4 - Battements

Objectif : Etude de la superposition de signaux non synchrones.

- Soient deux signaux de fréquences respectives ω_1 et ω_2.
- Le milieu étant non dispersif, la célérité des signaux est la même on notera donc k_1 et k_2 leurs vecteurs d'ondes respectifs :

$$\boxed{\begin{array}{l}\omega_1 = k_1 c \\ \omega_2 = k_2 c\end{array}}$$

On a donc :

$$S_1(t,x) = a_1 \cos(\omega_1 t - k_1 x + \varphi_1) \xrightarrow{\mathbb{C}} \underline{S}_1(M) = a_1 e^{i(\omega_1 t - k x_1 + \varphi_1)}$$

$$S_2(t,x) = a_2 \cos(\omega_2 t - k_2 x + \varphi_2) \xrightarrow{\mathbb{C}} \underline{S}_2(M) = a_2 e^{i(\omega_2 t - k x_2 + \varphi_2)}$$

Signal total résultant : représentation de Fresnel

--- Appliquette ---

On additionne deux signaux de mêmes amplitudes mais de pulsation différentes

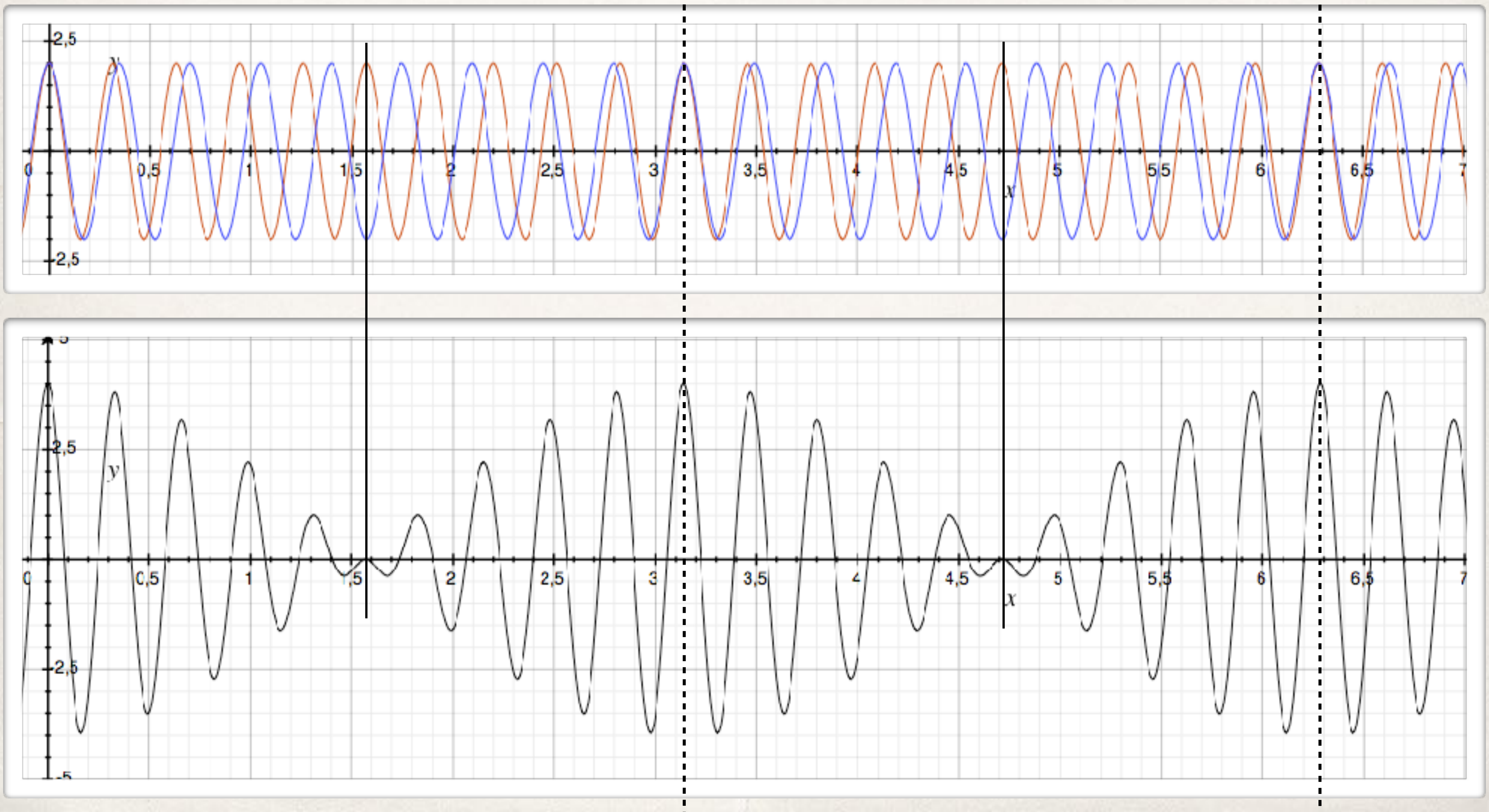
$$\boxed{S_1(t,x) = a_0 \cos(\omega_1 t + \varphi_1(x))}$$

