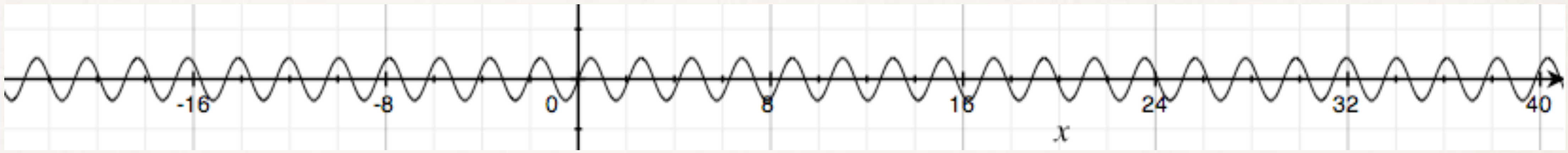
Exemple avec une addition de quatre signaux :

S_1



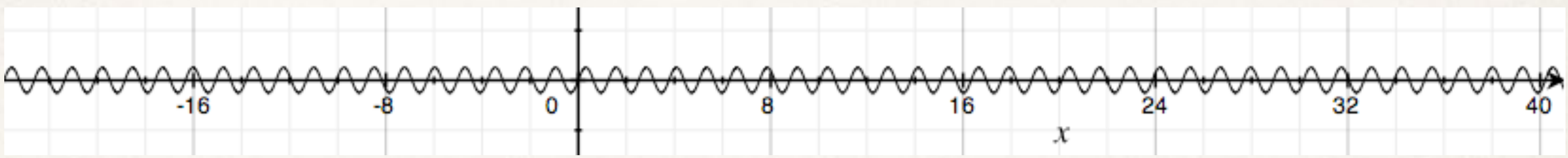
+

S_2



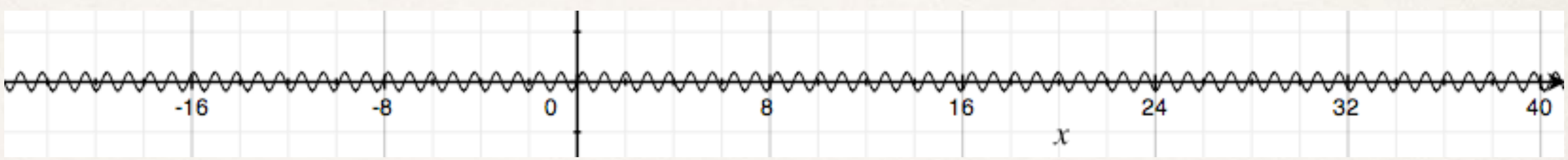
+

S_3



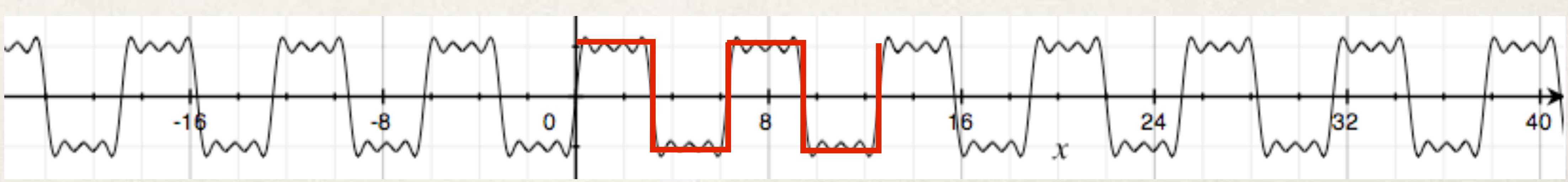
+

S_4



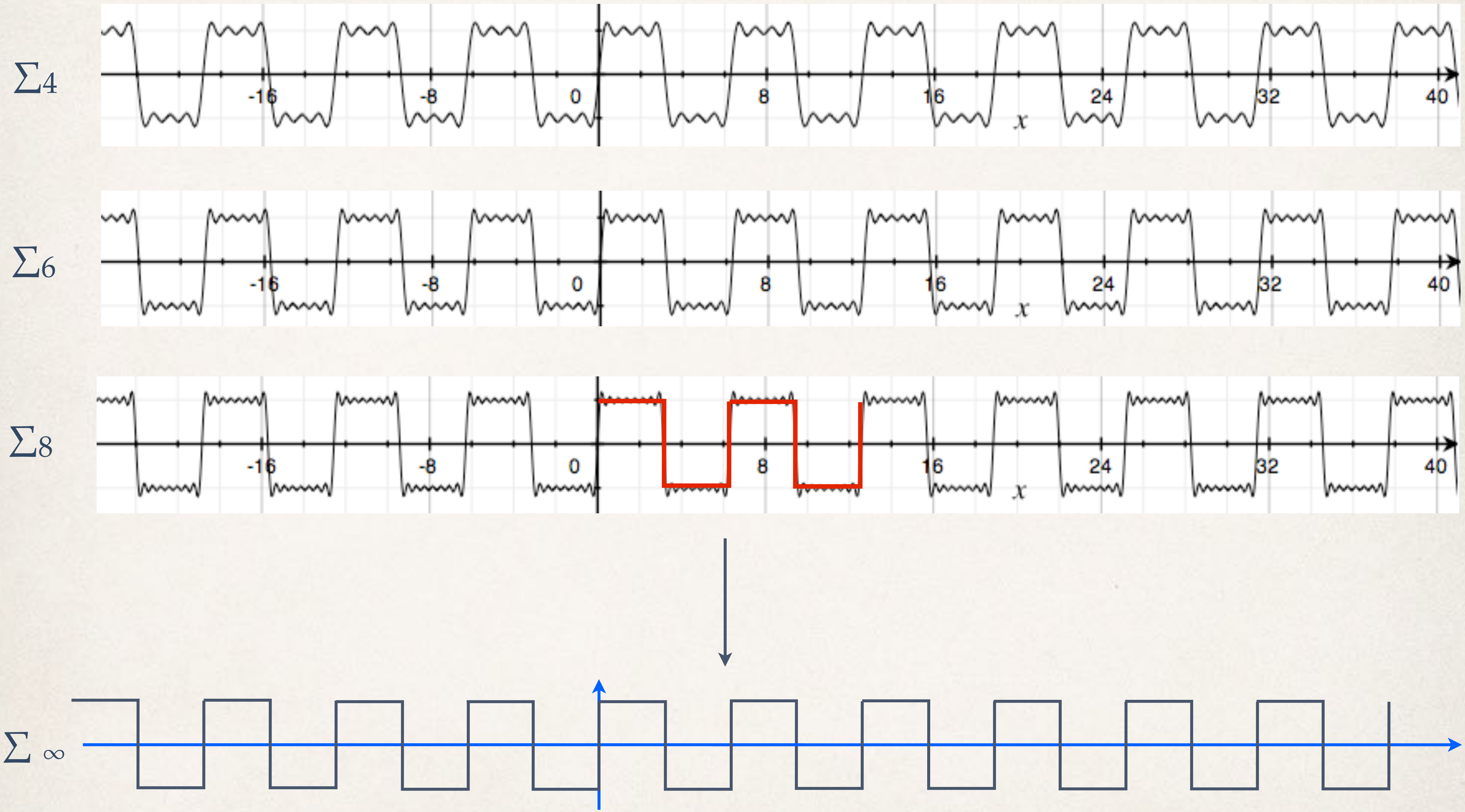
=

Σ_4



Plus on ajoute un grand nombre de contributions, plus on peut être précis :

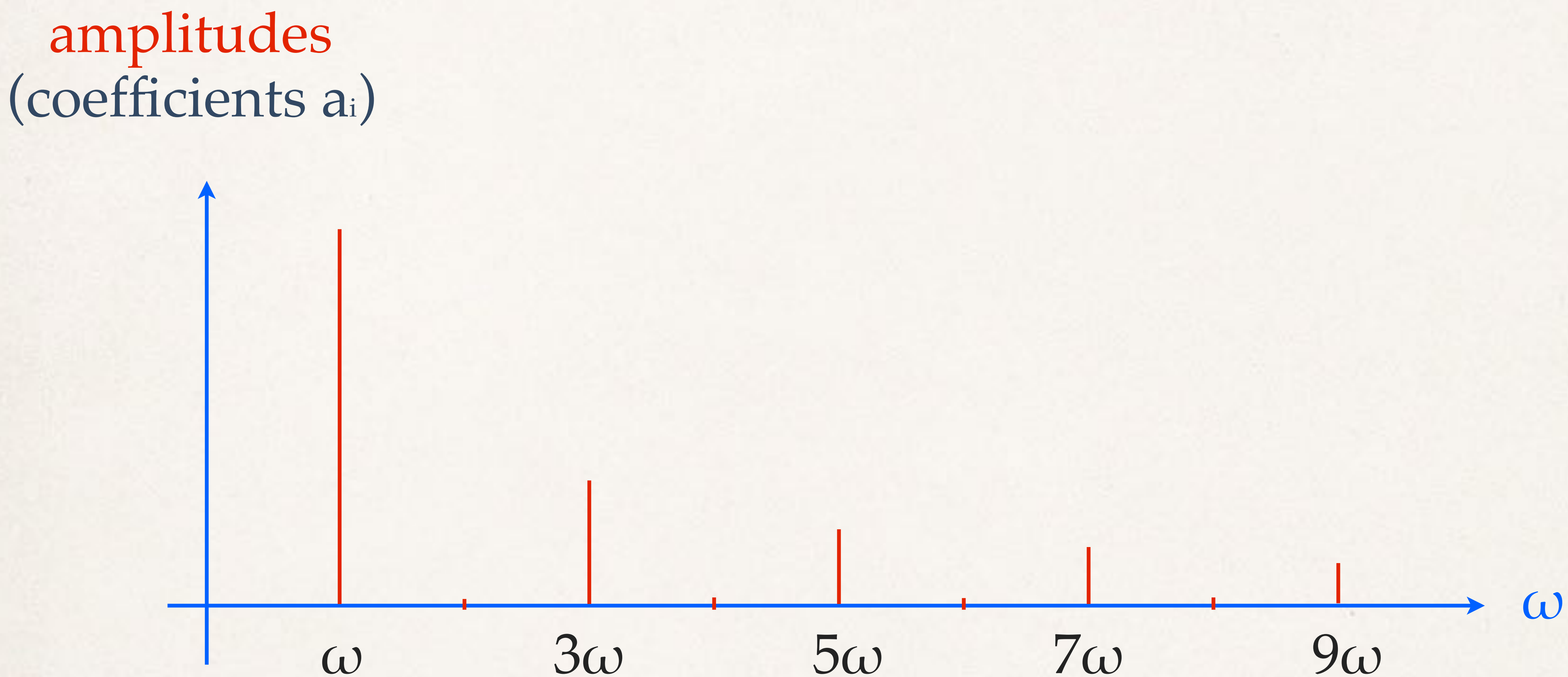
Révision générale de SP-1



La fonction de départ est obtenue dans la limite théorique d'un infinité de contributions.

Représentation spectrale d'un signal périodique :

$$\boxed{e(t) = a_1 \sin(\omega t) + a_3 \sin(3\omega t) + a_5 \sin(5\omega t) + a_7 \sin(7\omega t) + ...}$$



Révision générale de SP-1

Rq : Fourier a montrer comment calculer les coefficients du développement :

$$a_k = \frac{2}{T}\int_0^T e(t)\sin(\frac{2\pi k}{T}t)dt$$ Termes impairs

HP : Ne pas noter -> Spé.

$$b_k = \frac{2}{T}\int_0^T e(t)\cos(\frac{2\pi k}{T}t)dt$$ Termes pairs

pour toute fonction e(t) qui est T-périodique.

1 - Moyenne d'une fonction périodique :

A noter

Démo => Révision générale de SP-1

Définition :

Soit un signal de période T, la valeur moyenne du signal est donnée par :

$$\left\langle f(t) \right\rangle_T \equiv \frac{1}{T}\int_0^T f(t)\,dt$$

Ex 1 :

$$\left\langle \sin(\omega t + \varphi) \right\rangle_T \equiv \frac{1}{T}\int_0^T \sin(\omega t + \varphi)\,dt = 0$$

$$\left\langle \cos(\omega t + \varphi) \right\rangle_T \equiv \frac{1}{T}\int_0^T \cos(\omega t + \varphi)\,dt = 0$$

Ex 2 :

$$\left\langle s_0 + a.\cos(\omega t + \varphi) \right\rangle_T \equiv \frac{1}{T}\int_0^T s_0 + a.\cos(\omega t + \varphi)\,dt = s_0$$

Démo => Révision générale de SP-1

Ex 3 : Signal de fréquence nulle : $\omega = 0$

$$\langle a\cos(\varphi)\rangle_T \equiv \frac{1}{T}\int_0^T a\cos(\varphi)\,dt = a\cos(\varphi) = C^{te}$$

Conclusion : un «offset» <=> signal de fréquence nulle

2 - Moyenne quadratique d'une fonction périodique : valeur efficace

Définition :

Soit un signal de période T, la valeur en moyenne quadratique du signal est donnée par :

$$f_{eff} \equiv \sqrt{\left\langle f^2(t) \right\rangle_T} \equiv \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T f^2(t)\,dt}$$

Ex 1 :

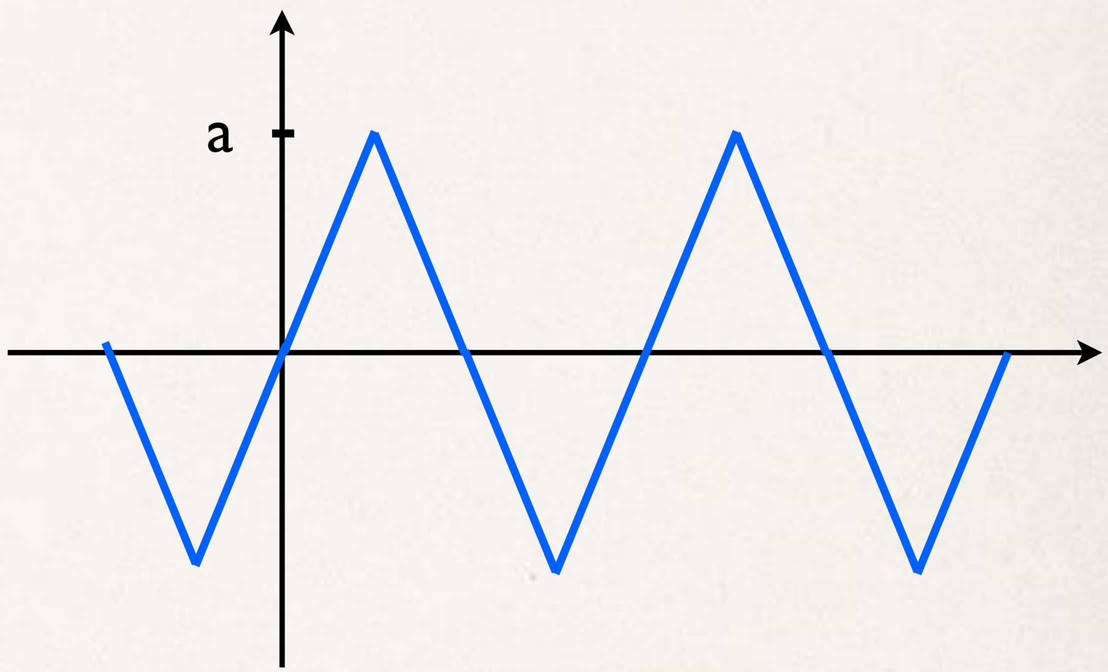
$$\left\langle \sin^2(\omega t+\varphi) \right\rangle_T \equiv \frac{1}{T}\int_0^T \sin^2(\omega t+\varphi)\,dt = \frac{1}{2}$$

$$\left\langle \cos^2(\omega t+\varphi) \right\rangle_T \equiv \frac{1}{T}\int_0^T \cos^2(\omega t+\varphi)\,dt = \frac{1}{2}$$

Ex 2 : soit s(t) un <u>signal sinusoïdal</u> quelconque : $\boxed{s(t) = a.\cos(\omega t + \varphi)}$

$$s_{eff} = \sqrt{\left\langle a^2.\cos^2(\omega t + \varphi)\right\rangle_T} \equiv \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T a^2.\cos^2(\omega t + \varphi)\,dt} = \frac{a}{\sqrt{2}}$$

Ex 3 : soit s(t) un <u>signal triangulaire</u> :



Calcul fait en TD

$$s_{eff} = \sqrt{\left\langle s^2(t)\right\rangle_T} \equiv \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T s^2(t)\,dt} = \frac{a}{\sqrt{3}}$$

Attention !!

