

# Interférences

## SP 3

Objectif : Modéliser les interférences à deux ondes

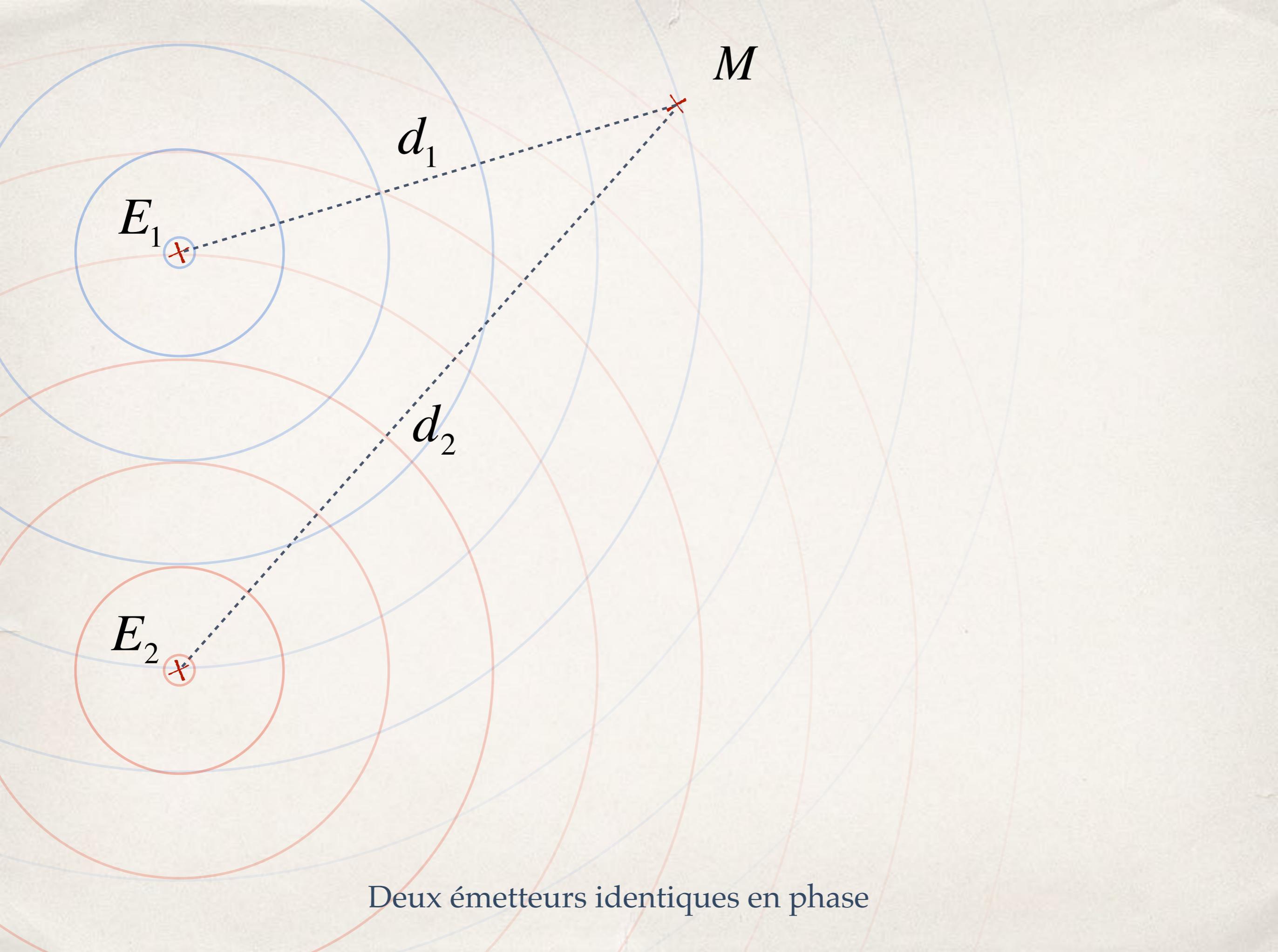
---

Les interférences sont la traduction du principe de superposition, lorsque deux signaux se propagent au sein du système :

Soient  $S_1$  et  $S_2$  deux signaux émis par deux émetteurs  $E_1$  et  $E_2$ .  
Soit  $M$  un point dans l'espace :

L'amplitude  $S(M)$  du signal en  $M$ , est la somme algébrique des signaux  $S_1$  et  $S_2$  évalués au point  $M$ .

Ce résultat est dû au caractère linéaire des équations de propagation des ondes



$E_1$

$E_2$

$M$

$d_1$

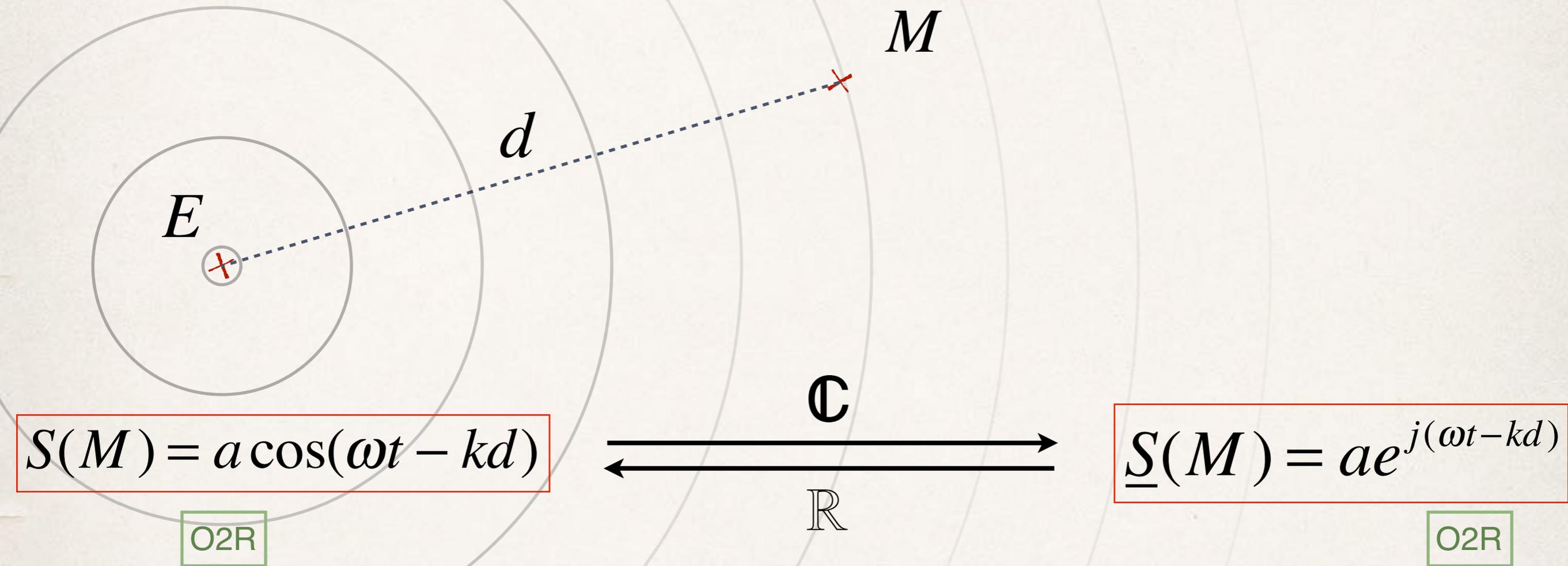
$d_2$

Deux émetteurs identiques en phase

Appliquette :

# Représentation de Fresnel d'une onde scalaire sinusoïdale :

Soit  $S$  un signal sinusoïdal d'amplitude « $a$ » émis depuis un point  $E$ .  
Soit  $M$  un point à une distance  $d$  de  $E$ .  $S$  est maximale en  $E$  à  $t = 0$ .