$$\omega_1 = 18 rad.s^{-1}$$

$$\varphi_1 = \varphi_2 = 0$$

$$\boxed{S_2(t,x) = a_0 \cos(\omega_2 t + \varphi_2(x))}$$

$$\omega_2 = 20 rad.s^{-1}$$



Etude de deux ondes de même amplitude a :

$$S_1(t,x) = a_0 \cos(\omega_1 t + \varphi_1(x)) \qquad S_2(t,x) = a_0 \cos(\omega_2 t + \varphi_2(x))$$

a. Ecrire S1 + S2
b. Factoriser S1 + S2 comme un produit de cos à l'aide des formules :

$$cos(p+q) = cos(p)cos(q) - sin(p)sin(q)$$
$$cos(p-q) = cos(p)cos(q) + sin(p)sin(q)$$

Et en posant A = p + q et B = p - q

c. On obtient :

$$s(t,x) = 2a_0 cos(\frac{\omega_1+\omega_2}{2}t + \frac{\phi_1+\phi_2}{2})cos(\frac{\omega_1-\omega_2}{2}t + \frac{\phi_1-\phi_2}{2})$$

On additionne deux signaux de mêmes amplitudes mais de pulsation différentes

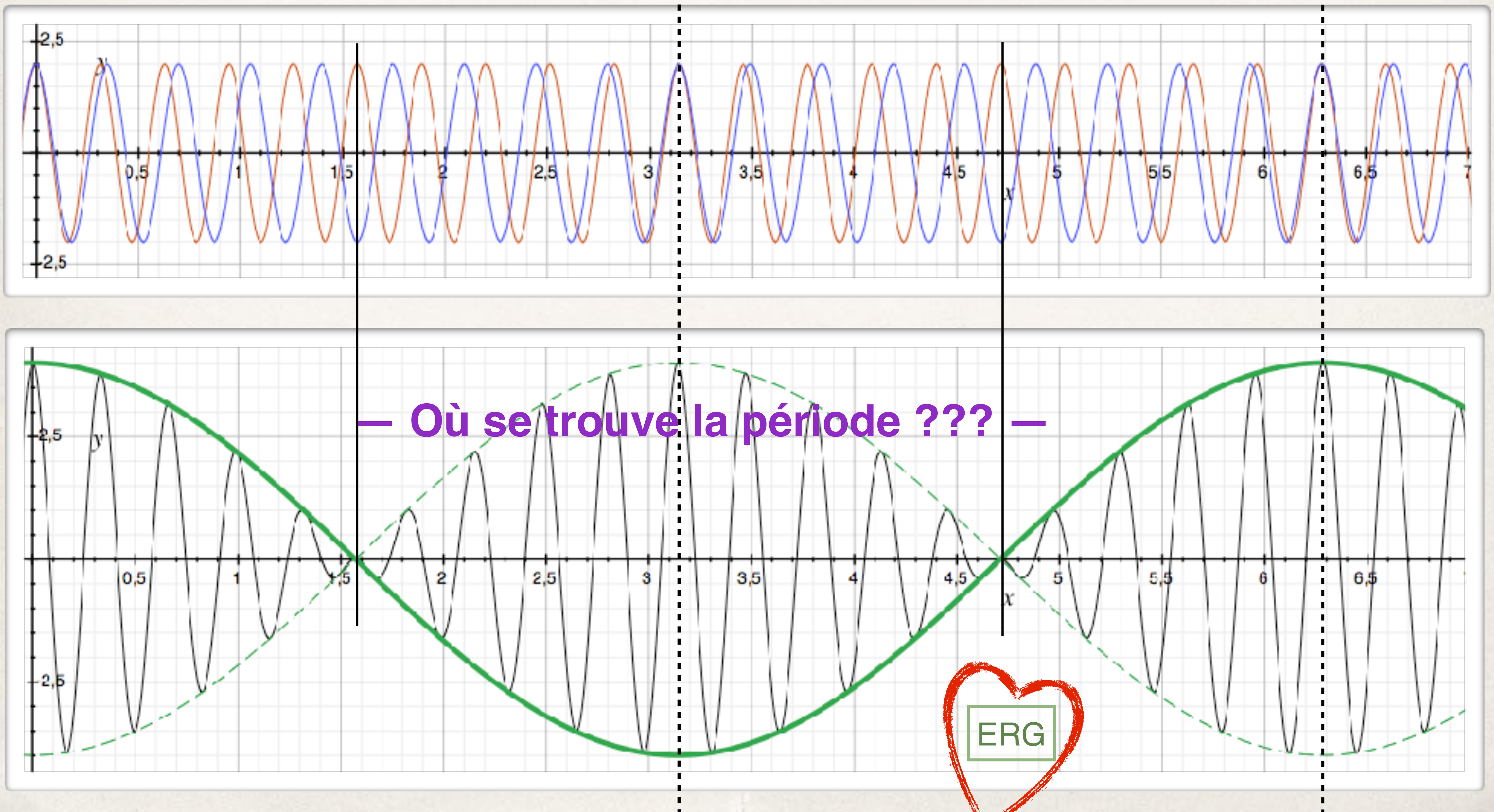
$$\boxed{S_1(t,x) = a_0 \cos(\omega_1 t + \varphi_1(x))}$$