3 - Cas général : Valeur efficace d'un signal T-périodique quelconque

Soit s(t) un signal T-périodique quelconque :

$$\boxed{s(t) = a_0 + a_1\cos(\omega t + \varphi_1) + a_2\cos(2\omega t + \varphi_2) + a_3\cos(3\omega t + \varphi_3) + a_4\cos(4\omega t + \varphi_4) + \ldots.}$$

Soit : $\boxed{s(t) = a_0 + \sum_{k=1}^{\infty} a_k \cos(\omega_k t + \varphi_k)}$ avec $\omega_k = k\dfrac{2\pi}{T} \quad \forall k$

Propriété : égalité de Parseval

La valeur efficace s'exprime à partir d'une série simple des coefficients au carré

$$s_{eff}^2 = a_0^2 + \sum_{k=1}^{\infty} \frac{a_k^2}{2}$$

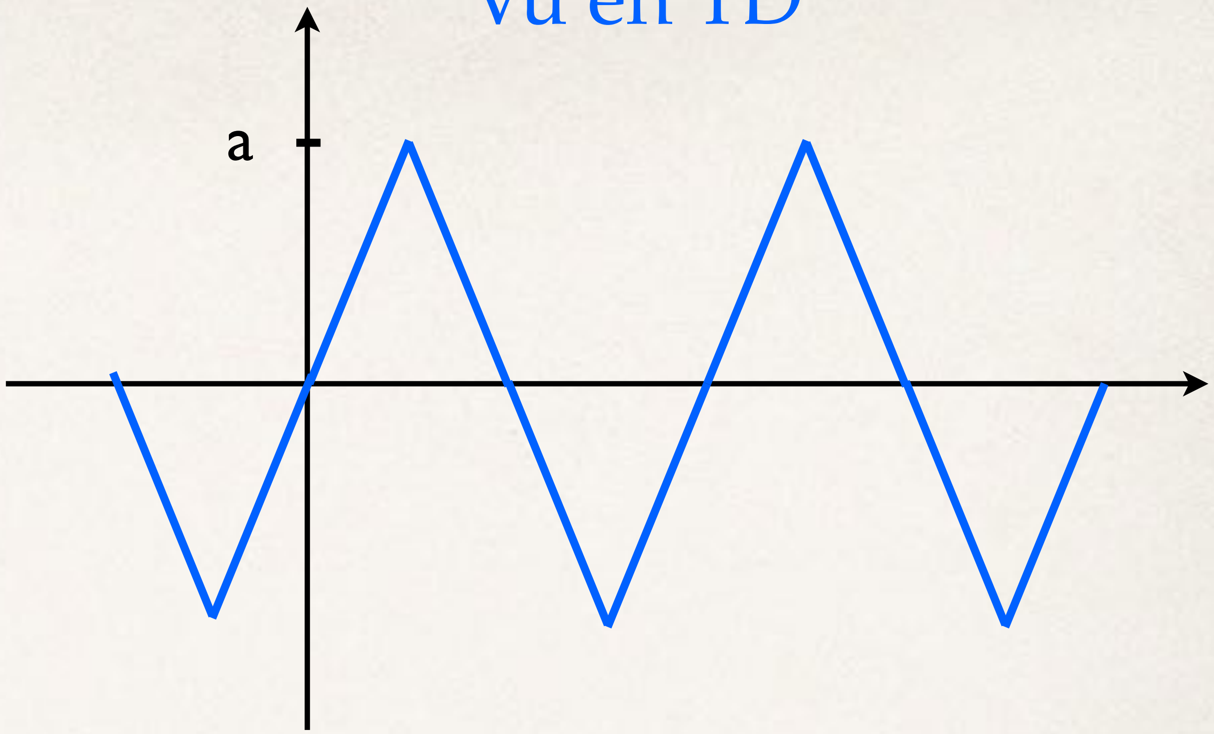
C'est en fait la somme des valeurs efficaces au carré de toutes les composantes

Démo :

— HP —

Retour sur le signal triangulaire :

Vu en TD



La théorie de Fourier permet de calculer les coefficients de ce signal :

$$\varphi_k = 0 \quad \forall k$$

$$a_0 = 0$$

(moyenne nulle)

$$a_{2p} = 0$$

$$a_{2p+1} = \frac{8a}{\pi^2} \frac{(-1)^p}{(2P+1)^2}$$

$$\boxed{s(t) = \frac{8a}{\pi^2}\left[\sin(\omega t) - \frac{\sin(3\omega t)}{9} + \frac{\sin(5\omega t)}{25} - \frac{\sin(7\omega t)}{49} + \cdots\right]}$$

Le calcul d'intégrale fait en TD permet donc déterminer le résultat de la série suivante :

$$\boxed{s_{eff}^2 = \sum_{p=0}^{\infty} \frac{1}{2}\left(\frac{8a}{\pi^2}\frac{(-1)^p}{(2p+1)^2}\right)^2}$$

$$\boxed{s_{eff}^2 = \frac{32a^2}{\pi^4}\left[\frac{1}{1^2}+\frac{1}{9^2}+\frac{1}{25^2}+\frac{1}{49^2}+\cdots\right]\xrightarrow[\infty]{}\frac{a^2}{3}}$$

```
>>> K=8/(3.141592653)**2

>>> def a(p):
...     return K*(-1)**p/(2*p+1)**2
...

>>> S=0
>>> for p in range(1000):
...     S+=0.5*a(p)**2
...
>>> S
0.3333333335836124
```

Vérification en Python

<u>Pour un signal triangle :</u> $$s_{eff} = \frac{a}{\sqrt{3}}$$

On retiendra que la valeur efficace d'un signal quelconque est la somme des valeurs efficaces au carré de toutes les composantes de Fourier.

III Les filtres passifs

[On ne s'intéresse ici qu'aux filtres sans alimentation extérieure]

1 - Cadre d'étude des filtres

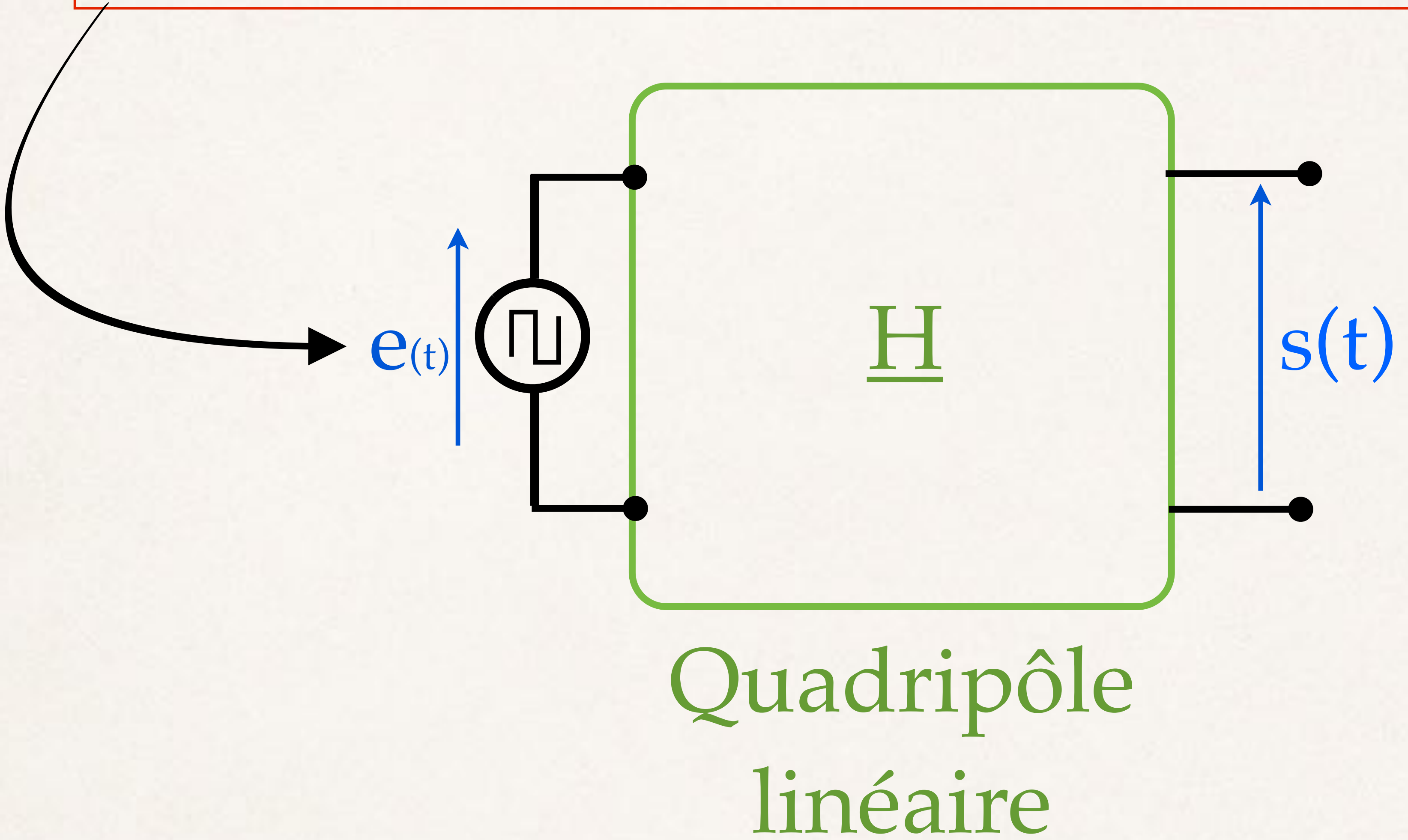
α - Définition

Un filtre est un quadripôle, caractérisé par sa fonction de transfert $\mathbb{C}$: $\underline{H}(j\omega)$ et qui a pour propriété de ne sélectionner que certaines fréquences du signal d'entrée.

Exemple schématique :

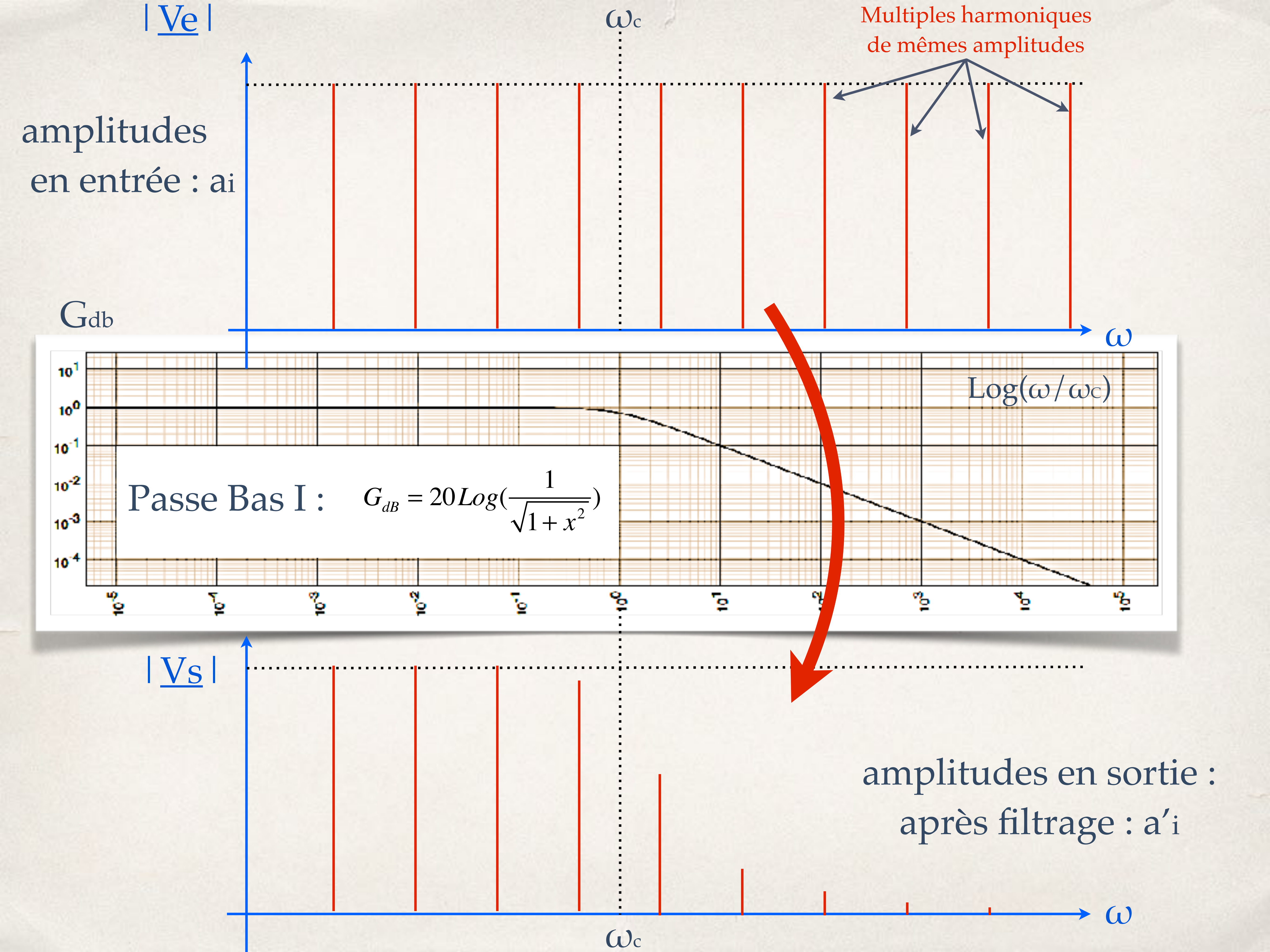
Exemple schématique : Conséquence pour des systèmes linéaires :

$$\boxed{e(t) = a_1 \sin(\omega t) + a_3 \sin(3\omega t) + a_5 \sin(5\omega t) + a_7 \sin(7\omega t) + \ldots.}$$



La quadripôle transforme l'entrée en une sortie par le biais de la fct. de transfert :

change <u>l'amplitude</u> et la <u>phase</u> de chaque harmonique en fonction de sa fréquence.


| Ve |
ωc
Multiples harmoniques
de mêmes amplitudes
amplitudes
en entrée : ai
Gdb
ω
Log(ω/ωc)
Passe Bas I : $G_{dB} = 20Log(\frac{1}{\sqrt{1+x^2}})$
| Vs |
amplitudes en sortie :
après filtrage : a'i
ωc
ω

Le signal de sortie s'écrit :

$$\boxed{s(t) = a'_1 \sin(\omega t + \varphi_1) + a'_3 \sin(3\omega t + \varphi_3) + a'_5 \sin(5\omega t + \varphi_5) + a'_7 \sin(7\omega t + \varphi_7) + ...}$$

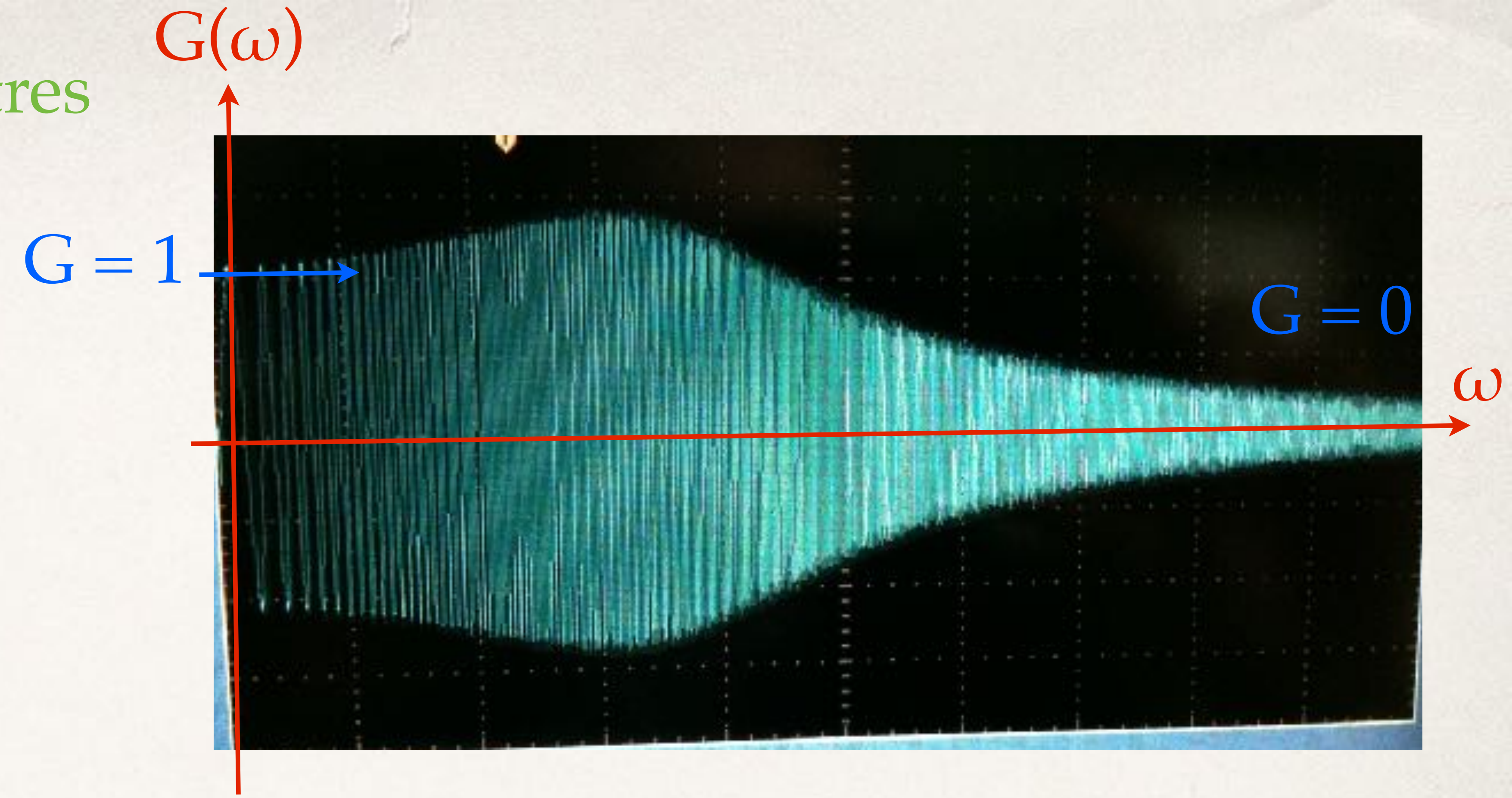
[Rq : On raisonne ici sur l'amplitude
mais la phase aussi peut-être altérée]

β - Différents types de filtres

Filtre passe bas

Filtre les hautes fréquences ;