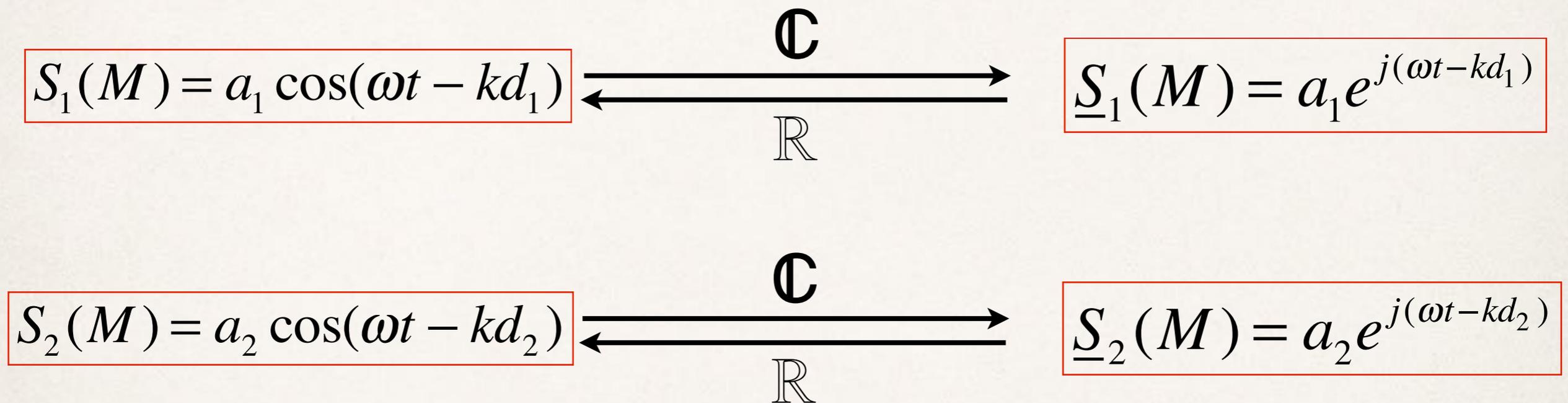


Une onde scalaire sinusoïdale est représentée par :

- sa fréquence  $\omega$
  - sa célérité  $c$
  - son amplitude  $a$
  - sa phase généralisée  $\Phi(M) = \omega t - kd$
- $\omega = kc$

Soit  $d_1$  la distance E<sub>1</sub>-M et soit  $d_2$  la distance E<sub>2</sub>-M, les phases des signaux  $S_1$  et  $S_2$  dépendent donc de la position du point M

On considère de plus, deux émetteurs identiques et en phase :



Nous faisons ainsi deux hypothèses sur la nature des ondes :

1 - Les deux ondes sont synchrones  $\rightarrow$  même fréquence  $\boxed{\omega_1 = \omega_2 = \omega}$

2 - Leur célérité est la même  $\boxed{c = \frac{\omega}{k}}$  (fct. du milieu de propagation)

# Notion de différence de marche $\delta$ entre sources :

O2R

L'amplitude du signal total résultant dépend donc de la différence de phase entre les deux signaux au point M :

Soit :

- a - Exprimer  $\phi_1$  et  $\phi_2$  en fct. de  $t$  et  $d_1$  ou  $d_2$
- b - Trouver  $\Delta\phi$  en fonction de  $\delta$
- c - AN : ci-dessous.



Ex :  $\lambda = 1m$                        $\delta = 12.75m$

— Réfléchir : le signal 2 est-il vraiment en avance ? —

Les signaux sont en quadrature (2 est en avance sur 1 de 12,75 périodes)

On souhaite connaître l'amplitude du signal à chaque instant et pour tout point M dans l'espace :  $\underline{S}(M) = \underline{S}_1(M) + \underline{S}_2(M)$

On pose :  $\underline{s} = \underline{s}_1 + \underline{s}_2 = a_1 e^{j\Phi_1} + a_2 e^{j\Phi_2}$

- Calculer le module au carré ( $z * z\_bar$ )
- Utiliser les formules d'Euler.

Montrer que :

$$|\underline{s}|^2 = a_1^2 + a_2^2 + 2a_1a_2 \cos\left(\frac{2\pi\delta}{\lambda}\right)$$

# Interférences constructives et destructives

---

Si les signaux sont en phase en M :