$$\omega_1 = 18 rad.s^{-1}$$

$$\varphi_1 = \varphi_2 = 0$$

$$\boxed{S_2(t,x) = a_0 \cos(\omega_2 t + \varphi_2(x))}$$

$$\omega_2 = 20 rad.s^{-1}$$



On peut ainsi donner deux périodes pour ce phénomène :

$$T_{env} =$$

a. Formule
b. A.N. sur le graph précédent.

$$T_0 =$$

Même chose avec des amplitudes différentes

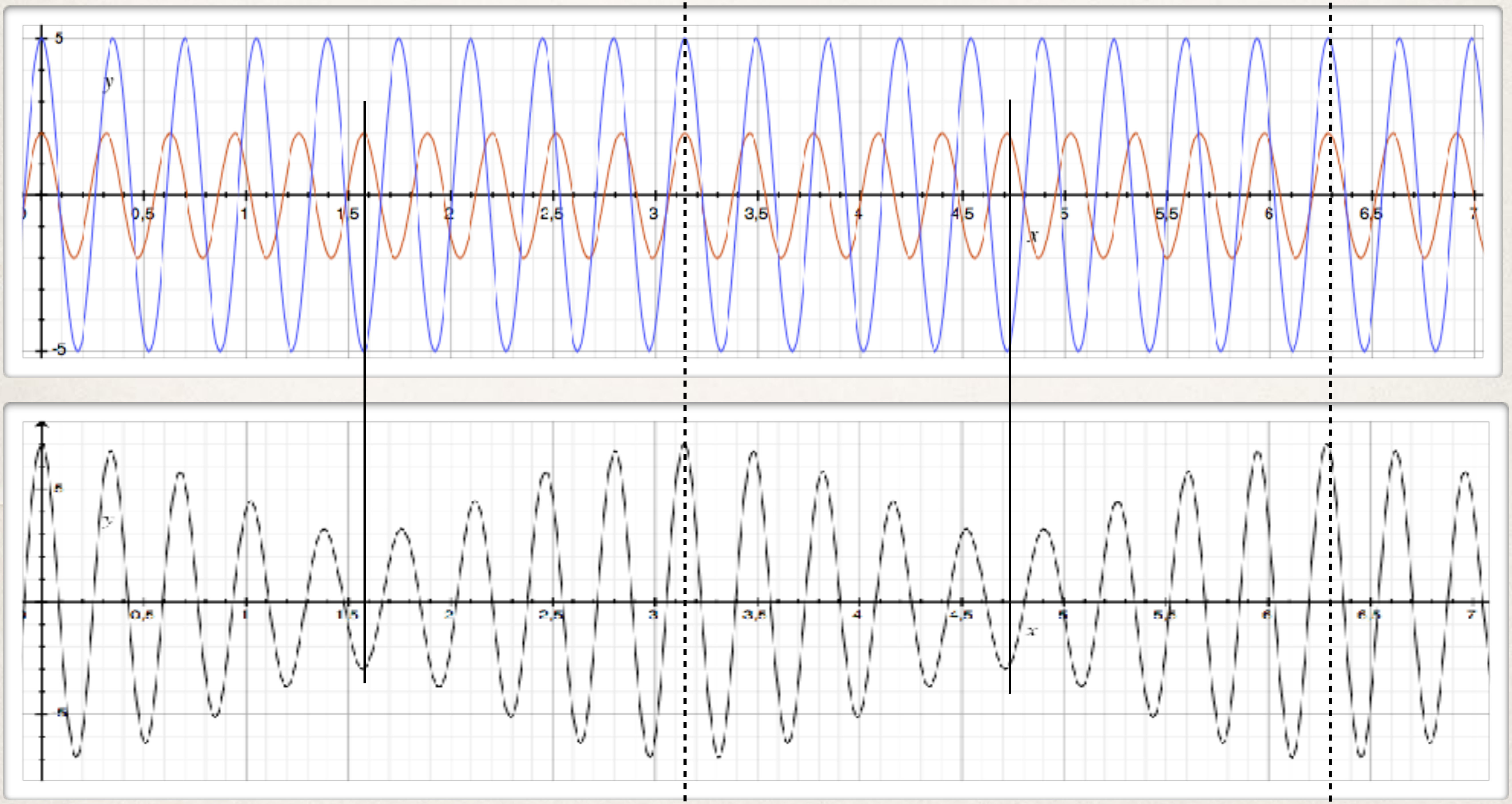
$$\boxed{S_1(t,x) = a_1 \cos(\omega_1 t)}$$