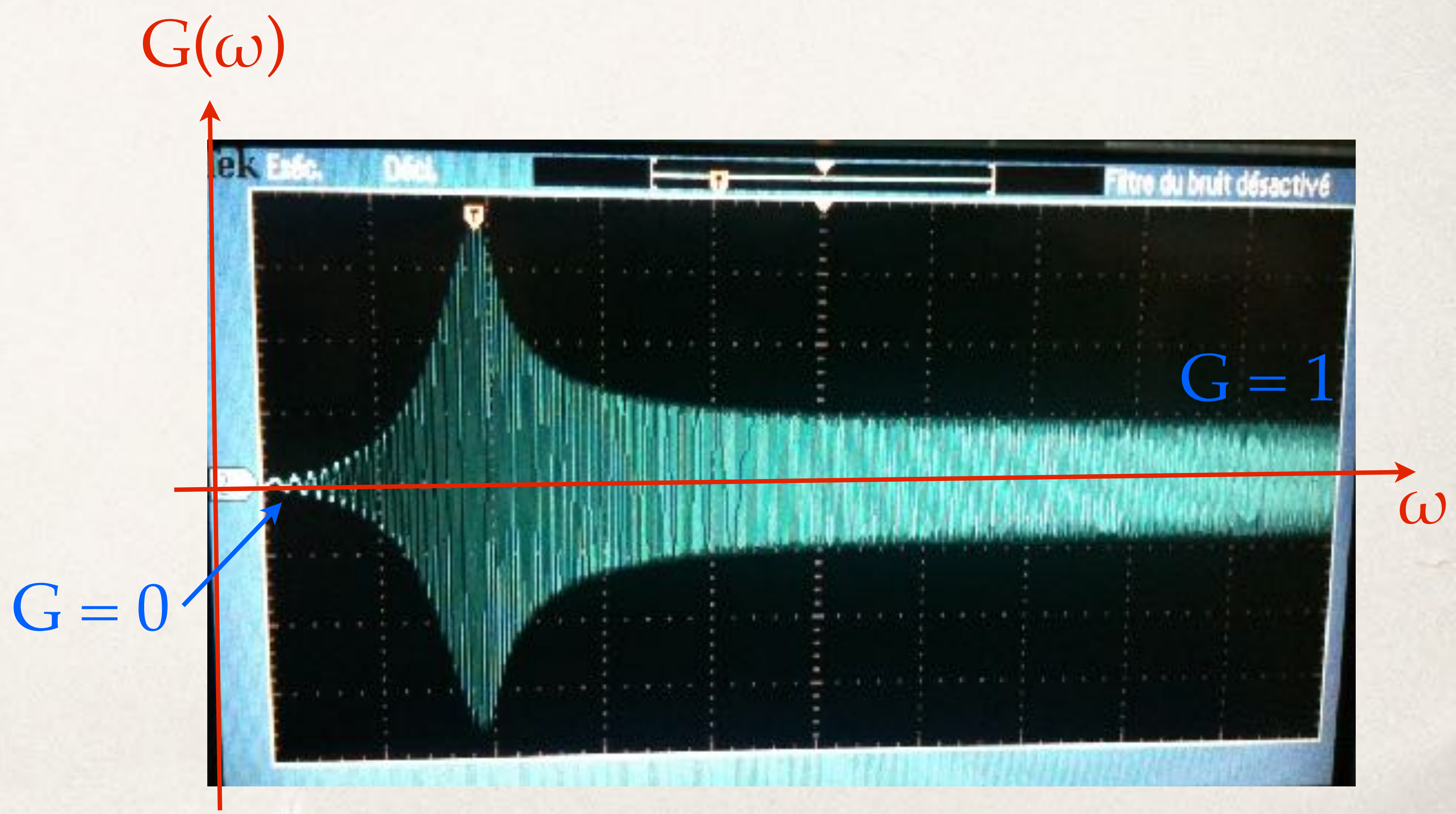
Bande passante : $[0, \omega_c]$



Filtre passe haut

Filtre les basses fréquences ;

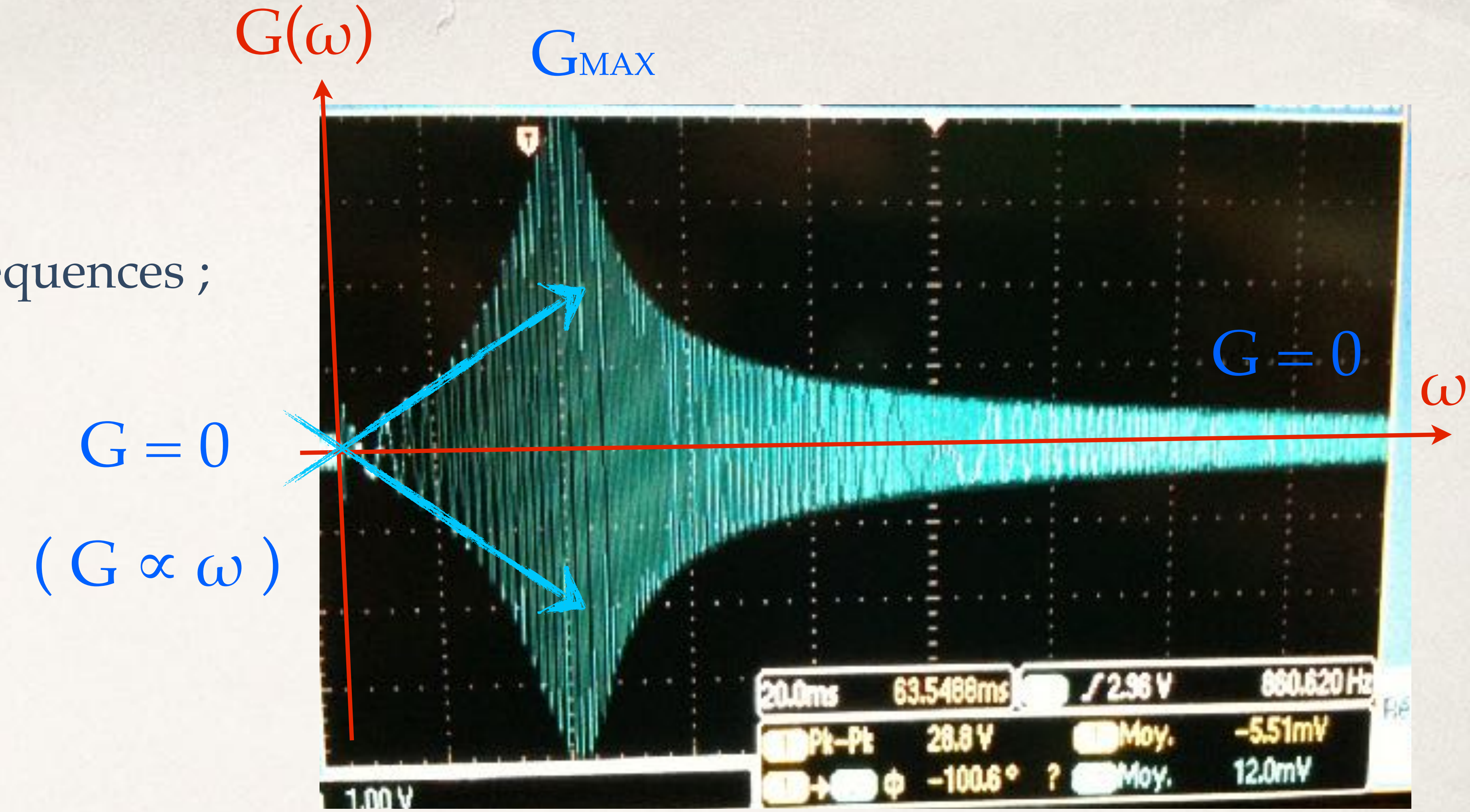
Bande passante : $[\omega_c, \infty[$



Filtre passe bande

Filtre les hautes et basses fréquences ;

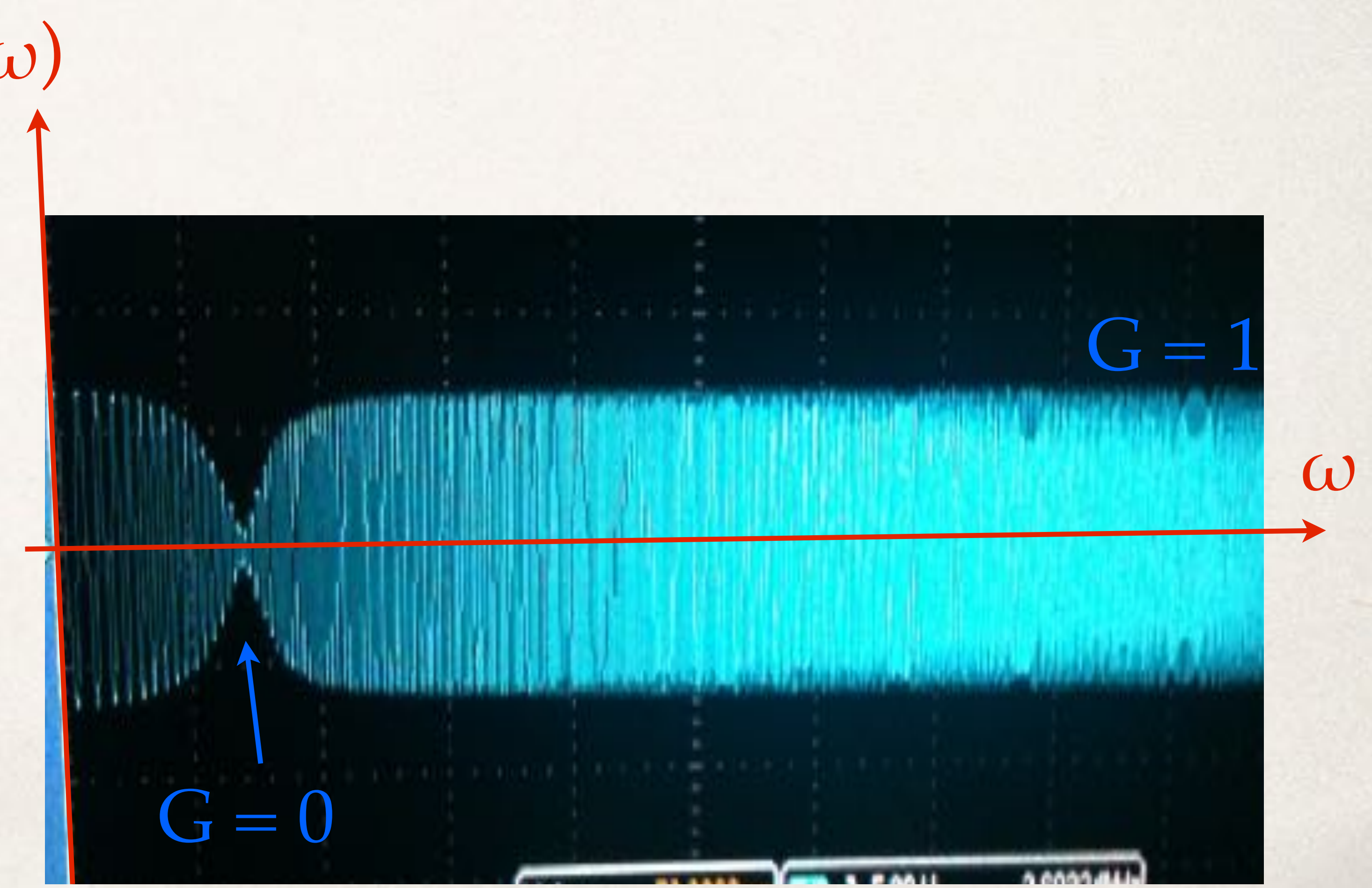
Bande passante : $[\omega_-, \omega_+]$



Filtre coupe bande

Filtre une bande ;

Bande passante : $[0, \omega_-] \cup [\omega_+, +\infty[$

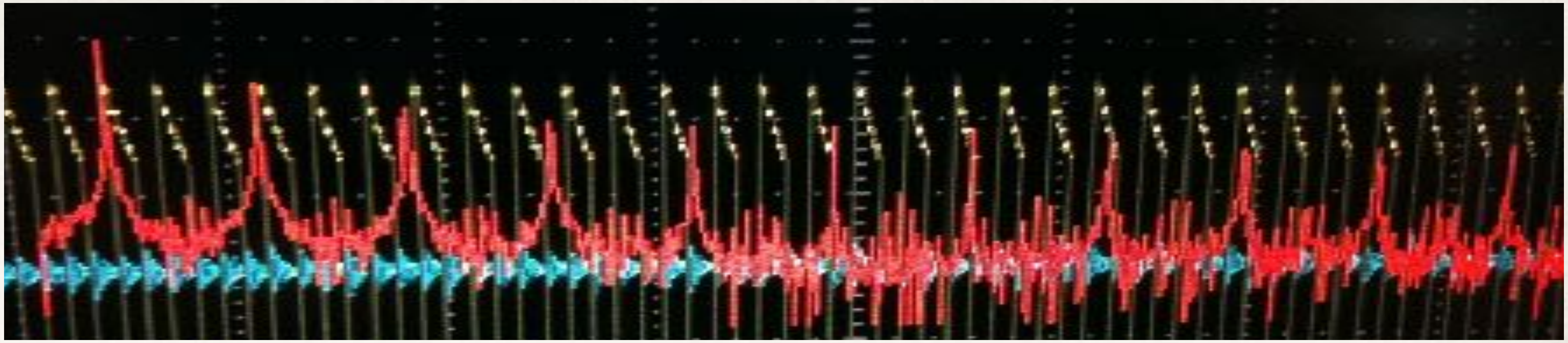


$\sim e(\omega)$

Signal en entrée :

Ne pas noter

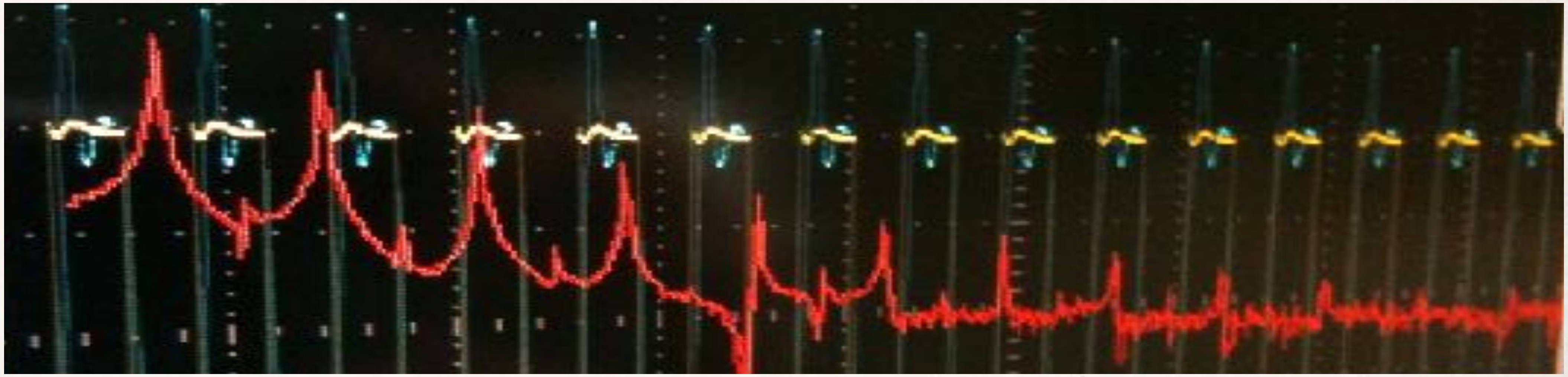
Ne pas noter



ω

$\sim s(\omega)$

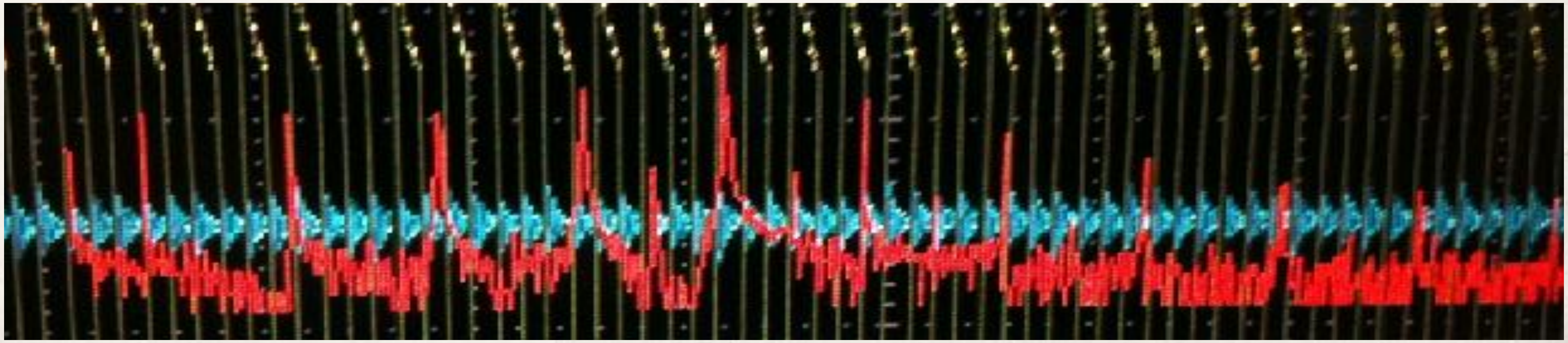
Effet d'un passe bas :



ω

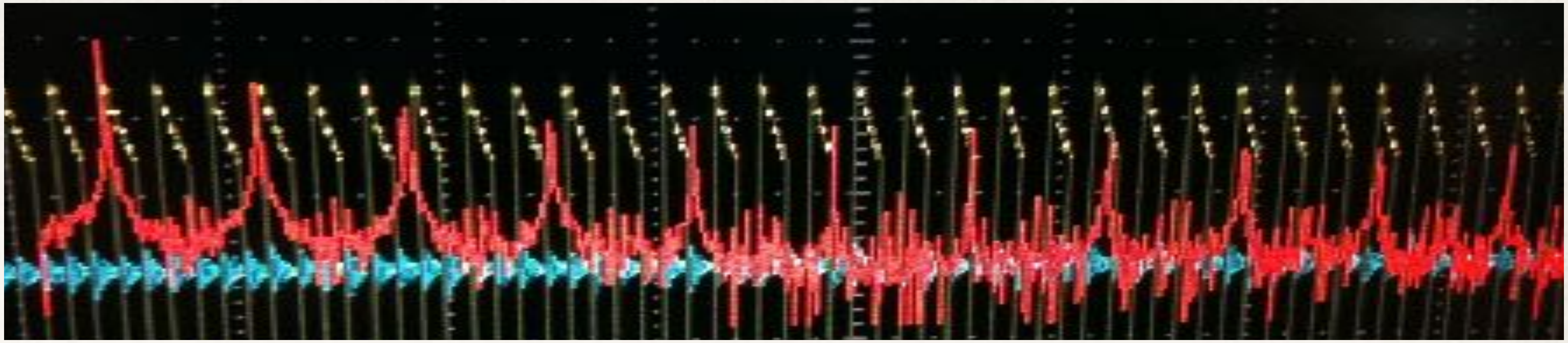
Effet d'un passe bande :