$$\Phi_1(M) = \Phi_2(M) \quad [2\pi]$$



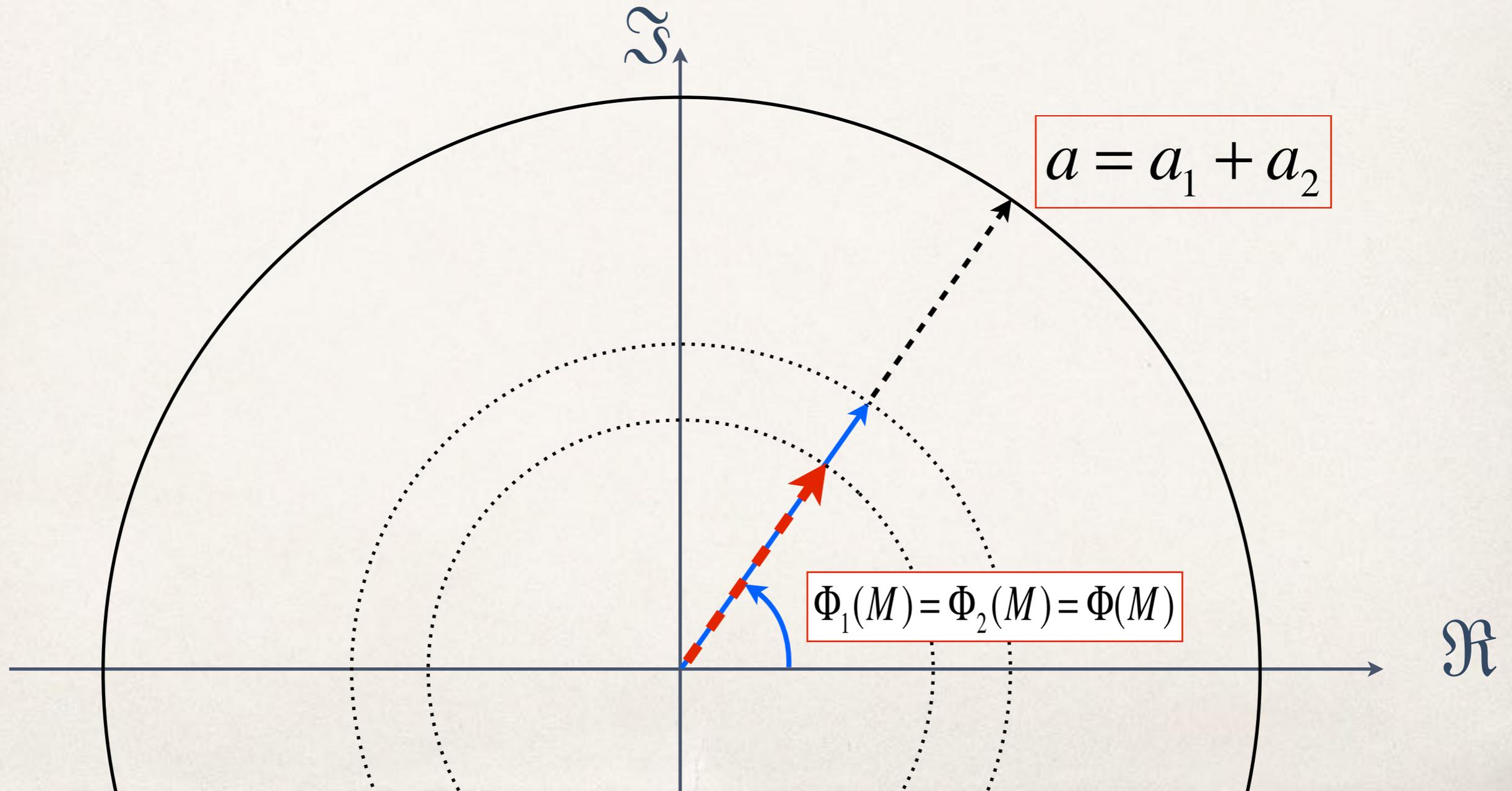
on ajoute leur amplitudes

**Montrer à l'aide du résultat précédent que :**

$$|s| = a_1 + a_2$$



— Obtenir la formule —



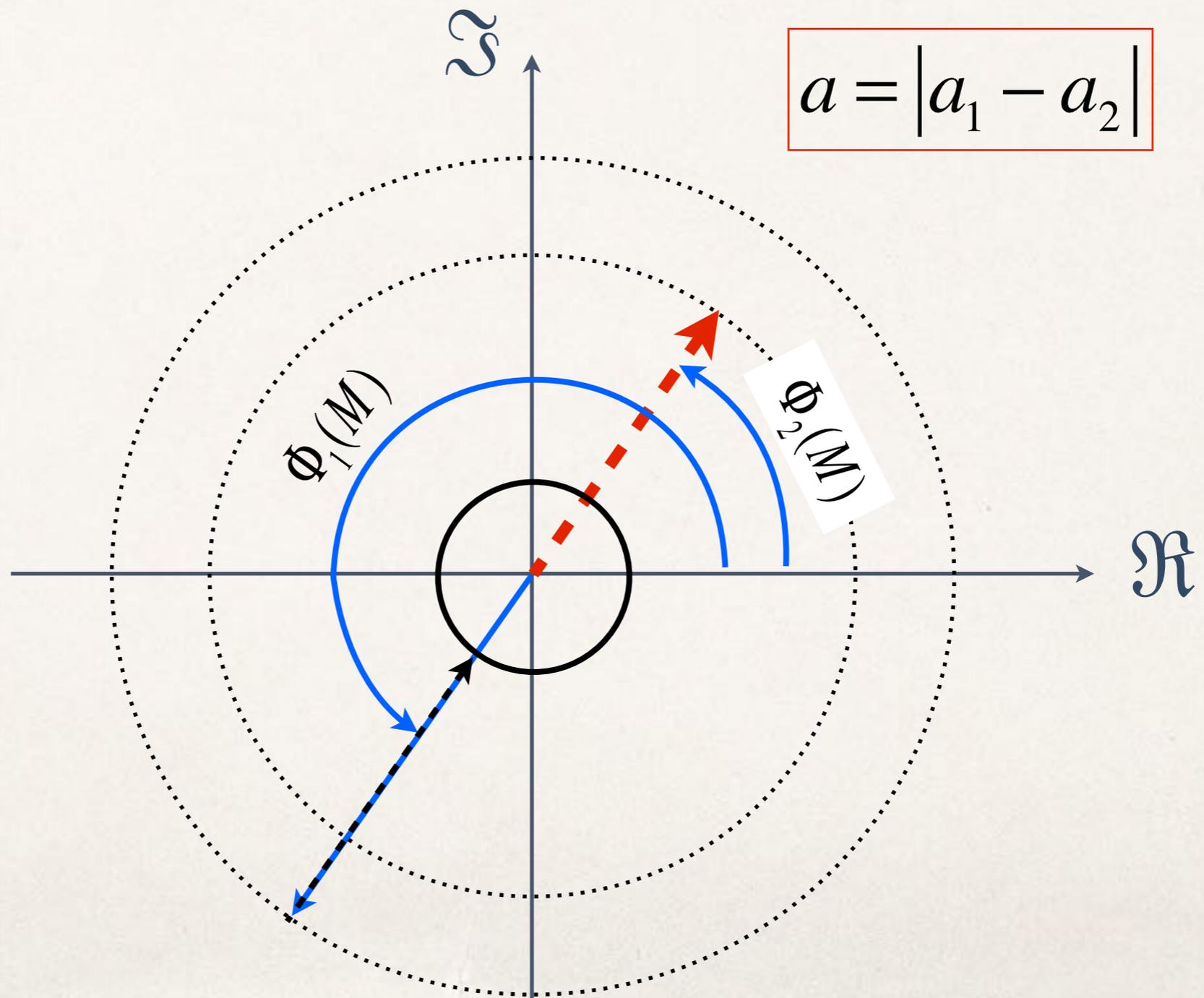
Si les signaux sont en opposition de phase en M :  $\Phi_1(M) = \Phi_2(M) \pm \pi \quad [2\pi]$

 on «retranche» leurs amplitudes

**Montrer à l'aide du résultat précédent que :**  $|\underline{s}| = |a_1 - a_2|$



— Obtenir la formule —

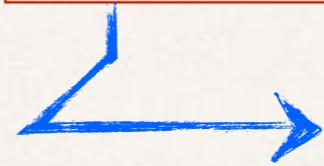