$$\boxed{S_2(t,x) = a_2 \cos(\omega_2 t)}$$

$\omega_1 = 18 rad.s^{-1}$ $\qquad a_1 = 2a_0$

$\omega_2 = 20 rad.s^{-1}$ $\qquad a_2 = 5a_0$

$\varphi_1 = \varphi_2 = 0$



PB : Il n'existe pas de forme factorisable simple pour l'amplitude

Utilisation de la représentation de Fresnel

On considère deux signaux de mêmes amplitudes et de fréquences très proches :

$$\omega_1 = 18 rad.s^{-1}$$
$$\omega_2 = 20 rad.s^{-1}$$

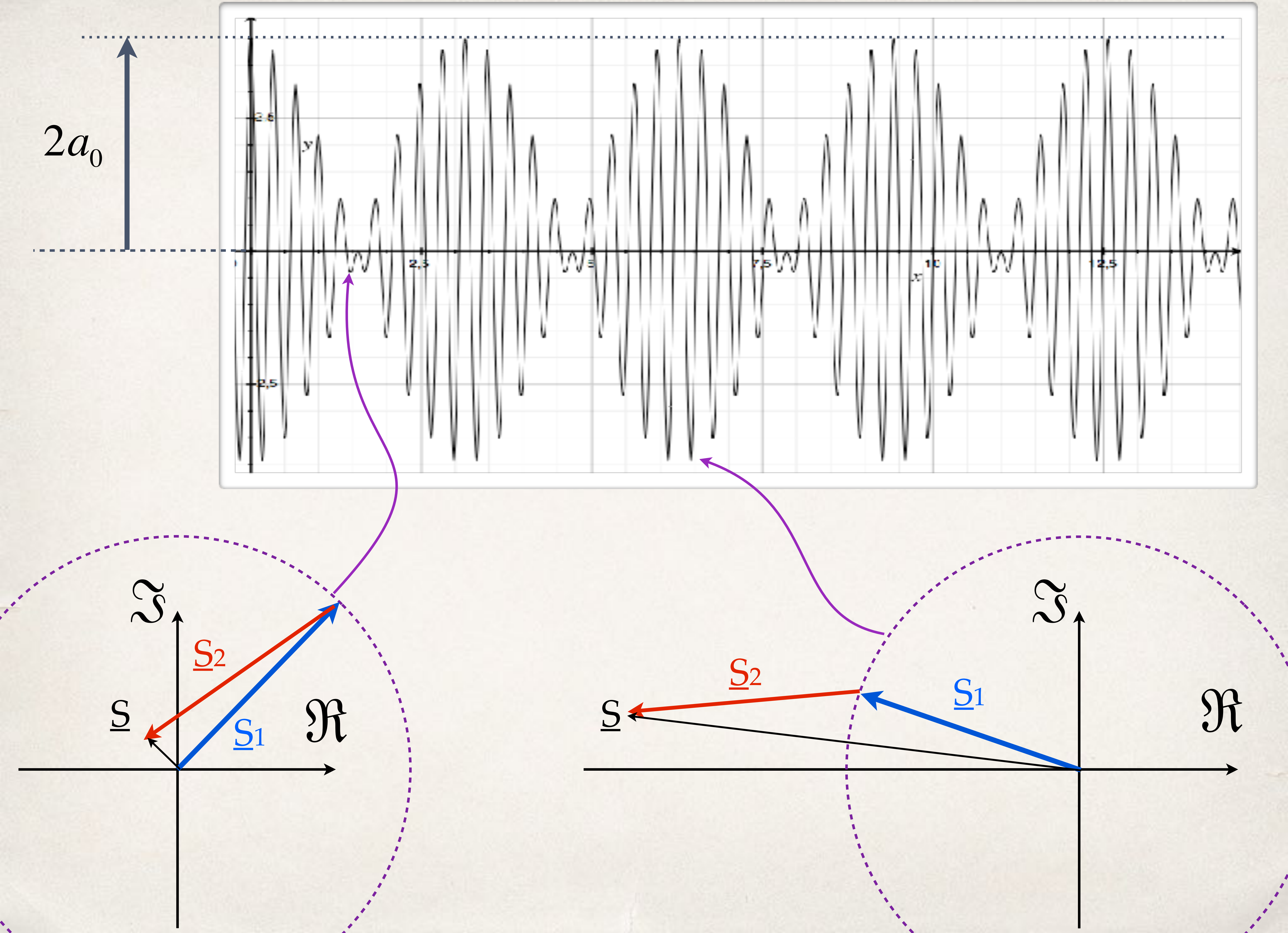
S_2 tourne sensiblement plus vite que S_1 :