$\sim s(\omega)$

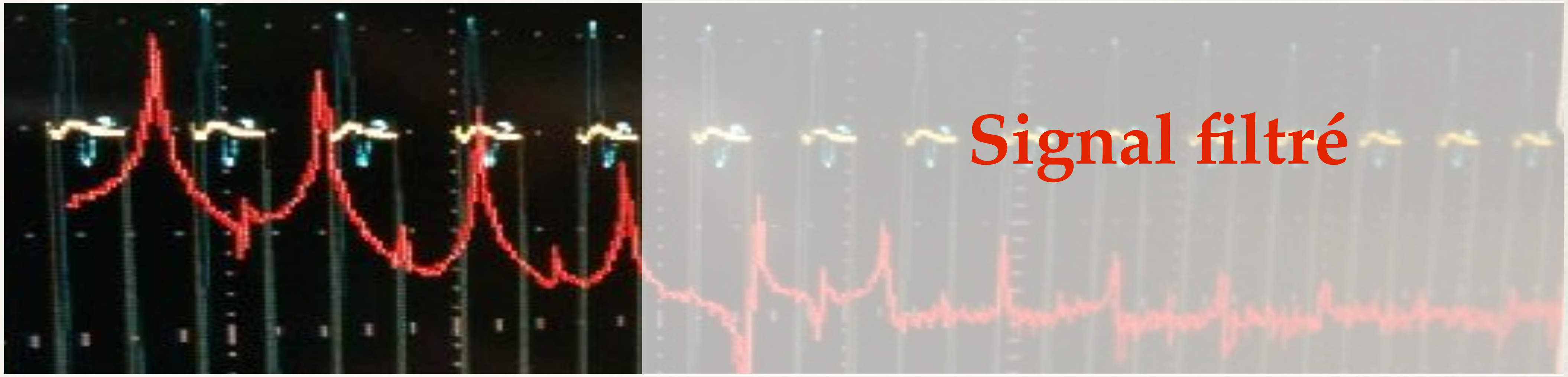


ω

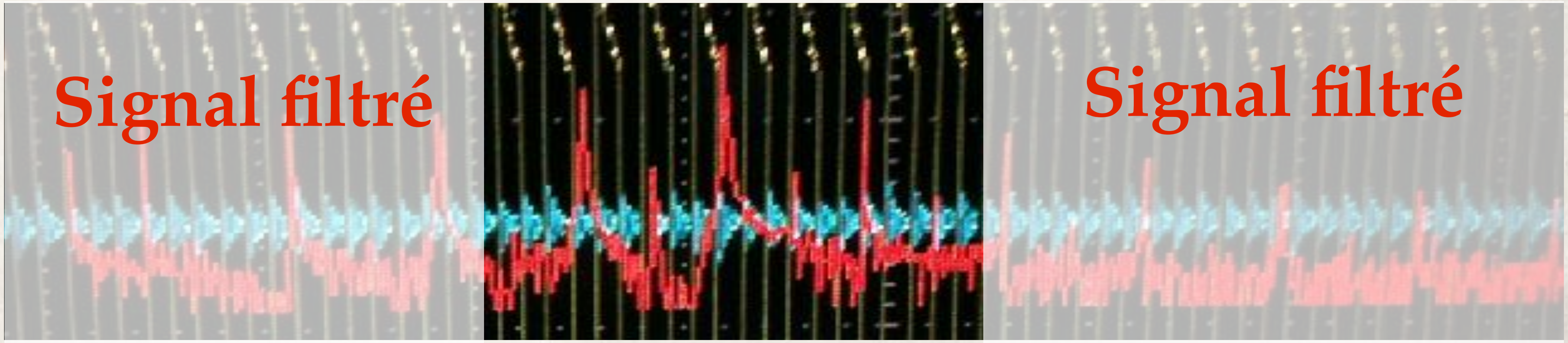
Signal en entrée :



Effet d'un passe bas :



Effet d'un passe bande :



γ - Ordre d'un filtre

Relation de linéarité =>

$$\underline{H}(j\omega) = \frac{a_0 + a_1 j\omega + a_2 (j\omega)^2 + \cdots}{b_0 + b_1 j\omega + b_2 (j\omega)^2 + \cdots} = \frac{N(j\omega)}{D(j\omega)}$$

On peut toujours la mettre sous la forme d'une fraction rationnelle, rapport de deux polynômes de degrés respectifs n_N et n_D.

On appelle <u>ordre d'un filtre</u> le max. :

$$n = \sup(n_N, n_D)$$

Exemple :

$$\boxed{\underline{H}(j\omega) = \frac{H_0 \dfrac{j\omega}{Q\omega_0}}{1 - \left(\dfrac{\omega}{\omega_0}\right)^2 + \dfrac{j\omega}{Q\omega_0}}}$$

— Quel Ordre ?

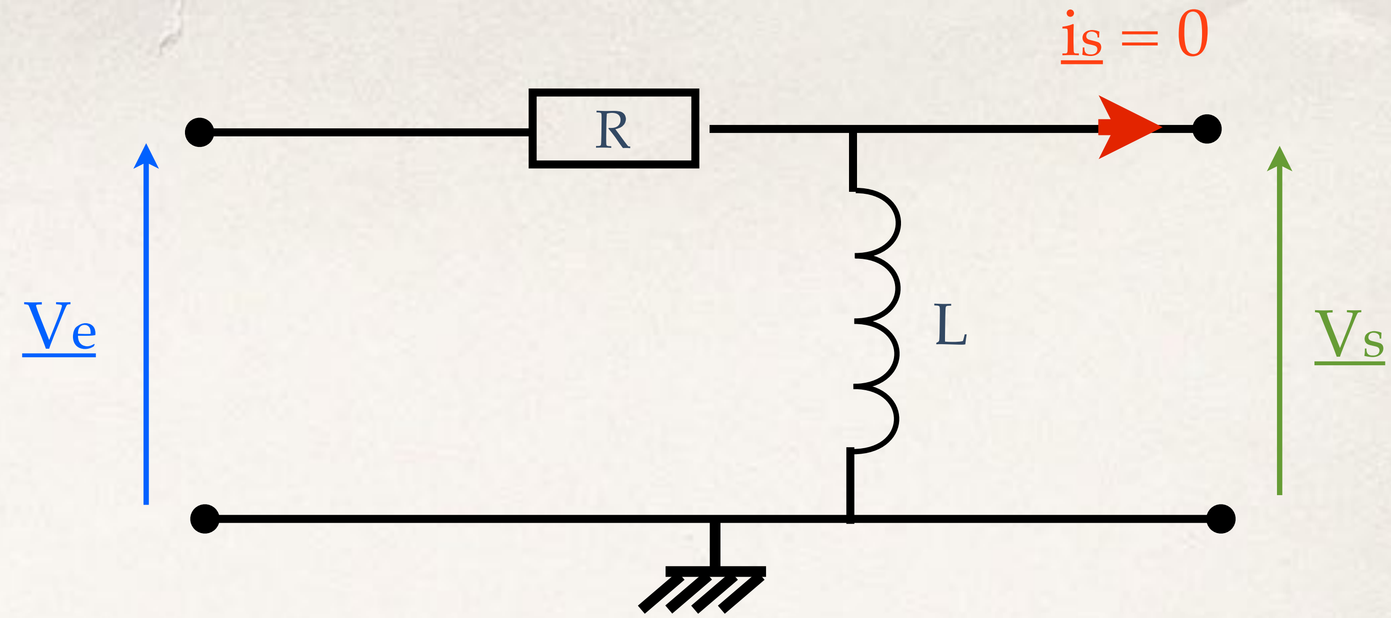
— Quelle nature de filtrage ?

2 - Filtres passifs du premier ordre :

Méthode systématique d'étude d'un filtre :

- Schémas équivalents (BF et HF)
- Calcul du cas général $\underline{H}_{(j\omega)}$
- Comportements asymptotiques et coupure
- Diagramme de Bode

α - Filtre R-[L] passe-haut



A chercher :

— Schémas équivalents BF, HF => nature du filtre ?

(LDM et LDN)

— Fonction de transfert $\boxed{\underline{H}(j\omega) = \dfrac{H_0\, j\frac{\omega}{\omega_c}}{1 + j\frac{\omega}{\omega_c}}}$ avec $\omega_c = \frac{R}{L}$, $H_0 = 1$

$$G(\omega) = |\underline{H}|(\omega) = \frac{H_0\, x}{\sqrt{1 + x^2}}$$

$$\varphi(\omega) = \tfrac{\pi}{2} - \arctan(x)$$

$$\varphi(\omega) = \arctan(\tfrac{1}{x})$$

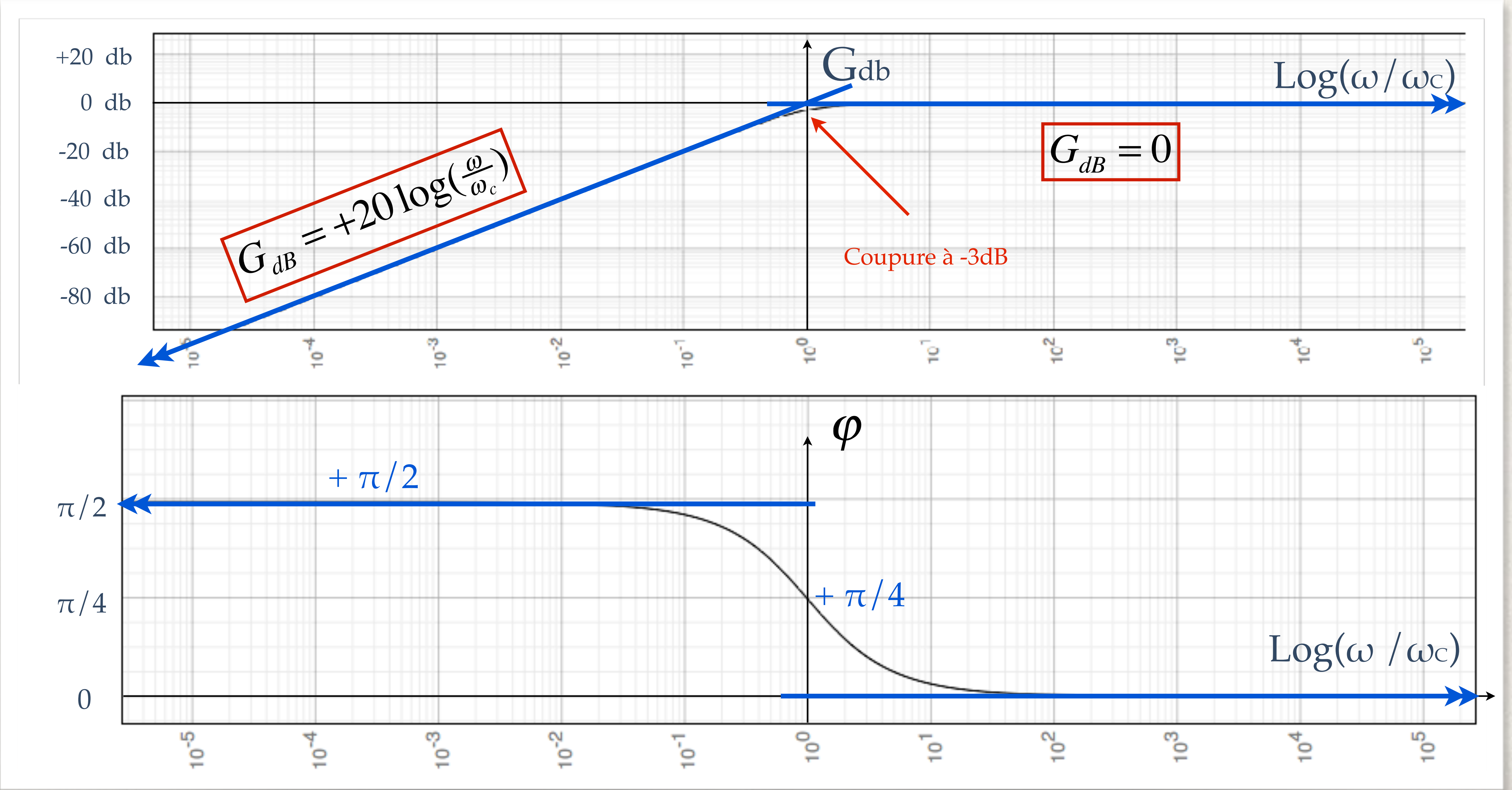
— comportements BF, HF et coupure en complexe —

$$\boxed{\underline{H}(j\omega) \underset{BF}{\sim} j\frac{\omega}{\omega_c}}$$

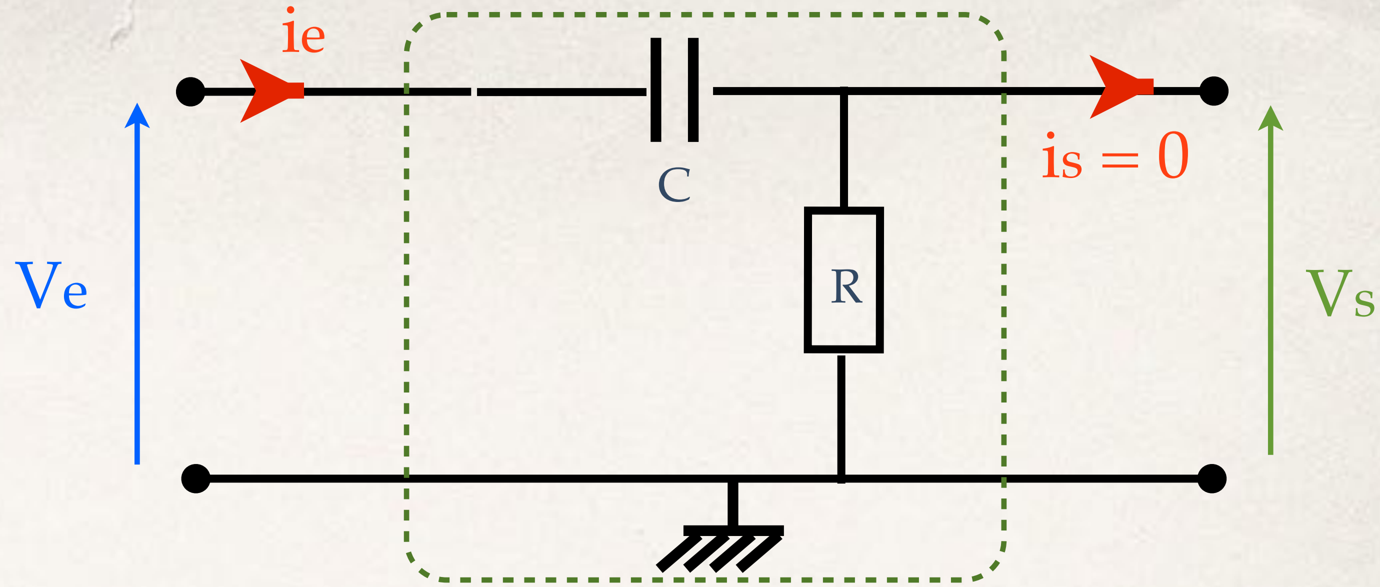
$$\boxed{\underline{H}(j\omega_c) = \frac{j}{1+j}}$$

$$\boxed{\underline{H}(j\omega) \underset{HF}{\sim} 1}$$

— Asymptotes et diagramme de Bode —



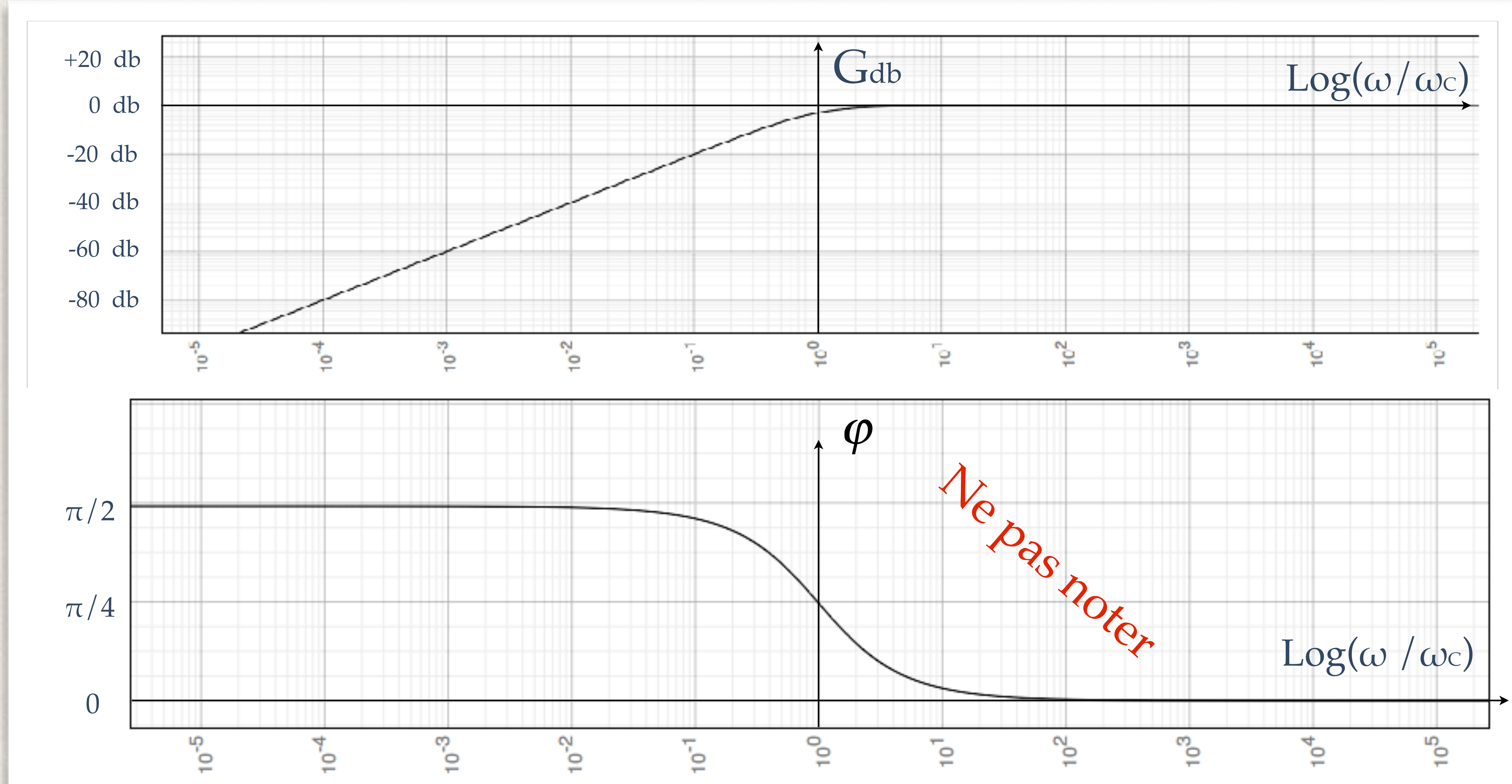
Filtre C-[R] passe-haut



A chercher :