# Les lieux de l'interférence de deux émetteurs :

On définit le lieu d'une interférence (constructive / destructive / autre), comme l'ensemble des points pour lesquels la différence de marche  $\delta$  est fixée :

C'est l'ensemble des points pour lesquels on a :

$$E_2M - E_1M = p\lambda = C^{te}$$

 Hyperbole

C'est la définition géométrique d'une hyperbole dans le plan (Math)

# Ordre d'interférence $p$ :



- Interférences constructives :

$$\delta = p\lambda$$
$$p \in \mathbb{Z}$$

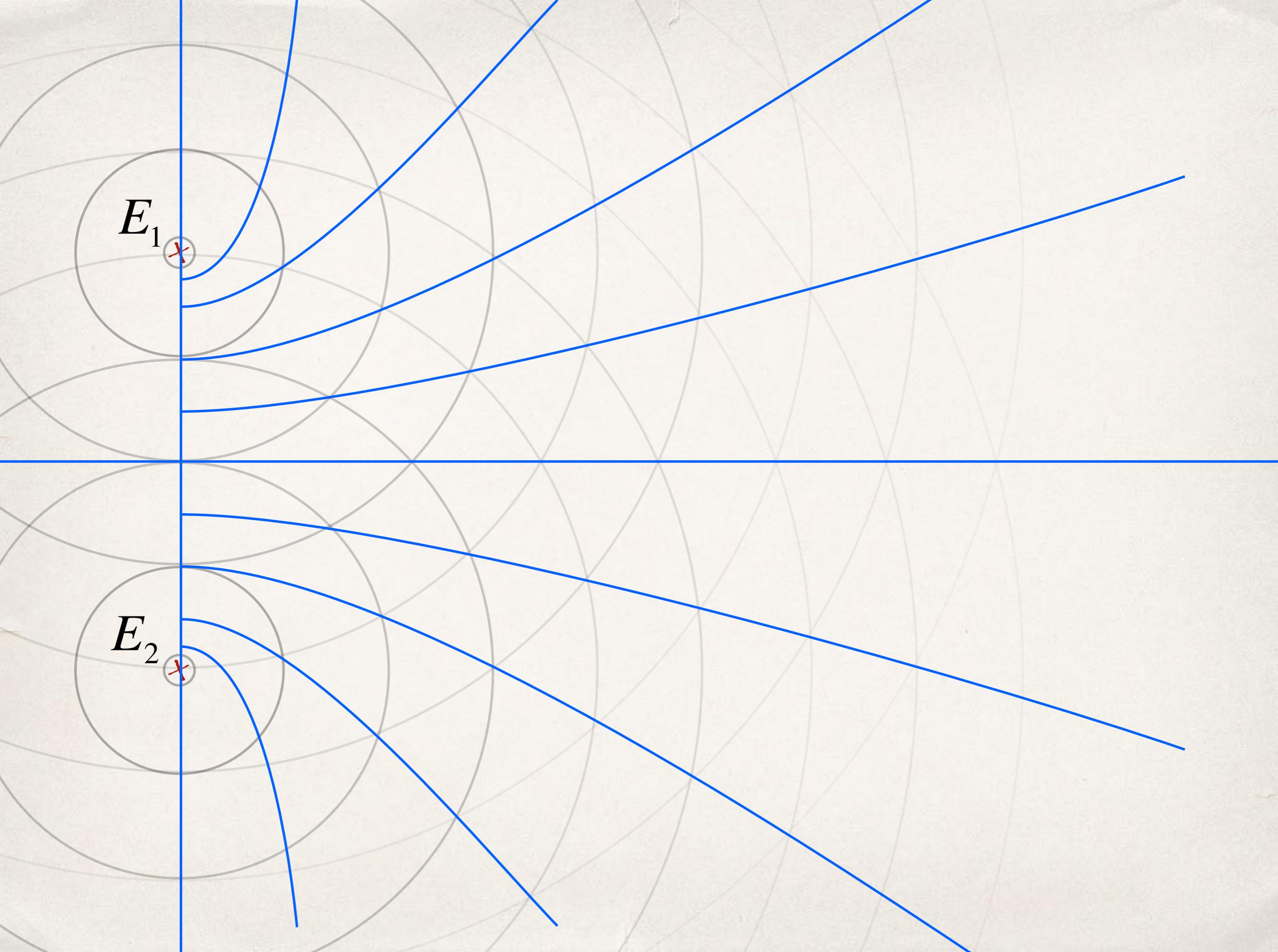
Nb. entier de longueur d'onde  
↳ Signaux en phase