$$a_1 = a_0$$
$$a_2 = a_0$$

Les deux signaux ont même amplitude :

Il est donc possible que l'amplitude résultante soit nulle, lorsque les deux vecteurs sont tête-bêche

Soit l'amplitude instantanée : $\boxed{0 < a < 2a_0}$



$2a_0$
2,5
y
-2,5
2,5
7,5
10
x
12,5
ℑ
S2
S
S1
ℜ
ℑ
S2
S
S1
ℜ

On considère deux signaux de mêmes fréquences, très proches, mais d'amplitudes différentes :

$$\omega_1 = 18 rad.s^{-1}$$
$$\omega_2 = 20 rad.s^{-1}$$

S2 tourne sensiblement plus vite que S1 :

$$a_1 = 5a_0$$
$$a_2 = 2a_0$$

Les deux signaux n'ont plus la même amplitude :

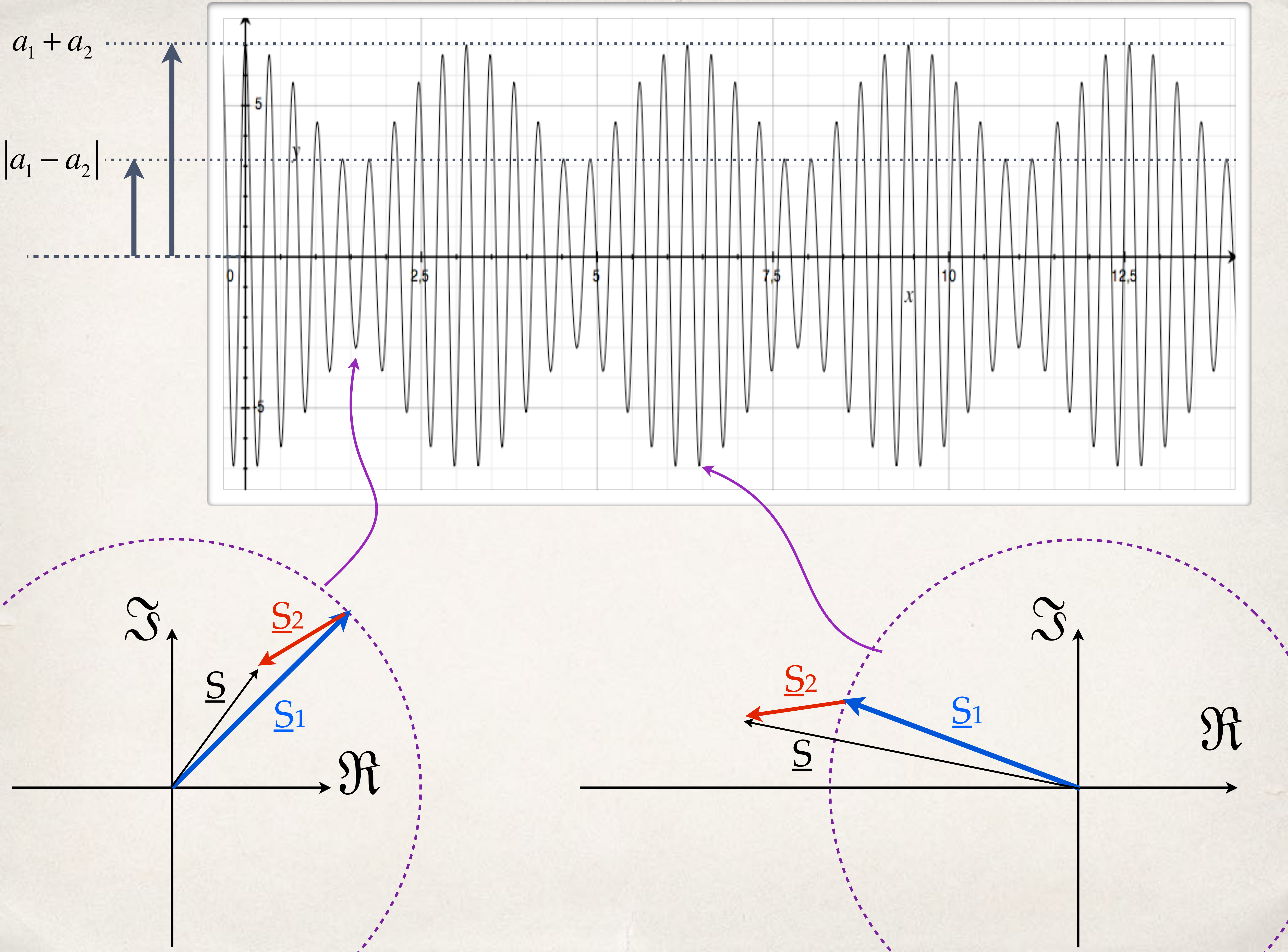
Il n'est donc plus possible que l'amplitude résultante s'annule, lorsque les deux vecteurs sont tête-bêche