Idem RL avec $\omega_c = \frac{1}{RC}$

$H_0 = 1$



β - Filtre L-[R] passe-bas

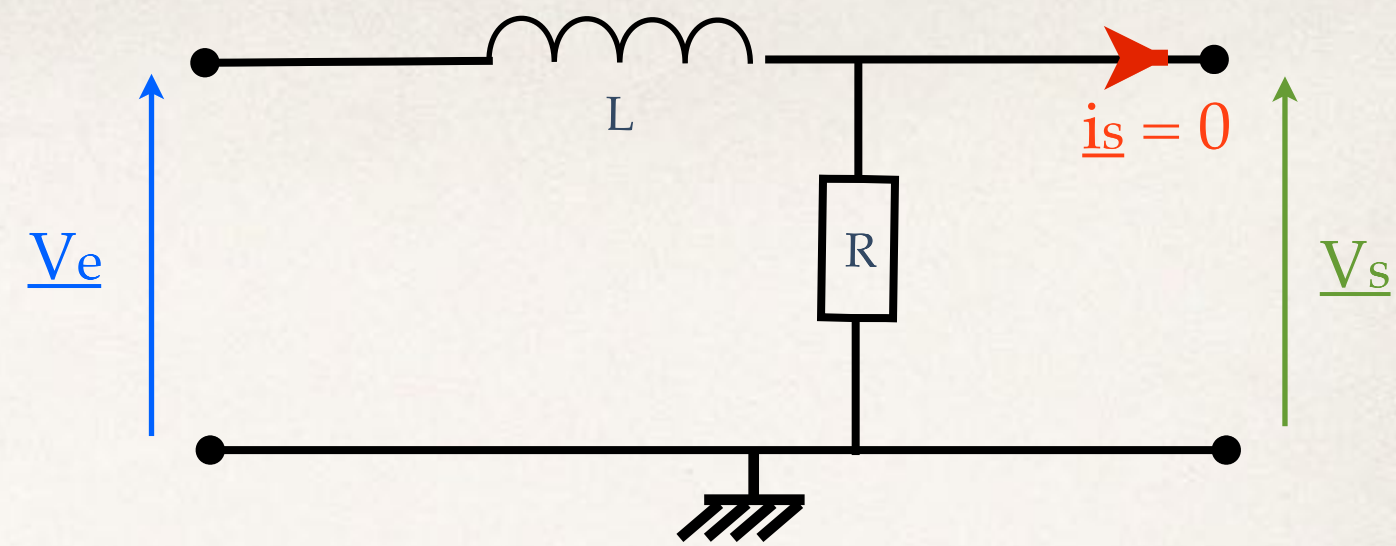
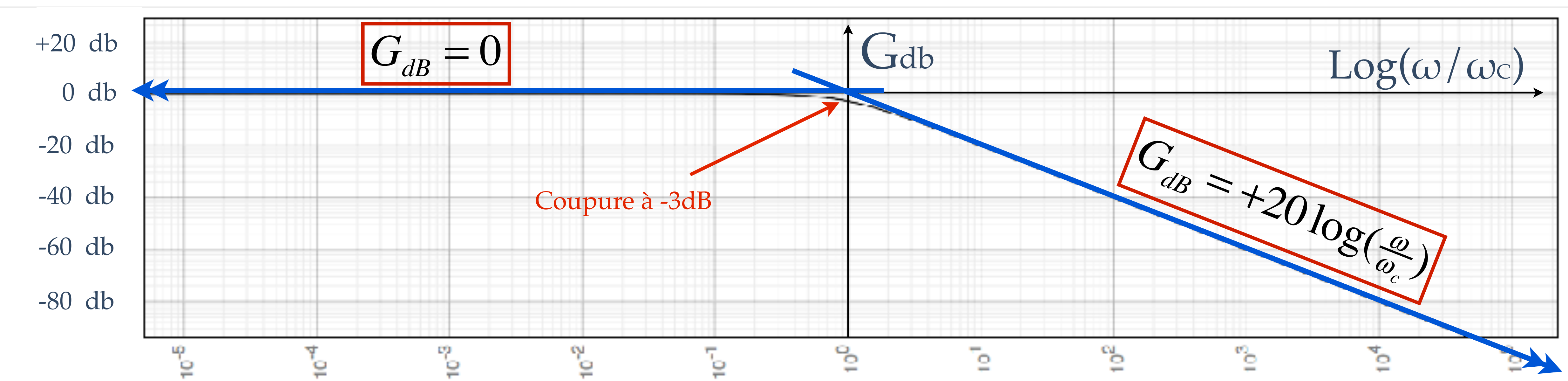
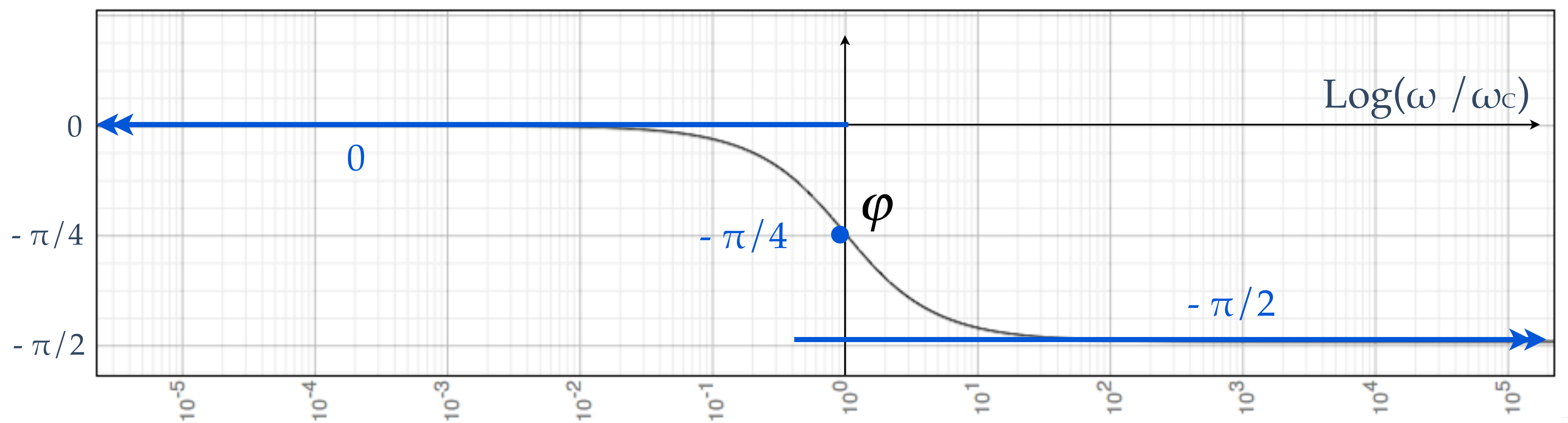
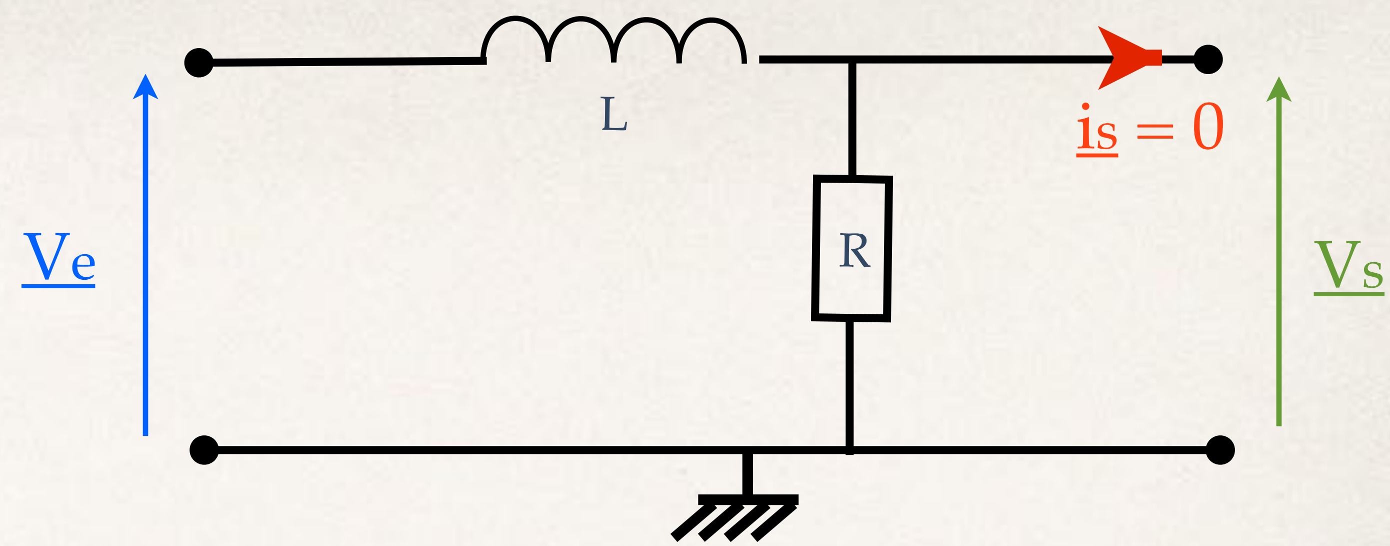


Diagramme de BODE





A chercher :



— Schémas équivalents BF, HF => nature du filtre ?

(LDM et LDN)

— Fonction de transfert $\boxed{\underline{H}(j\omega) = \dfrac{H_0}{1 + j\frac{\omega}{\omega_c}}}$ avec $\omega_c = \frac{R}{L}$ $H_0 = 1$

$$G(\omega) = |\underline{H}|(\omega) = \frac{H_0}{\sqrt{1+x^2}} \qquad \varphi(\omega) = -\arctan(x)$$

γ - Comportement intégrateur et dérivateur des filtres du premier ordre

✳ intégrateur :

— En classe —

Définition :

Cas général & Diagramme de Bode :

Cas du passe-bas de premier ordre :

Conclusion :

Le filtre passe bas du 1er ordre vérifie toutes les spécifications d'un intégrateur, pourvu que toutes les fréquences du signal soient supérieures à la féquence de coupure.

✳ Dérivateur :

— En classe —

Définition :

Cas général & Diagramme de Bode :

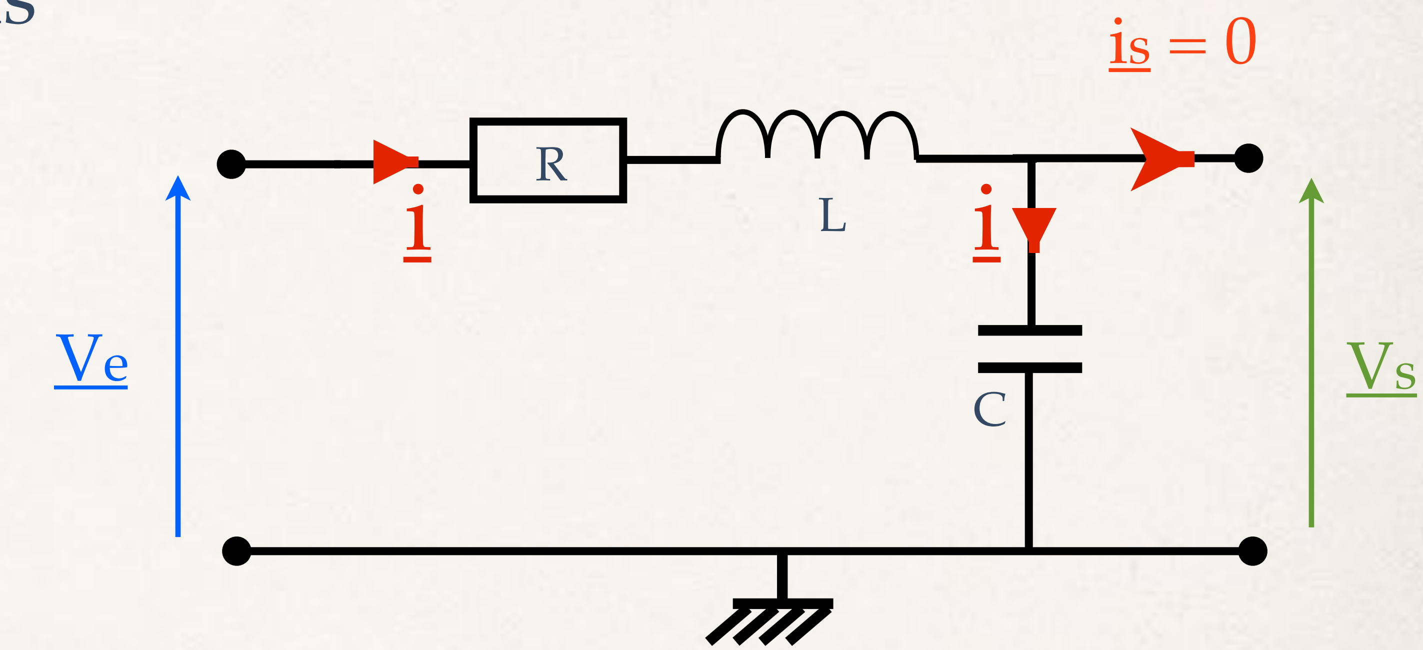
Cas du passe-haut de premier ordre :

Conclusion :

Le filtre passe haut du 1er ordre vérifie toutes les spécifications d'un dérivateur, pourvu que toutes les fréquences du signal soient inférieures à la féquence de coupure.

3 - Filtres passifs du second ordre :