- Interférences destructives :

$$\delta = p\lambda = \left(n + \frac{1}{2}\right)\lambda$$
$$n \in \mathbb{Z}$$

Nb. 1/2 entier de longueur d'onde  
↳ Signaux en opposition de phase

Il est généralement pratique d'exprimer la différence de marche en nombre de longueurs d'ondes.



$E_1$

$E_2$

En phase :  
amplitude maximale

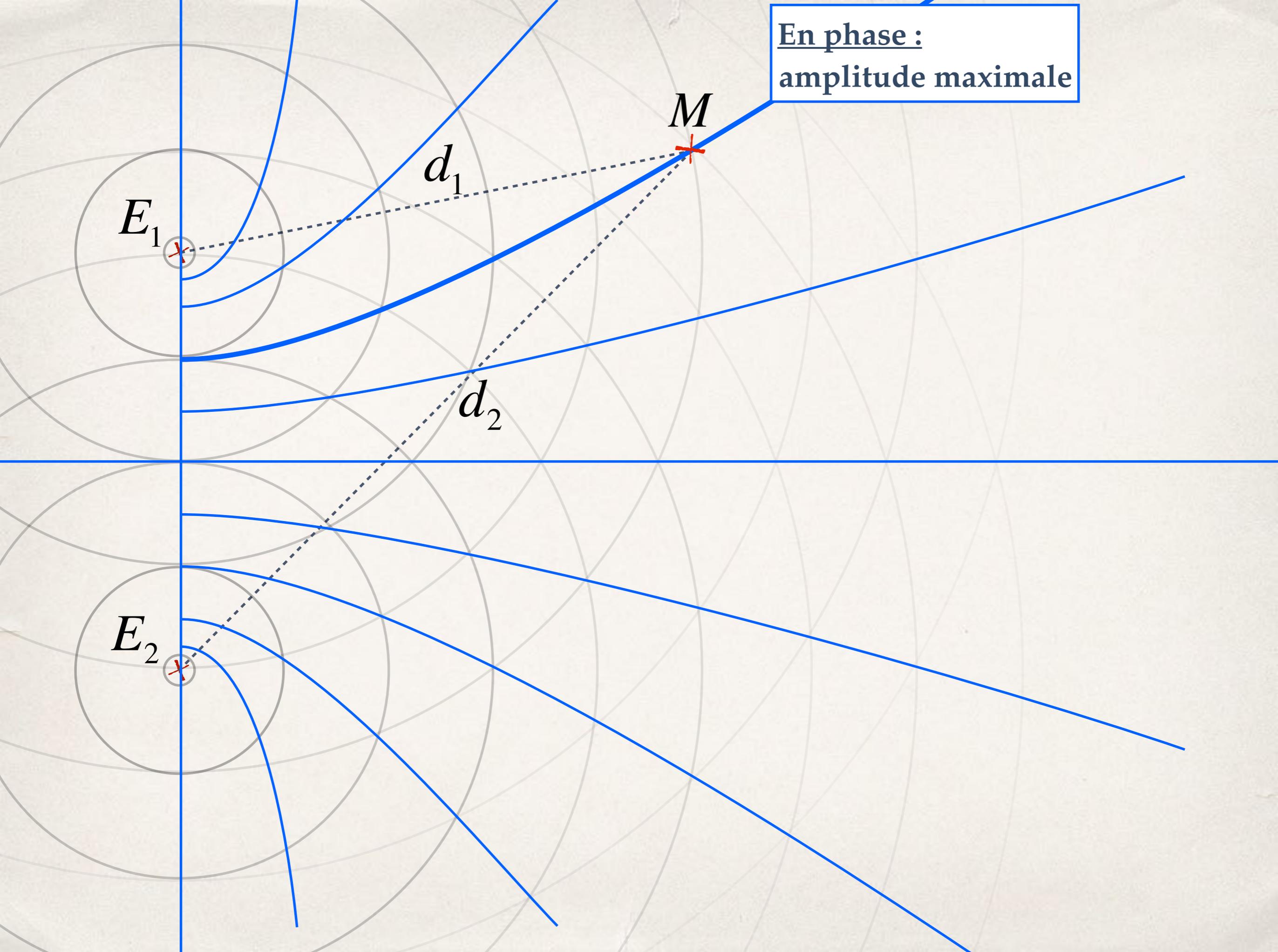
$M$

$d_1$

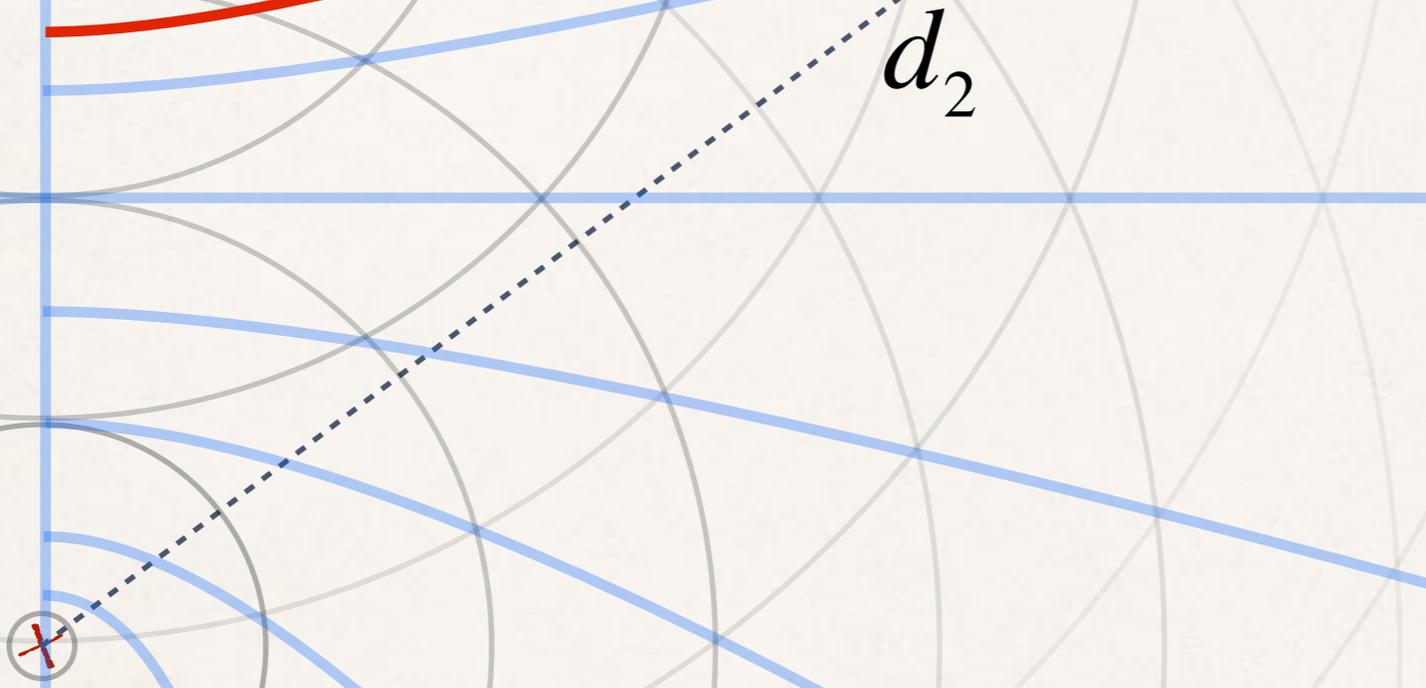
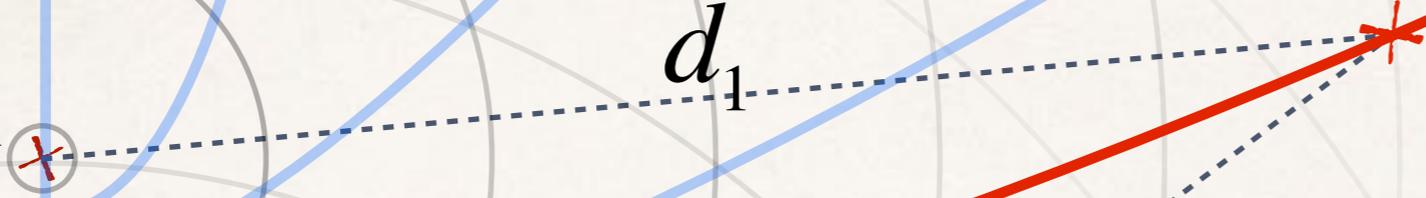
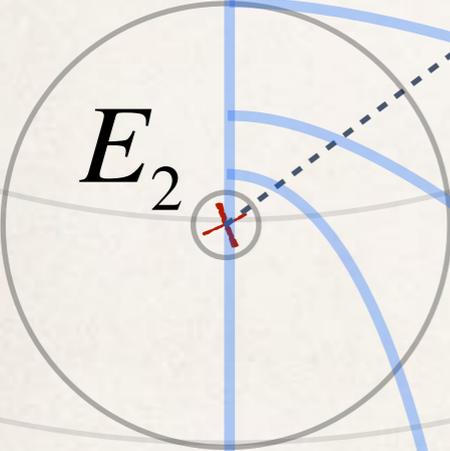
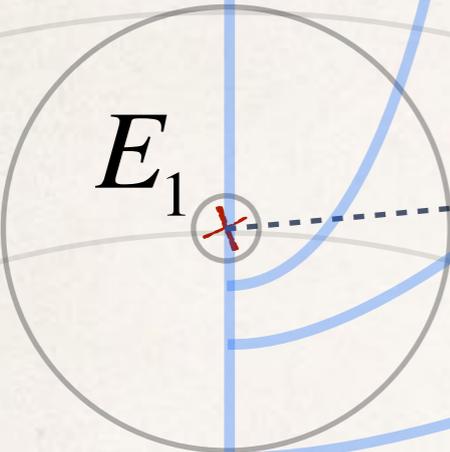
$E_1$