Vecteur de sens opposés

Soit l'amplitude instantanée :

$$\boxed{|a_1 - a_2| < a < a_1 + a_2}$$

Vecteur de même sens



$a_1 + a_2$
$|a_1 - a_2|$
5
-5
0
2,5
5
7,5
10
12,5
x
y
$\underline{S}_2$
$\underline{S}$
$\underline{S}_1$
$\Im$
$\Re$

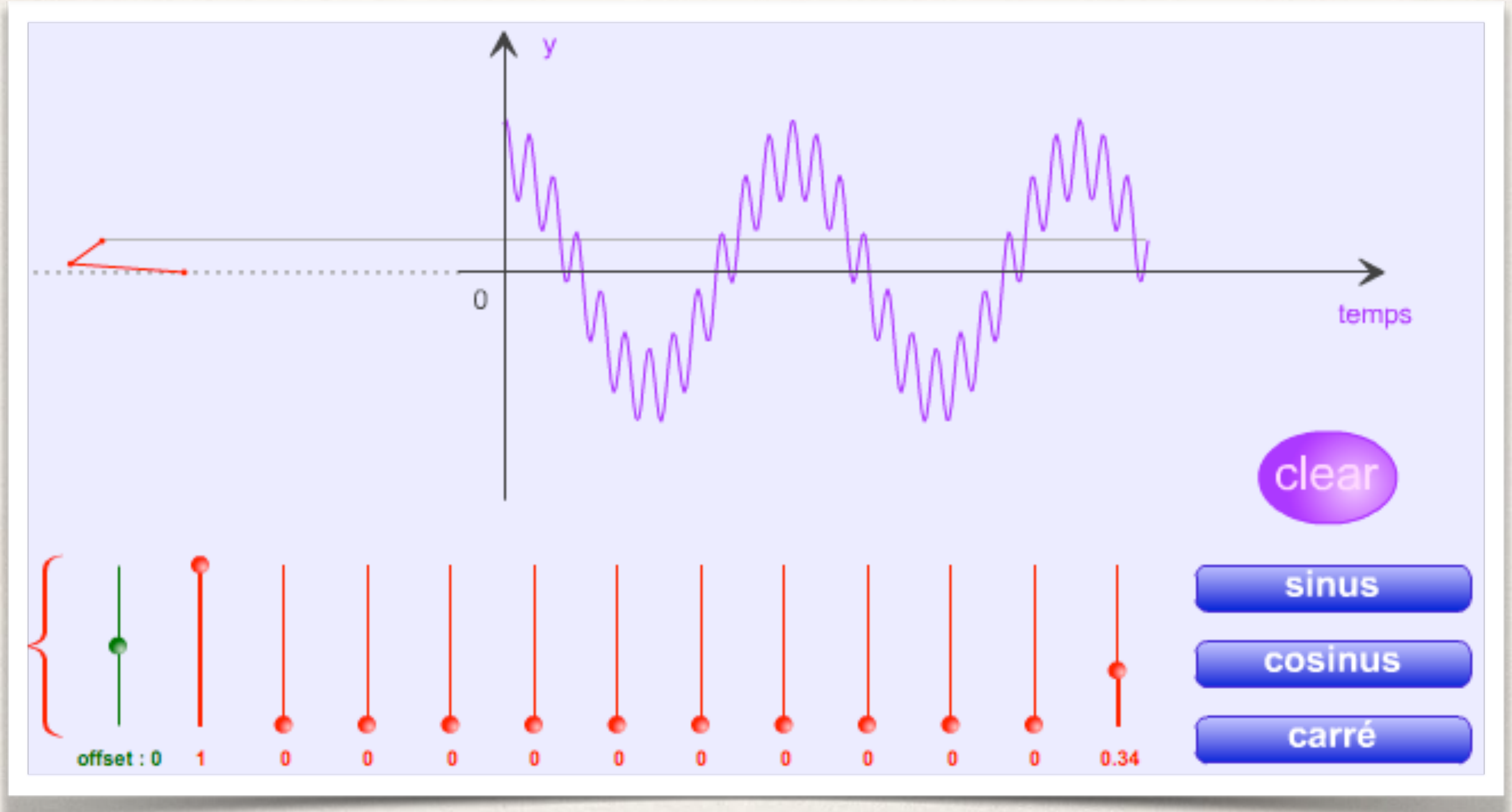
Calcul du module de l’amplitude :