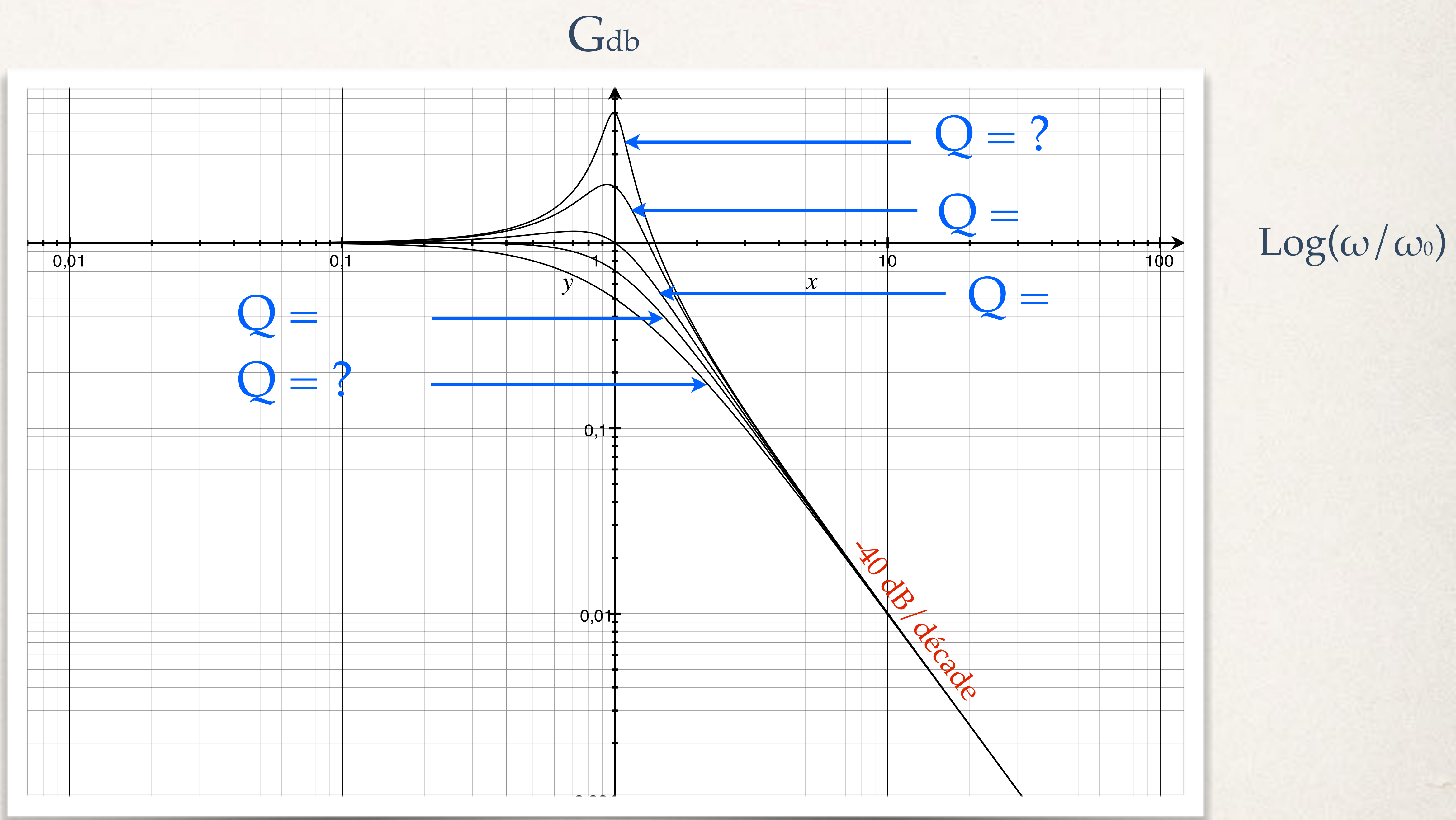
α - Filtre R-L-[C] série passe-bas



— En classe —

Diagramme de BODE

en gain



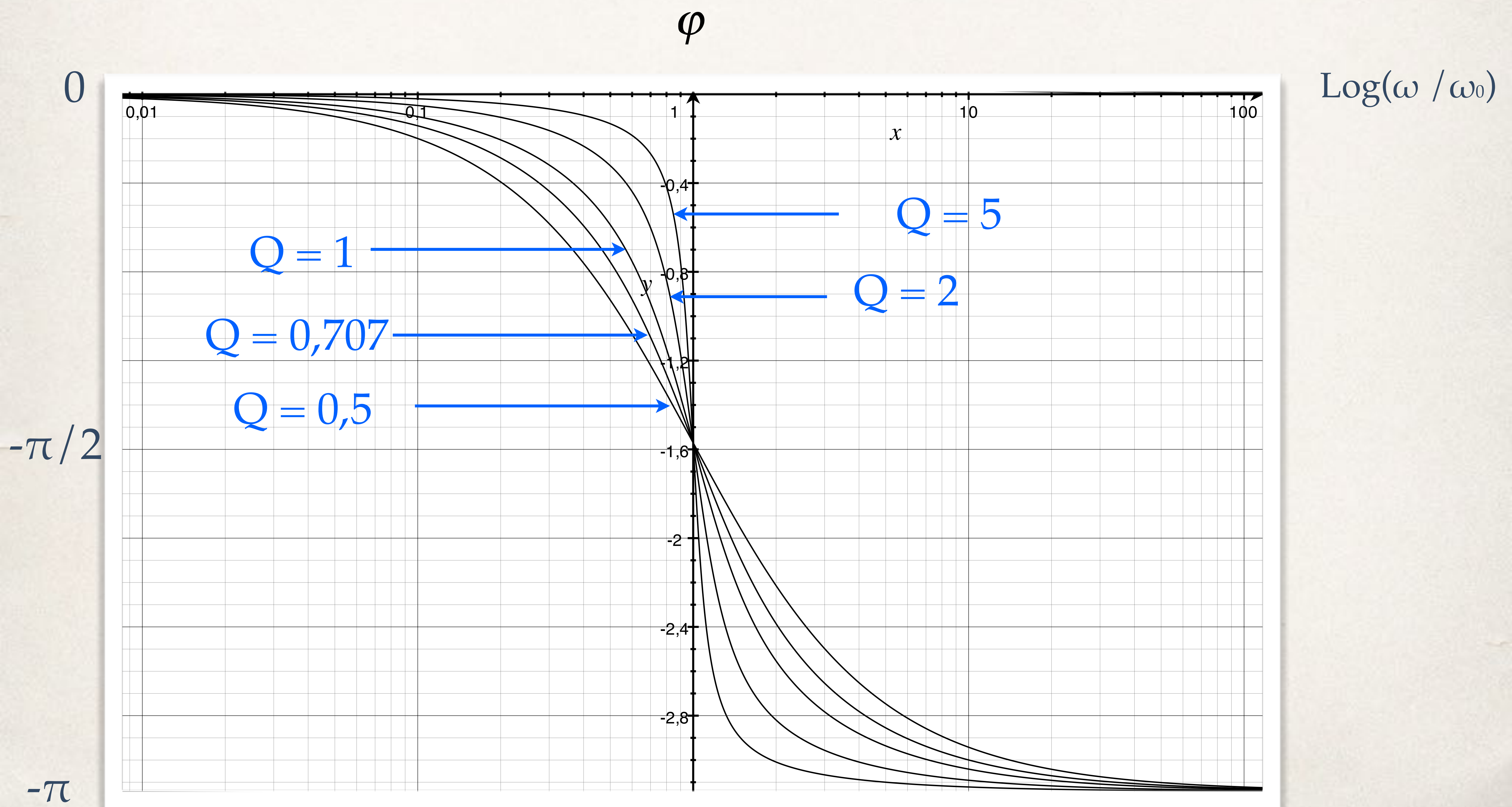
-> on retrouve ici la réponse en tension du RLC série.

Condition de résonance :

$$\omega_{res} =$$

Diagramme de BODE

⟶ en phase



β - Filtre L-C-[R] passe-bande

— En classe —

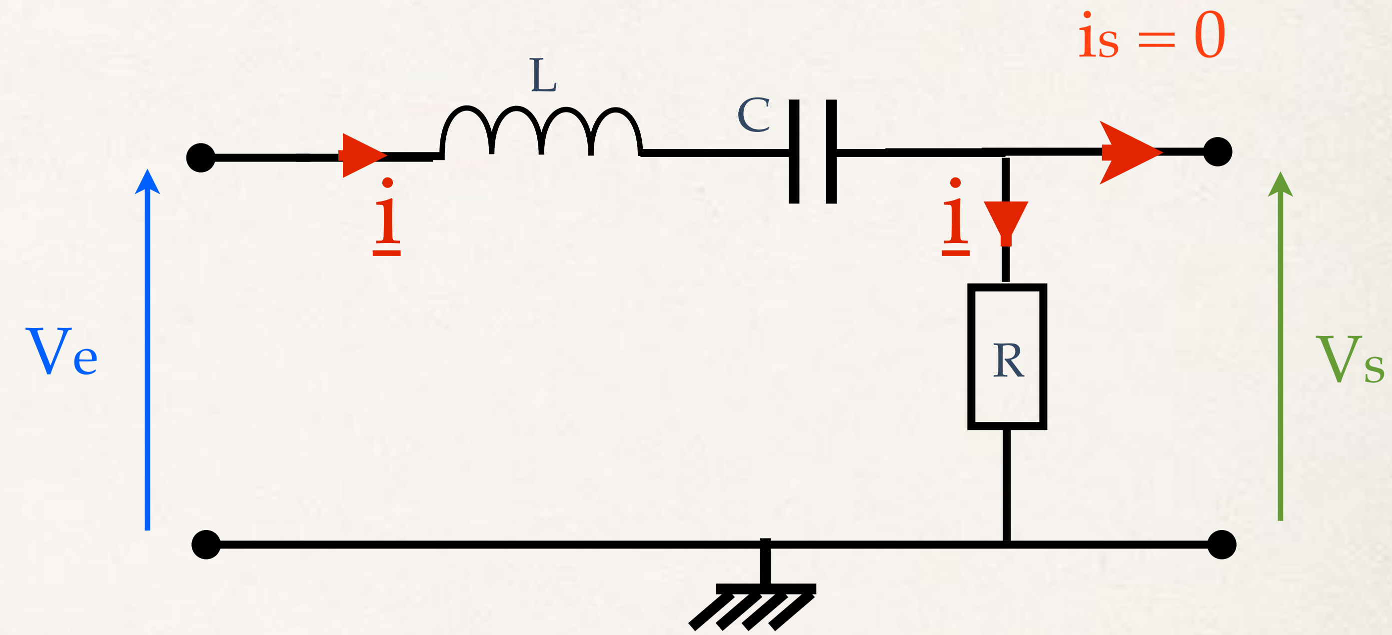
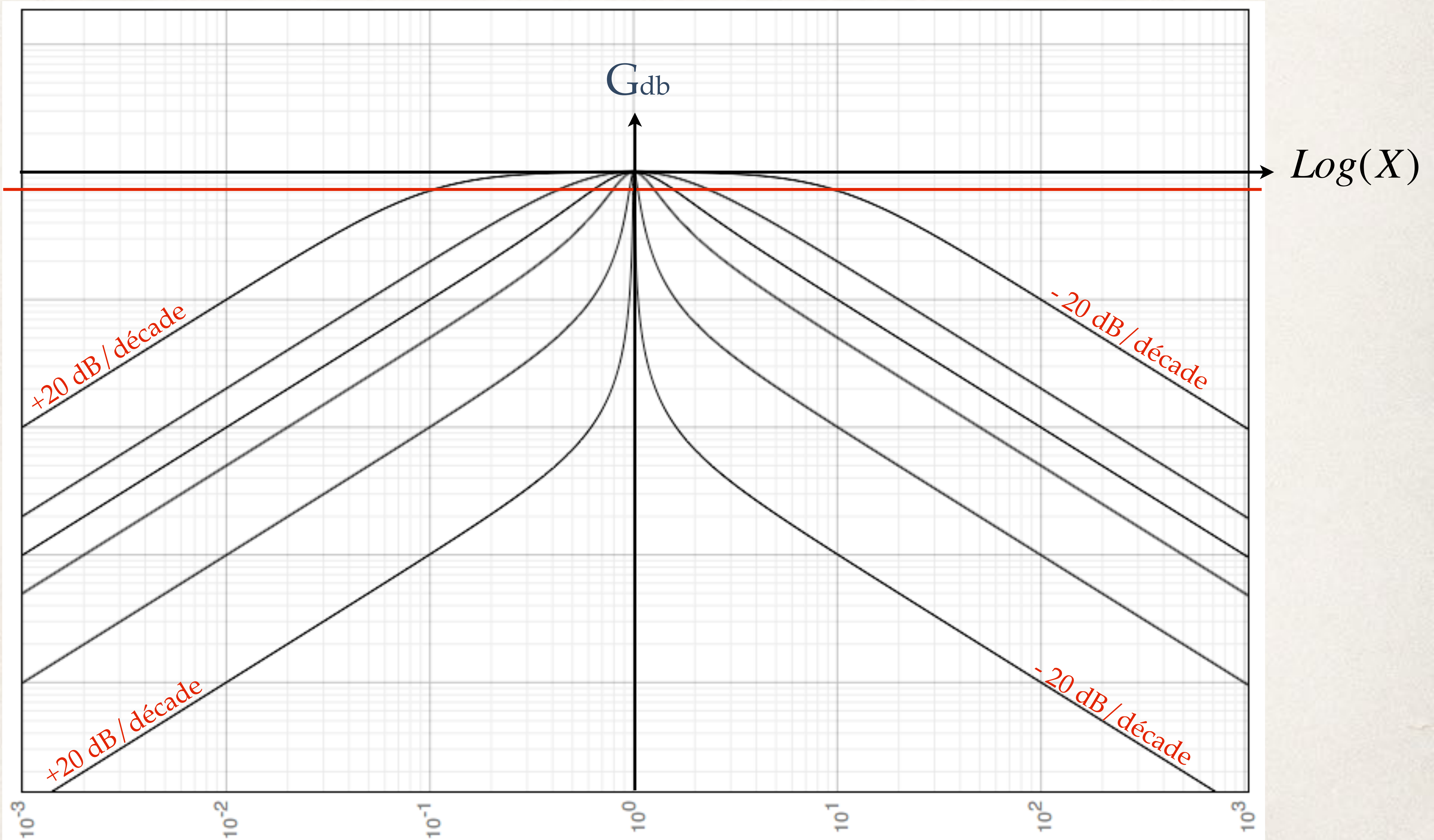
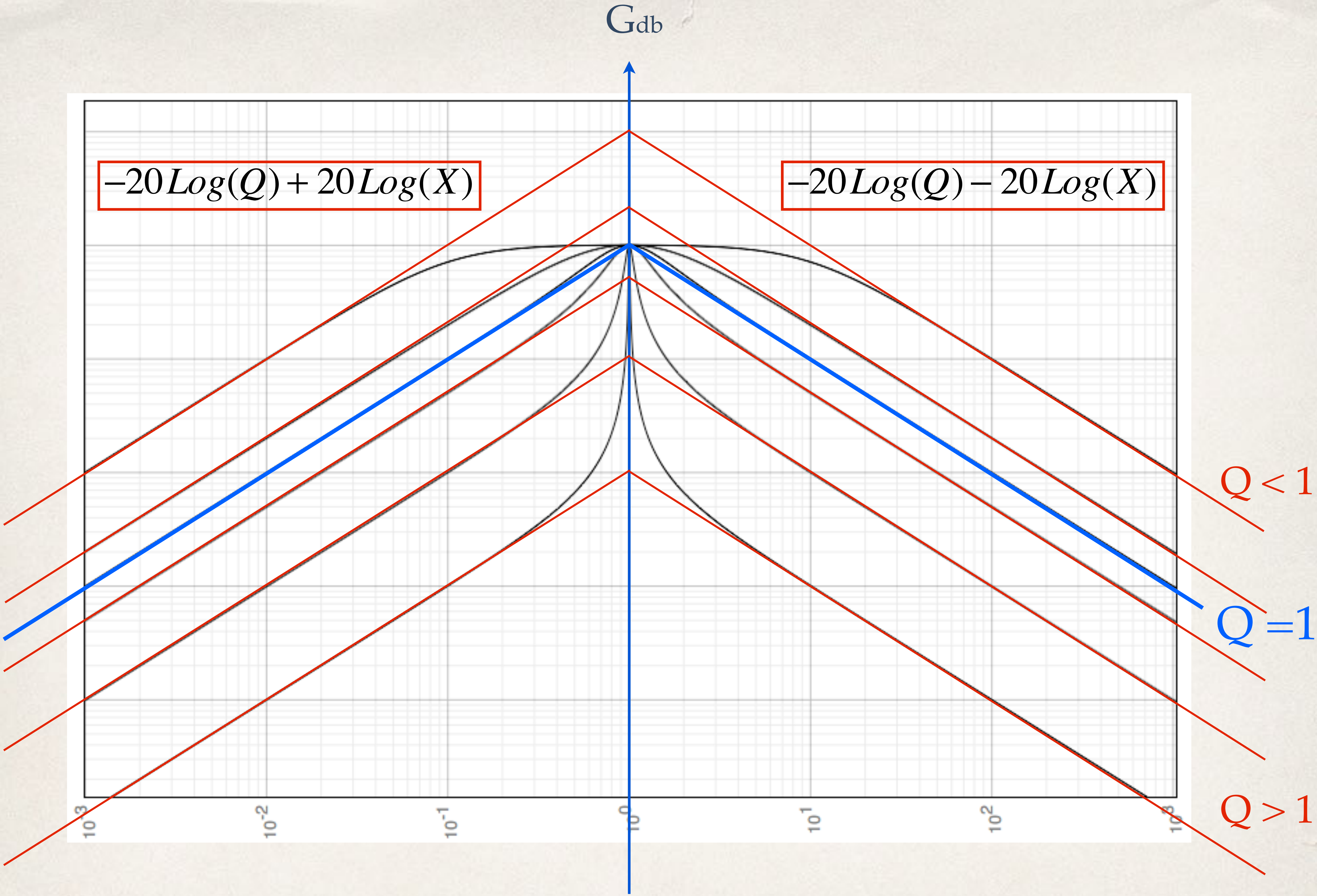