$d_2$

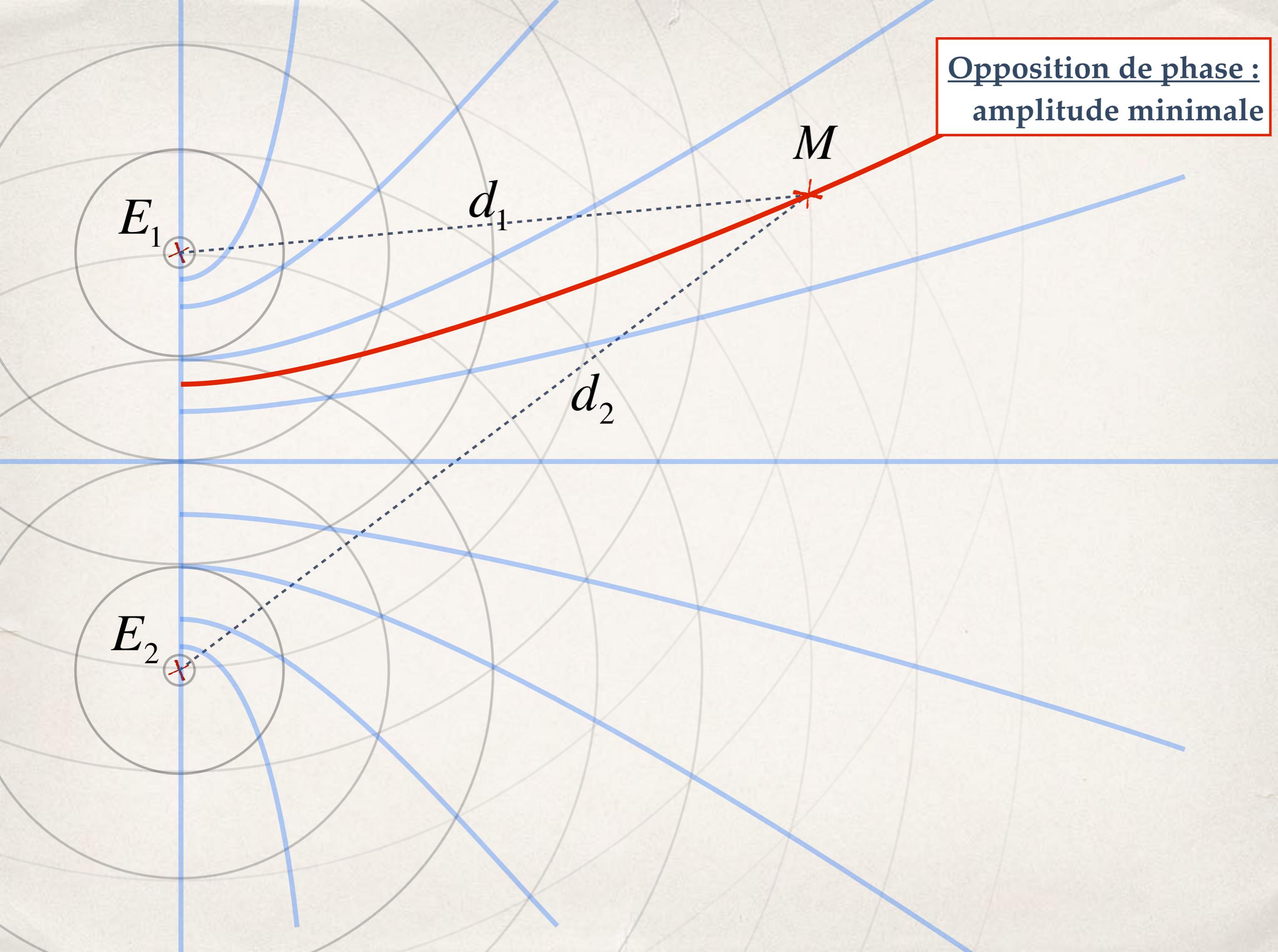
$E_2$



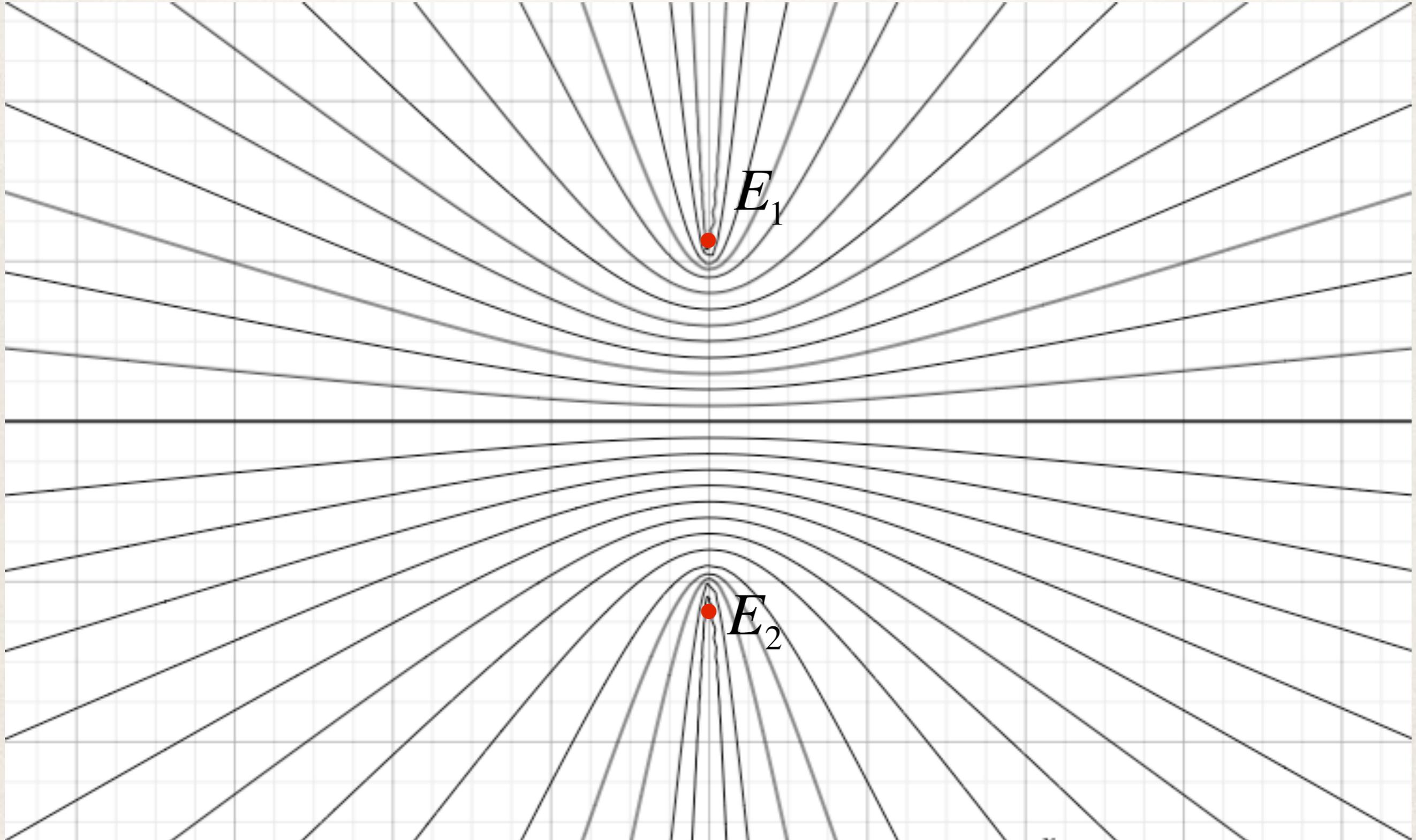
Opposition de phase :  
amplitude minimale