—En classe —

— « Jouez » avec l'appliquette —

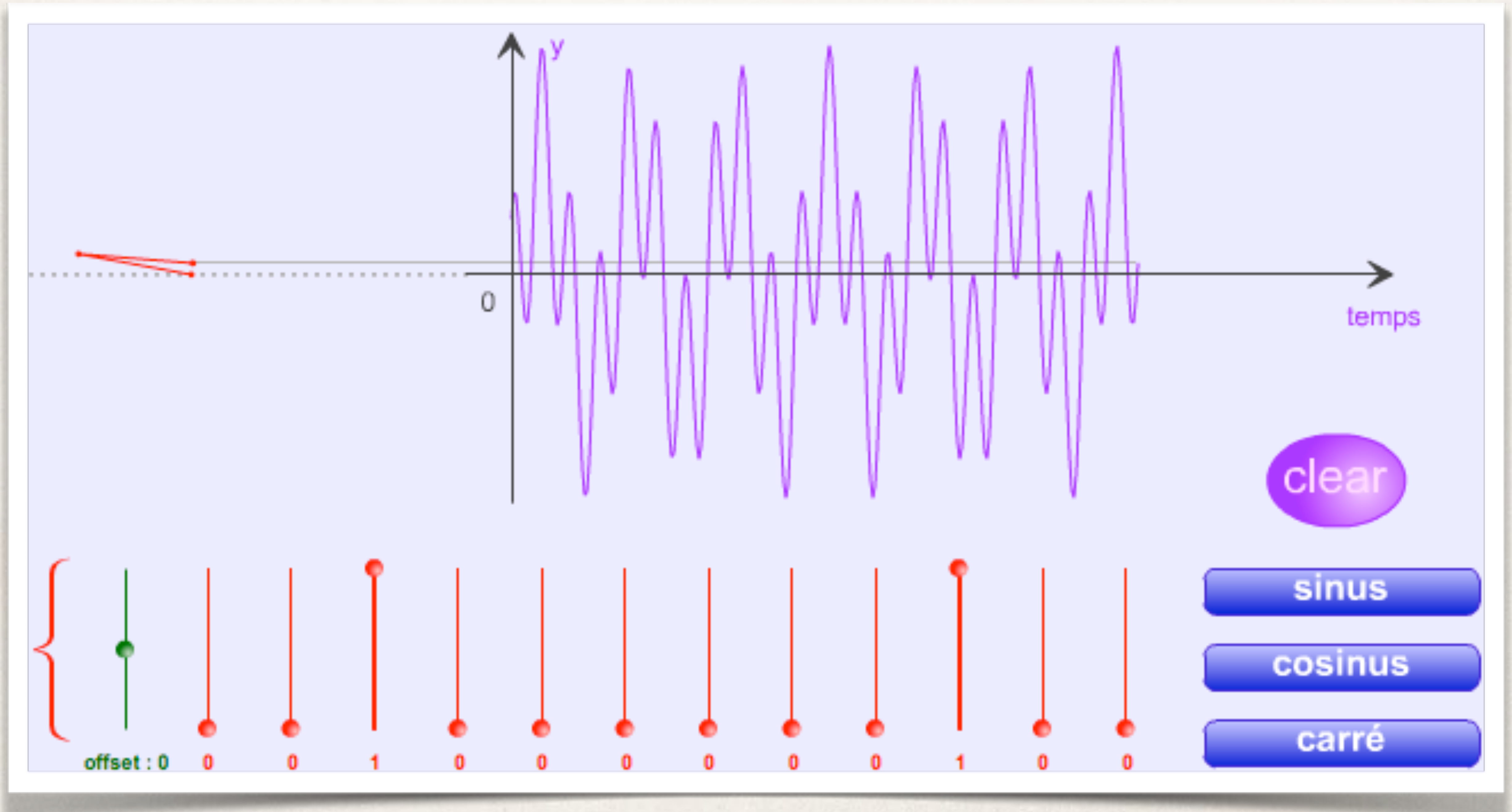
$$\omega_1 = \omega \qquad a_1 = a_0$$

$$\omega_2 = 12\omega \qquad a_2 = 0.34 a_0$$



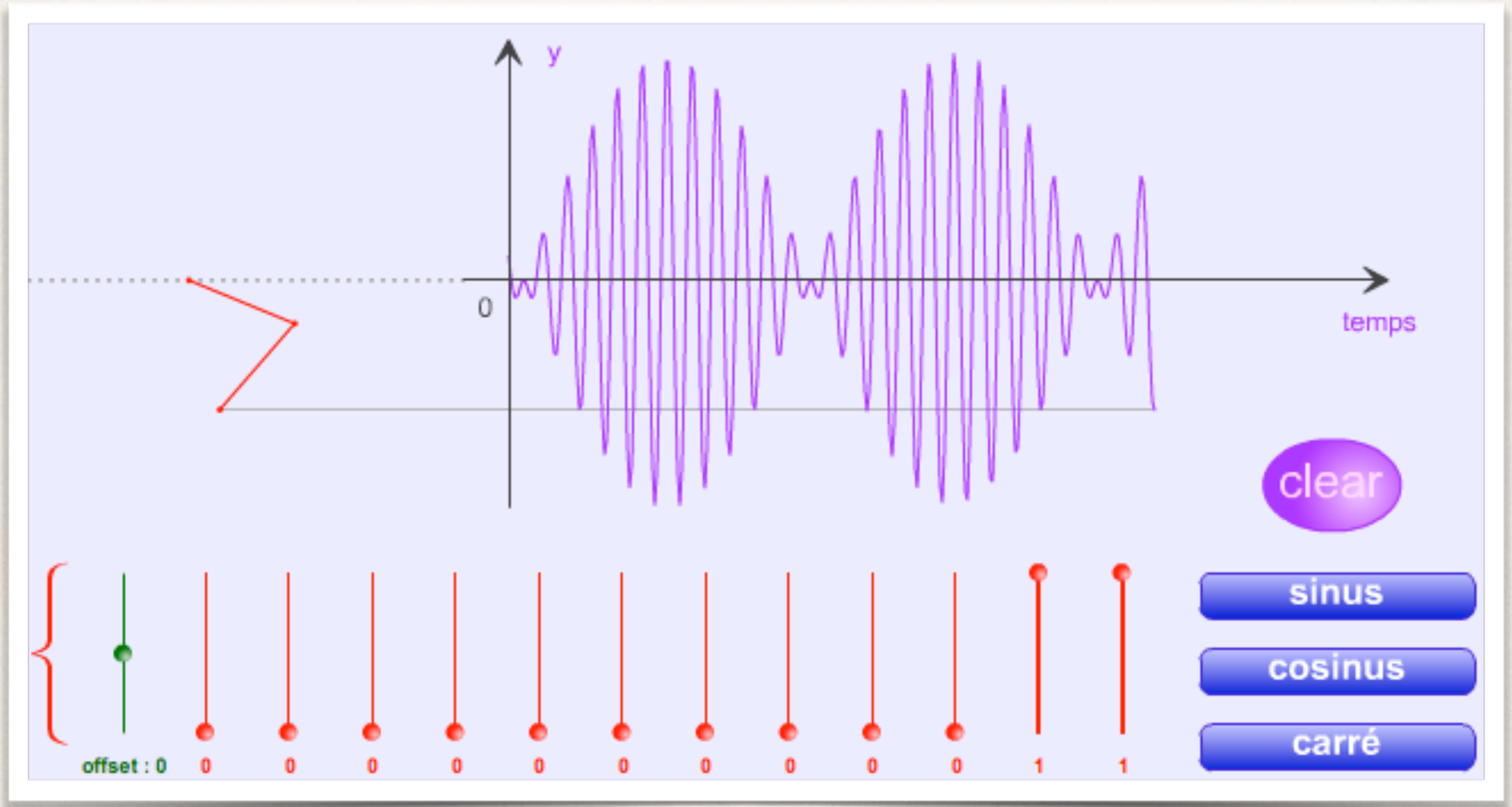
$$\omega_1 = 3\omega_0 \qquad a_1 = a_0$$

$$\omega_2 = 10\omega_0 \qquad a_2 = a_1 = a_0$$



$$\omega_1 = 11\omega_0 \qquad a_1 = a_0$$

$$\omega_2 = 12\omega_0 \qquad a_2 = a_1 = a_0$$



$\omega_1 = 11\omega_0$ $\qquad a_1 = a_0$

$\omega_2 = 12\omega_0$ $\qquad a_2 = 0.455a_0 \approx 0.5a_0$