Diagramme de BODE

en gain





Rq : Mq en représentation logarithmique, ces courbes sont symétriques

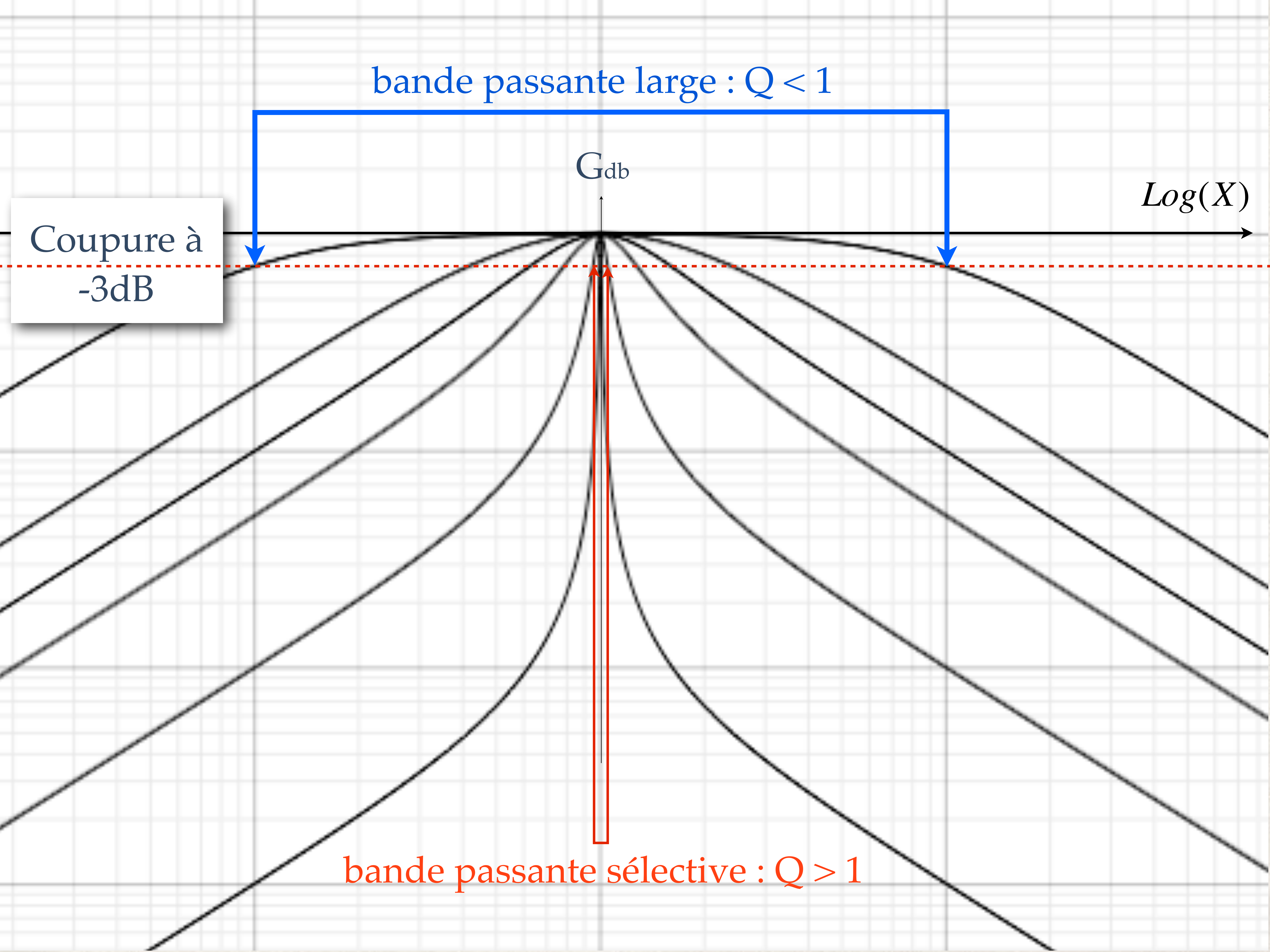
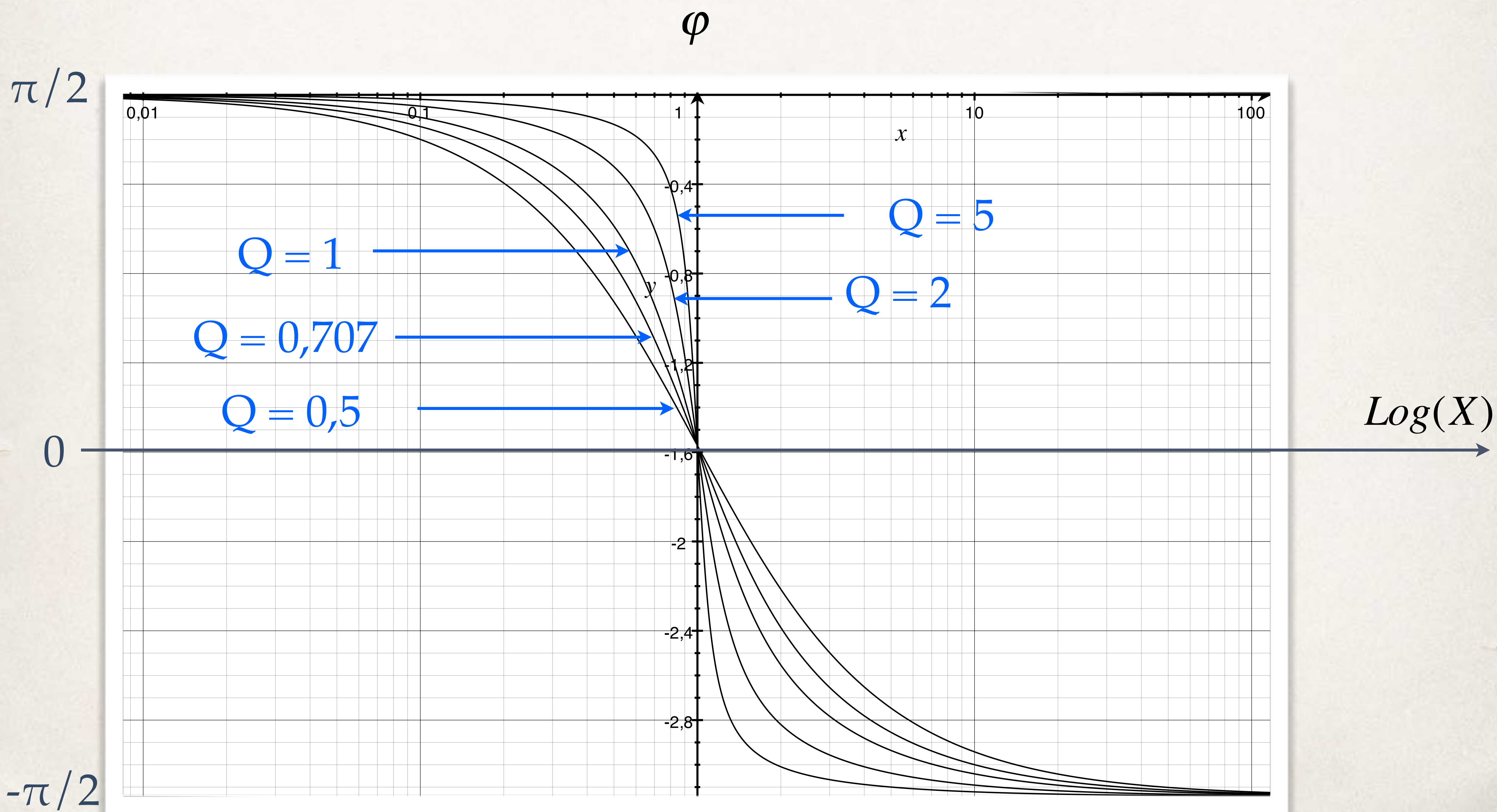

bande passante large : Q < 1
Gdb
Log(X)
Coupure à
-3dB
bande passante sélective : Q > 1

Diagramme de BODE

en phase



Rq : On a toujours résonance pour : $\omega = \omega_0$

-> on retrouve ici la réponse en courant du RLC série.

avec $u_R = Ri$ soit $H_{max} = \dfrac{Ri_{\max}}{e_0} = \dfrac{R}{e_0}\left(\dfrac{e_0}{R}\right) = 1$

Conclusion : pour tous les filtres du second ordre

$$j\frac{\omega}{Q\omega_0} \qquad\qquad j\frac{Q\omega}{\omega_0}$$

Formes canoniques

Passe Bas

$$\underline{H} = \frac{H_0}{1-\left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2 + j\frac{\omega}{Q\omega_0}}$$

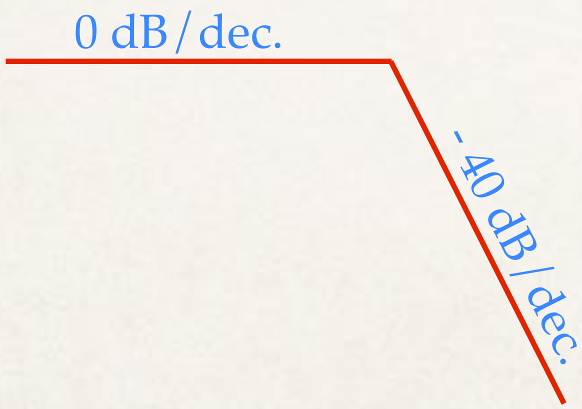
Passe Bande

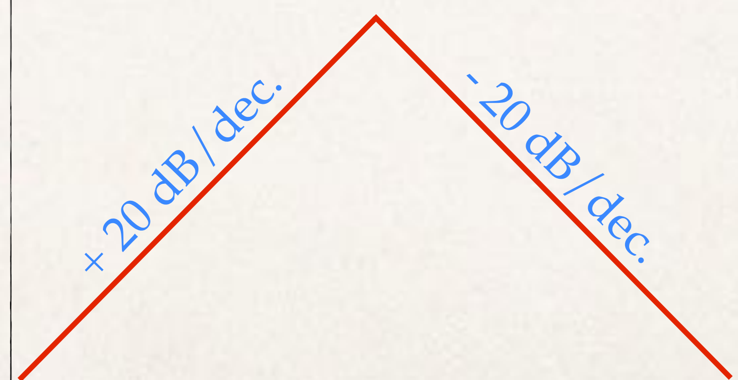
$$\underline{H} = \frac{H_0\, j\frac{\omega}{Q\omega_0}}{1-\left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2 + j\frac{\omega}{Q\omega_0}}$$

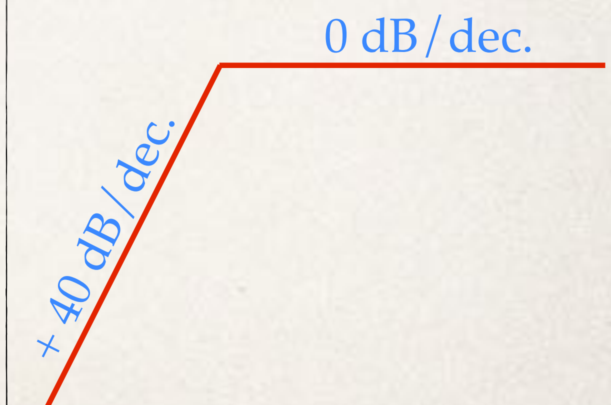
Passe haut

$$\underline{H} = \frac{-H_0\left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2}{1-\left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2 + j\frac{\omega}{Q\omega_0}}$$

Filtrage

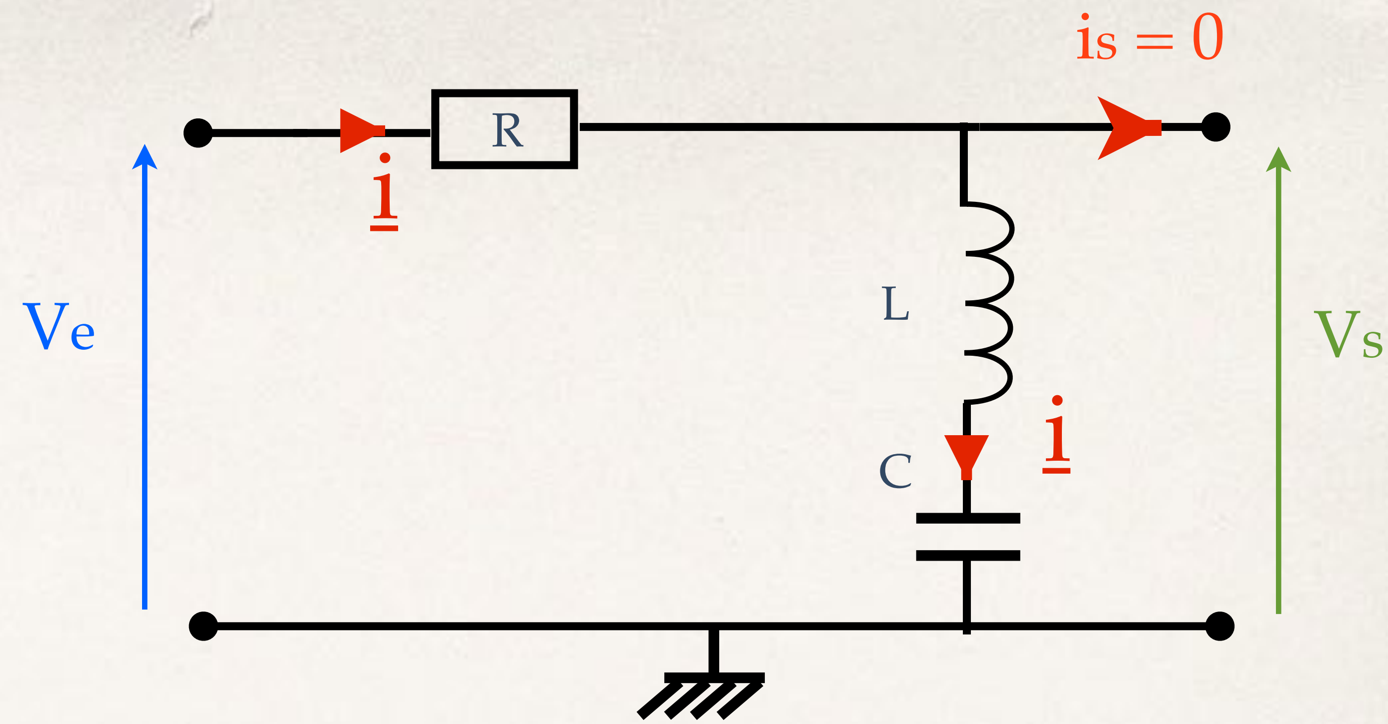






Rq : Forme générale passe haut : RC-[L]

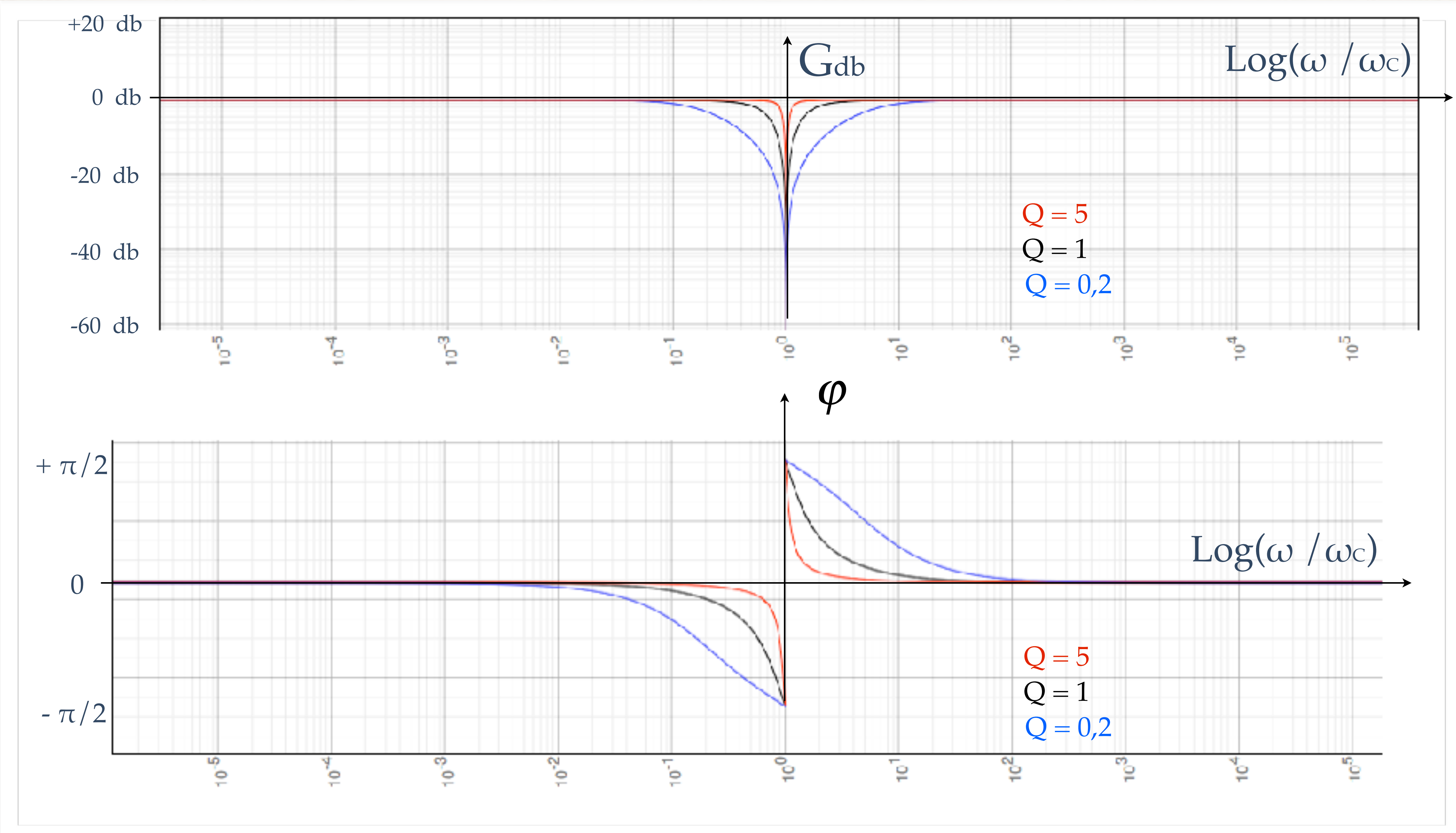
γ - Filtre R-[LC] coupe-bande



--> Même étude.

Résultat :

$$\underline{H} = \frac{H_0\left[1-\left(\dfrac{\omega}{\omega_0}\right)^2\right]}{1-\left(\dfrac{\omega}{\omega_0}\right)^2 + j\dfrac{\omega}{Q\omega_0}}$$

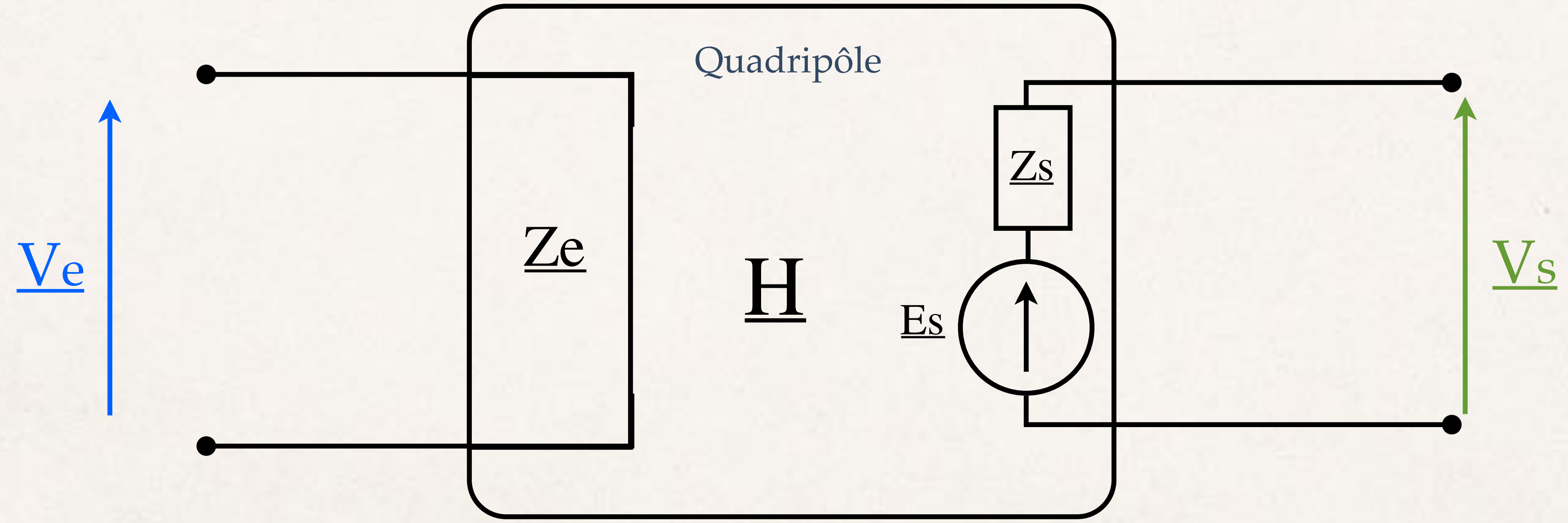


4 - Mise en cascade de filtres

Il s'agit ici d'enchaîner plusieurs filtres pour répondre aux spécifications d'un certain cahier des charges :

- Chaque filtre a ses propres caractéristiques. Nous les avons calculées.
- Il s'agit de ne pas altérer les caractéristiques d'un filtre lorsqu'on les relie les uns autres (ce qui n'est pas le cas en pratique).