$M$



ERG : Exploitation d'une représentation graphique

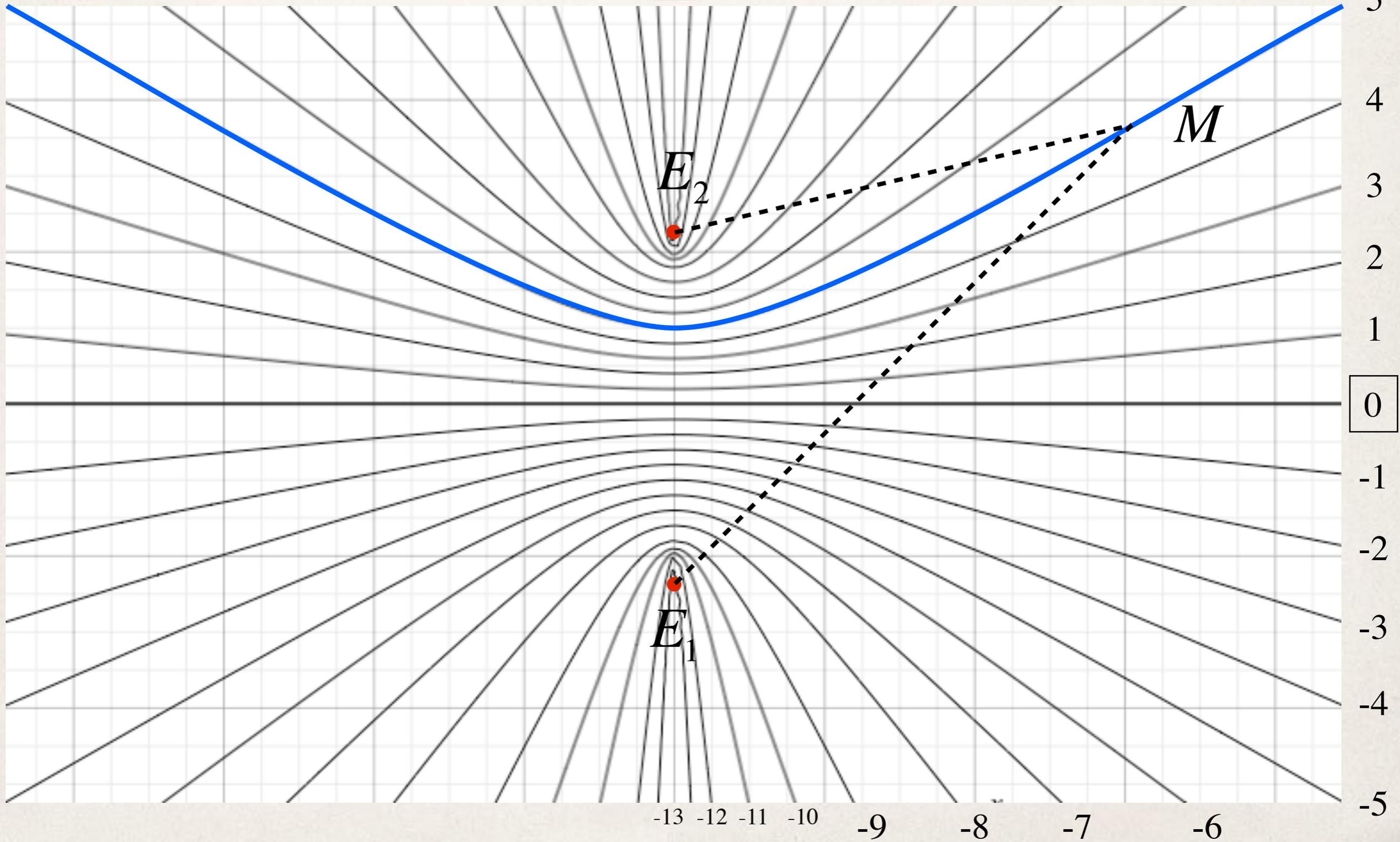


$P_{MAX}$



ATTENTION : on échange E1 et E2  
=> changement de signe de P

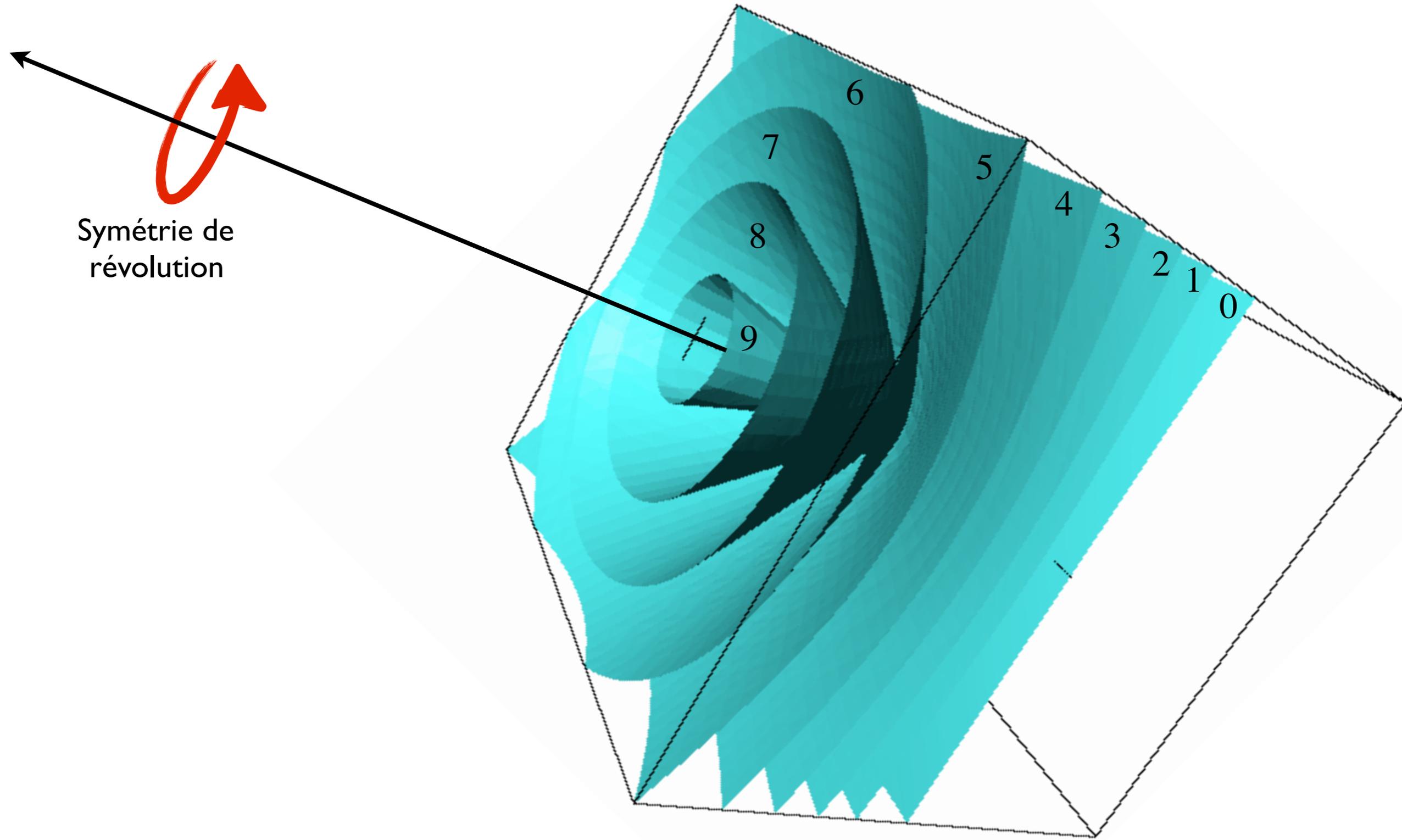
13 12 11 10 9 8 7 6



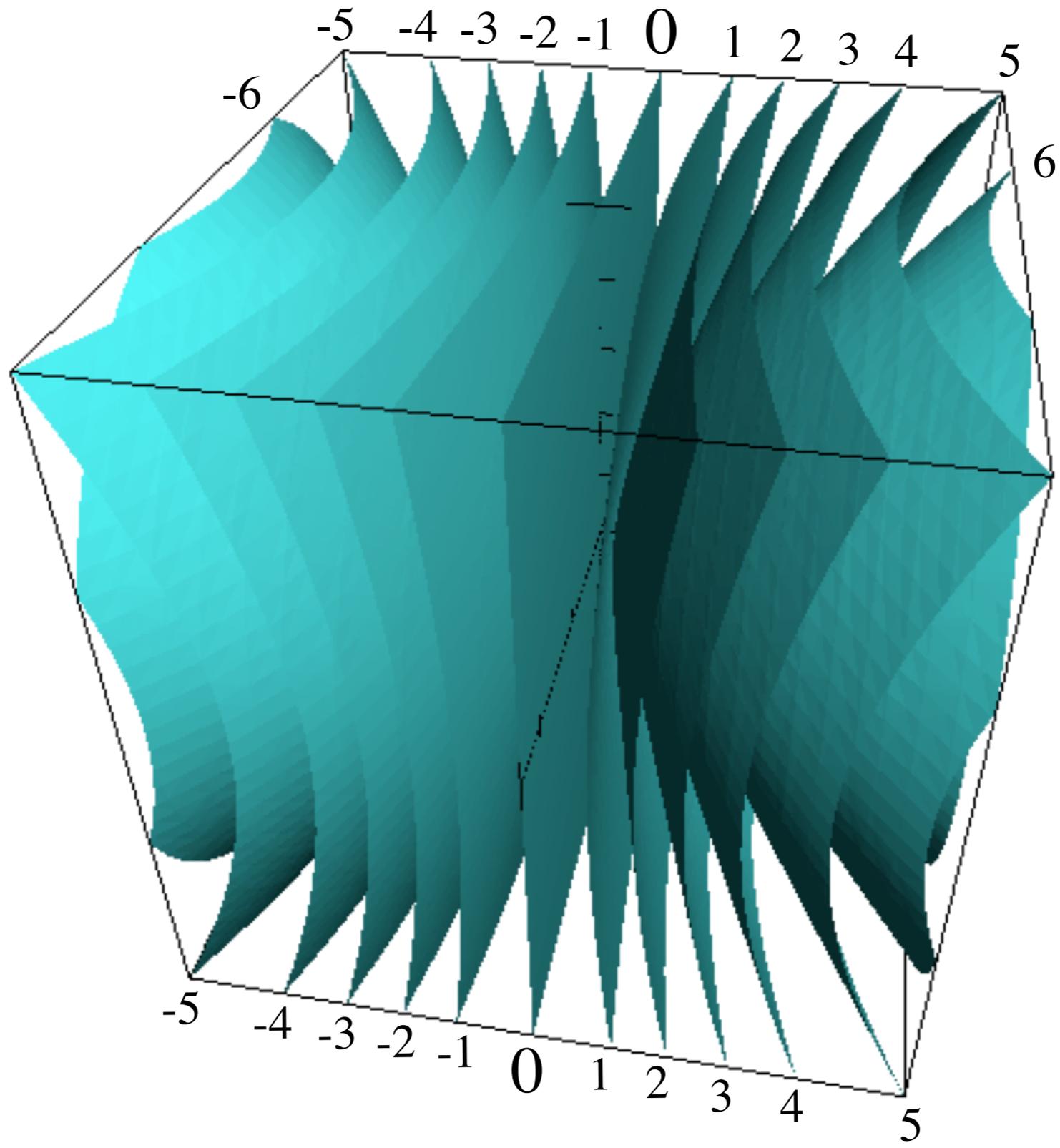
# Résolution de problème : Système de repérage - GPS