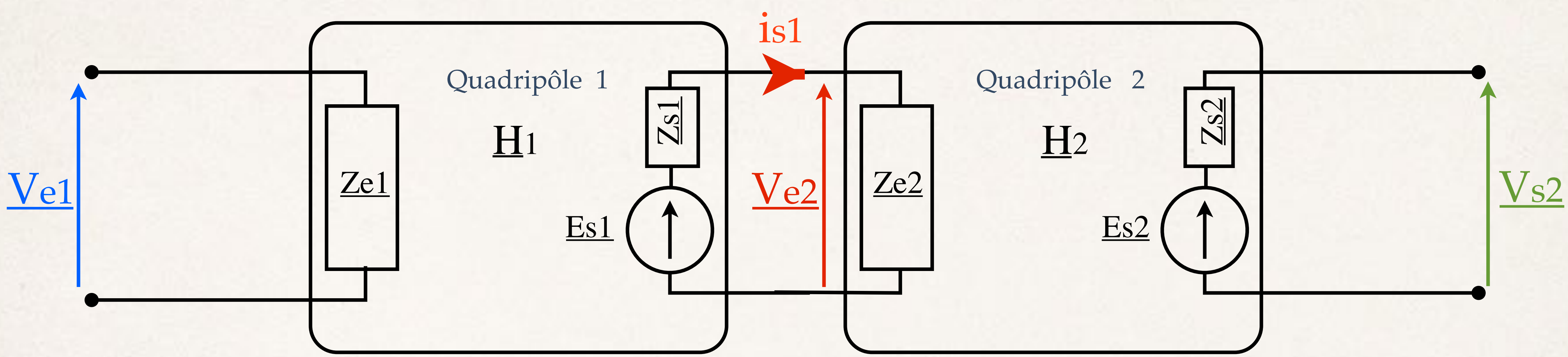
Tout quadripôle est caractérisé par ses impédances d'entrée et sortie :



avec Es = H.Ve

Pour que Es = Vs = H.Ve , il faut qu'il n'y ait pas de courant à travers Zs

Cela pose problème lors de la connexion de deux quadripôles :



Si $\underline{Ze2} \sim \underline{Zs1} \sim k\Omega$ ce qui est souvent le cas avec des impédances standards :

- Pb de tension en entrée du quadripôle 2 :

$$\boxed{\underline{H} \neq \underline{H}_1.\underline{H}_2}$$

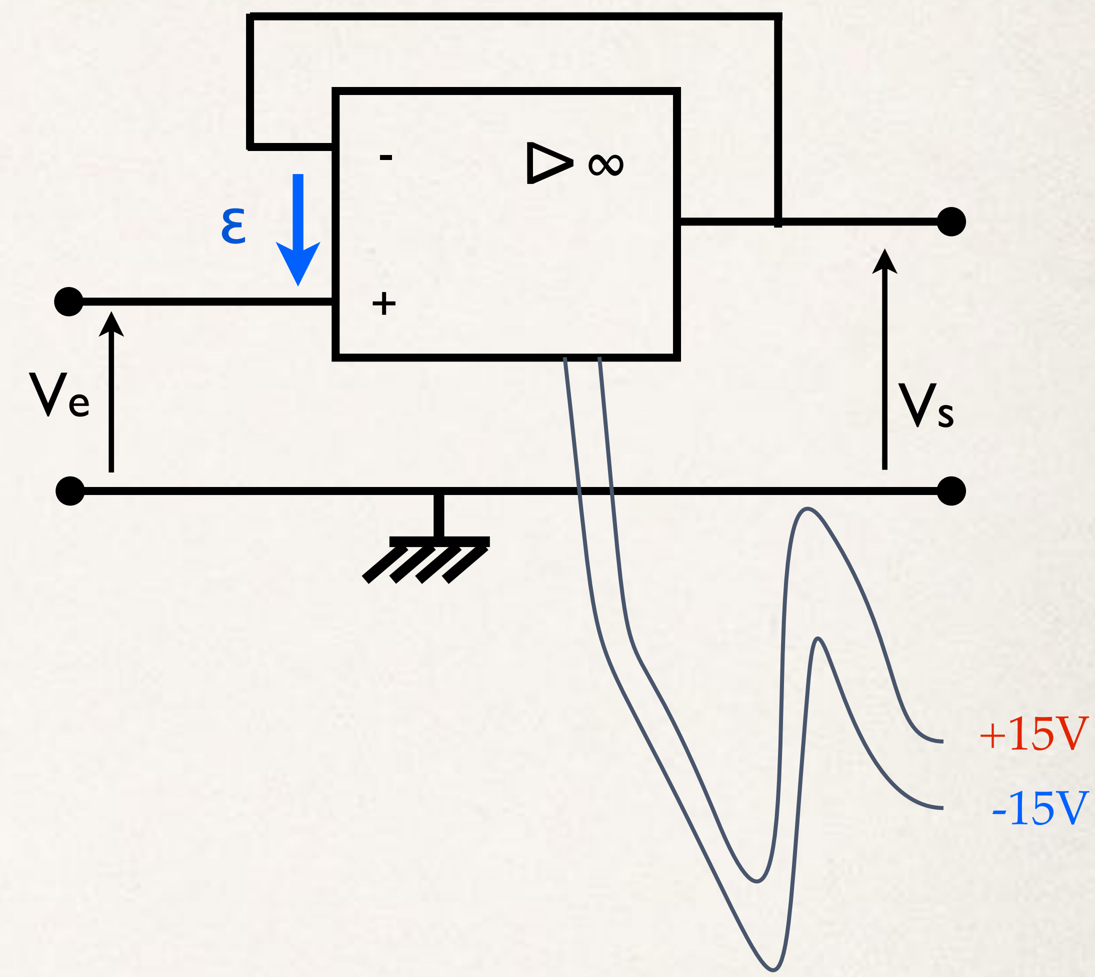
Entre chaque «étage» d'électronique il faut avoir $\underline{Ze2} >> \underline{Zs1}$

C'est ce qu'on appelle réaliser l'<u>adaptation d'impédance</u>

✳Utilisation d'un composant actif : le quadripôle suiveur

[Réalisé à l'aide d'un AO : Amplificateur Opérationnel]

boucle stable sur l'entrée E-



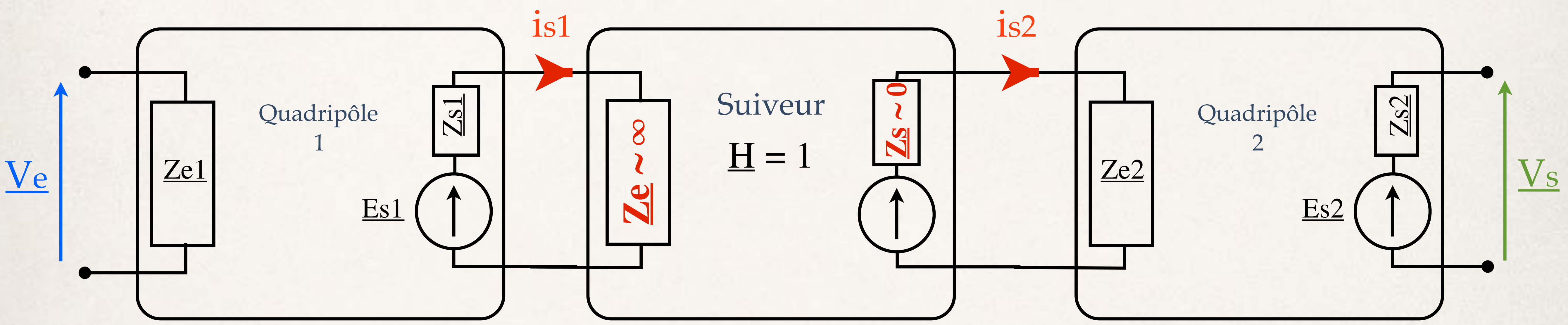
Nous avons réalisé ! : un fil ?

A quoi ça sert ?

✳ Intérêt du montage suiveur :

Propriété :

Le montage suiveur a : - impédance d'entrée infinie
- impédance de sortie nulle



D'après le montage suiveur $\underline{H} = 1$, donc on a exactement la même tension en entrée et en sortie du suiveur

De plus $\underline{Ze} \sim \infty$ soit $\underline{is1} \sim 0$: hypothèse validée

De plus $\underline{Zs} \sim 0$ soit $\underline{Ve2} = \underline{Vs1}$

$\underline{H} =$

$$\boxed{\underline{H} = \underline{H}1.\underline{H}2}$$

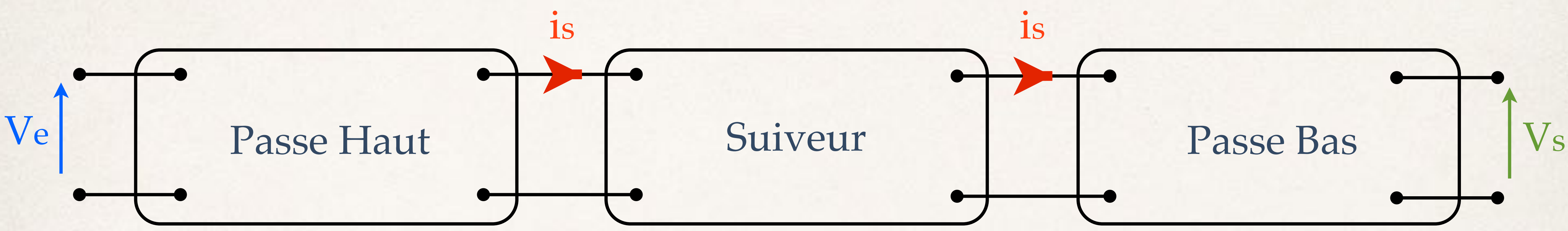
On a réalisé l'adaptation d'impédance.

III - 4 Application :

Produit de deux fct. de Trans.

(Exercice type -> réponse d'un Haut Parleur)

(noter sur copie annexe)



Propriété :

Dans la limite où les conditions de fonctionnement de chaque filtre sont respectées (cf. adaptation d'impédance), la fct. de transfert d'une succession de filtres est égale au produit des fonctions de transferts individuelles.

- Diagramme de Bode du produit de filtre : **méthode de construction.**

Propriété :

On peut démontrer (cf TD) qu'avec deux filtres d'ordre 1, on ne peut pas construire un filtre d'ordre deux dont le facteur de qualité soit supérieur à 1/2.

5 - Notion de Gabarit

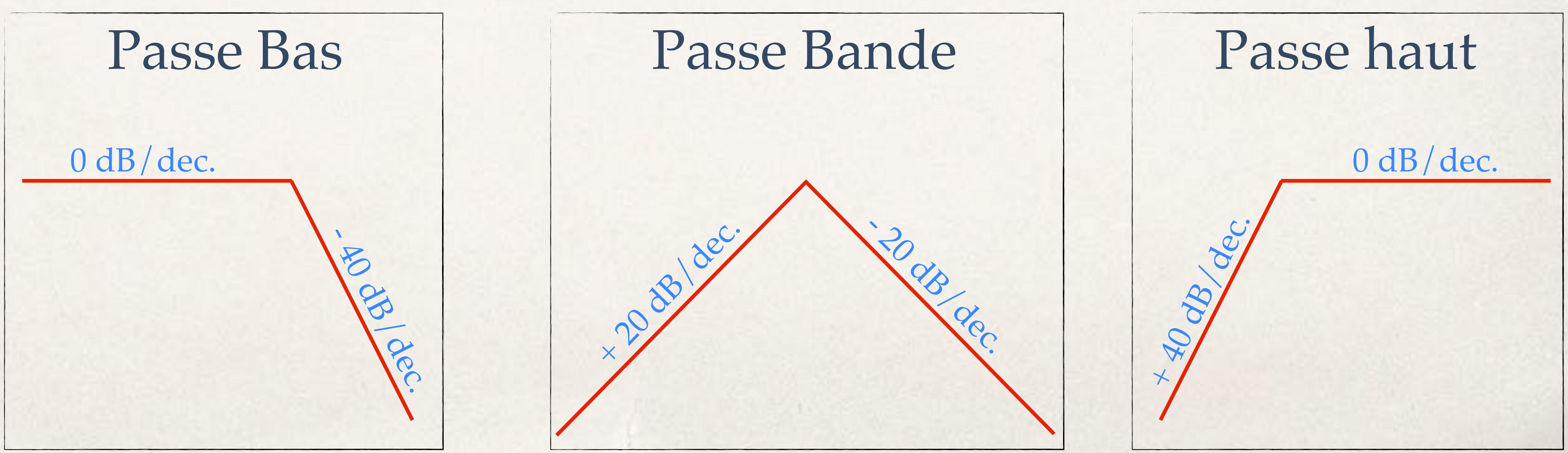
Définition :

- Il s’agit d’une représentation simplifiée qui résume les caractéristiques d’un filtre.
- La connaissance des différents gabarits permet, en les mettant en cascade de concevoir rapidement un filtre plus complexe qui répond à des spécification précises.

Le gabarit résume la réponse en gain du filtre :

ex :

Gabarit



Plus précisément, le gabarit nous indique :

- La **tolérance sur le gain** pour être dans la bande passante : $G_{coupure} < G < G_{max}$

En pratique on coupe si : $G < \frac{1}{\sqrt{2}}$ soit $G_{dB} < -3dB$

- La **bande passante** qui s'en déduit : ex : passe bande -> $[\omega_- , \omega_+]$

passe bas -> $[0 , \omega_c]$

passe haut -> $[\omega_c , +\infty]$

- La **bande atténuée** où l'on garantit un gain inférieur à une limite : $G < G_a$

On en déduit également la bande atténuée $\left[\omega_-^a, \omega_+^a,\right]$

Ex : on considérera le signal négligeable si G_{dB} = -40 dB soit G = ?

Exemples de spécifications :

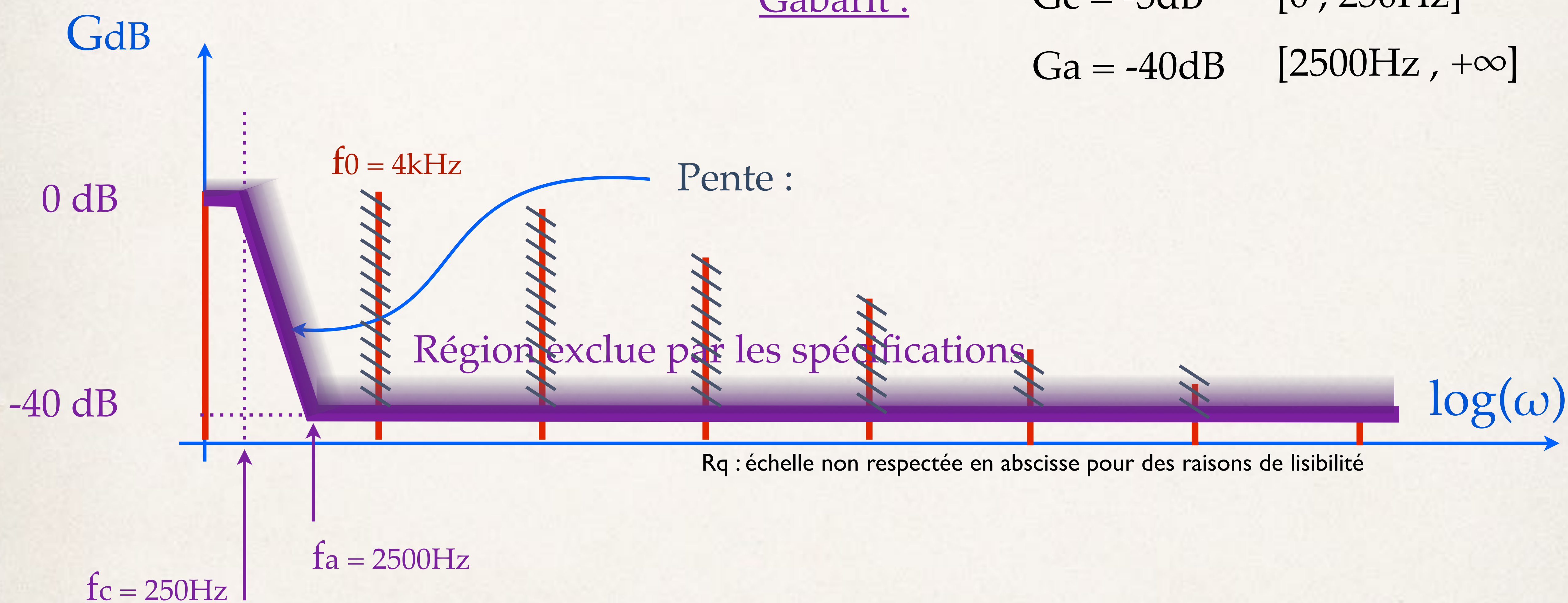
Réalisation d'un moyenneur :

Soit un signal e(t) dont on veut la moyenne [offset ou composante continue]
- On sait que les fréquences sont toutes des multiples de 4 kHz.
- On ne veut pas de bruit dont l'amplitude dépasse 1% de la composante continue

Gabarit :

$G_c = -3\text{dB}$ [0 , 250Hz]

$G_a = -40\text{dB}$ [2500Hz , +∞]



De quel ordre doit être le passe-bas pour valider les spécifications du cahier des charges ?

6 - Filtrage non linéaire : Enrichissement du spectre !

cf TP-diode & redressement