# Champ d'interférence dans tout l'espace :

3D



# Les ordres d'interférence :

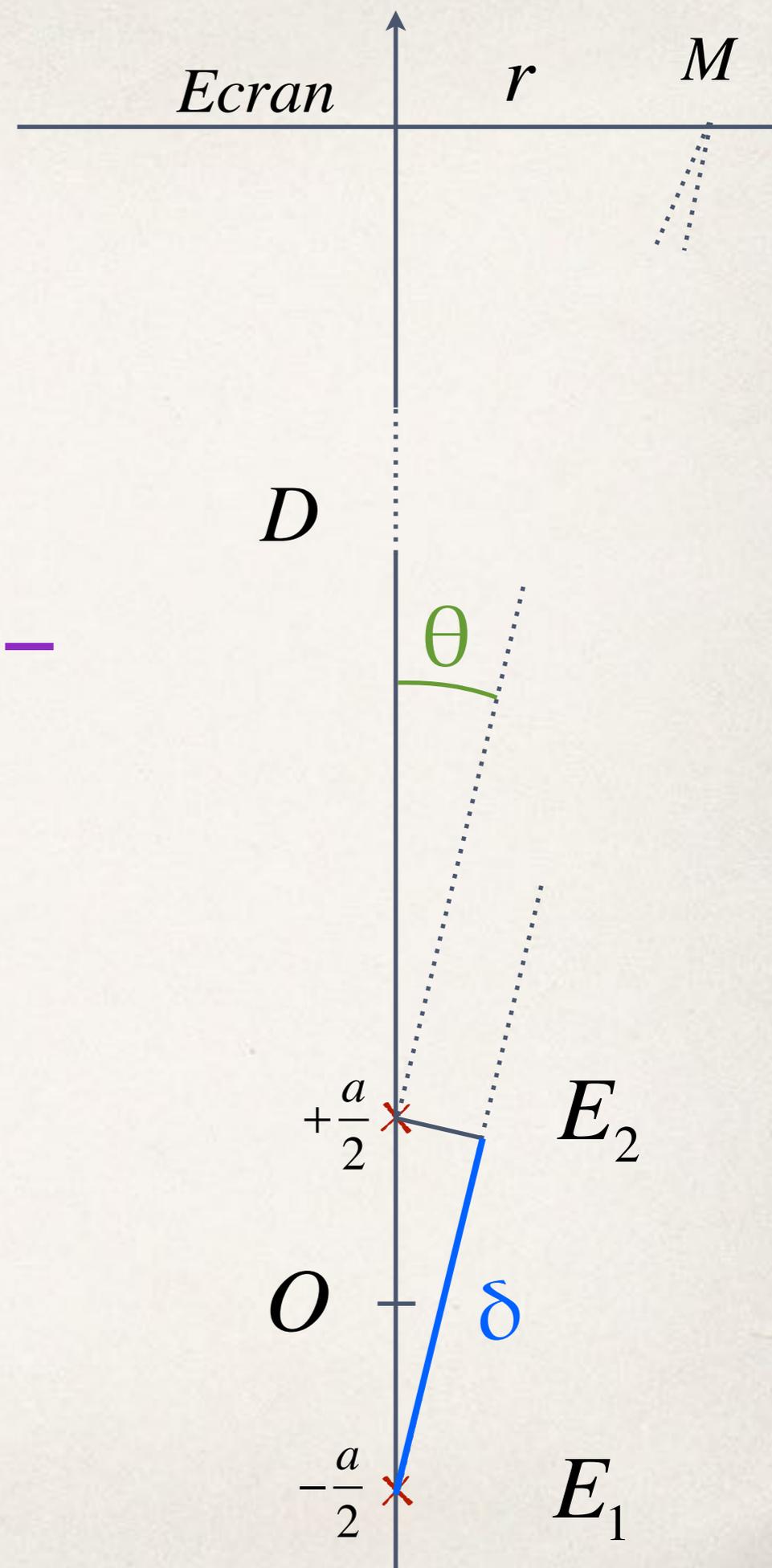


## Interférences dans l'axe des sources :

Hypothèse :  $D \gg a$

— Obtenir la différence de marche en M —  
(difficile)

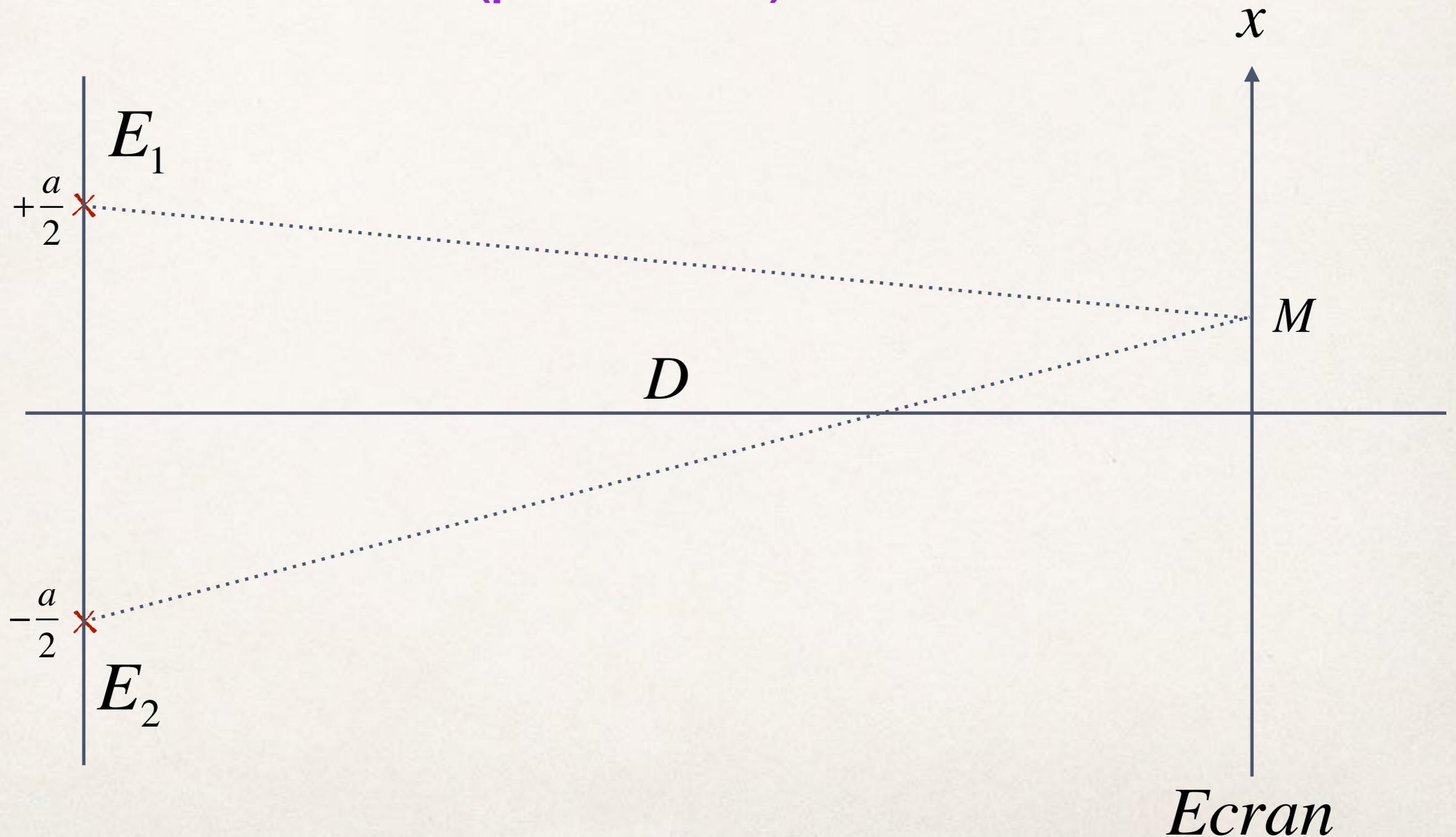
Ordre maximal :



# Interférences dans l'axe perpendiculaire aux sources :

Hypothèse :  $D \gg a$

— Obtenir la différence de marche en M —  
(plus difficile)



Intensité sur l'écran :

— **En classe** —

Question :

Comment évoluent anneaux et franges lorsque l'on écarte les deux sources et inversement ?