SP 2

Propagation d'un signal

Objectifs :

Etendre le formalisme étudié précédemment aux signaux physiques qui se propagent.

Les exemples sont nombreux et essentiels en télécommunication.

- Corde Vibrante
- Tuyaux sonores acoustique
- Ligne électrique transatlantique
- Guides d'ondes EM
- Emetteur/Récepteur radio & Radiotéléscope

1 - Exemples de signaux

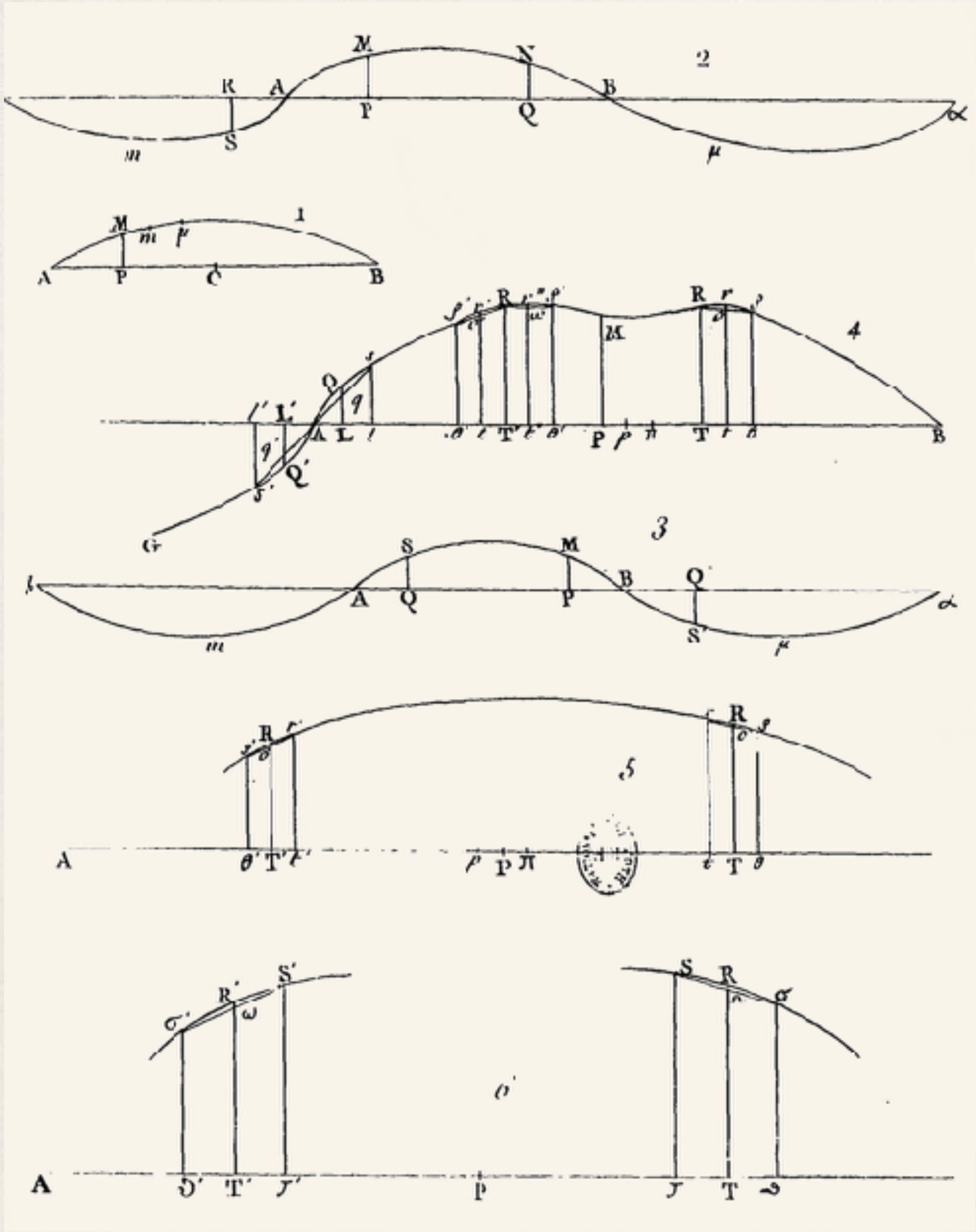
Tous les signaux ont en commun de se propager à travers un milieu, ils sont caractérisés par la célérité C de leur propagation.

Toutefois, les mécanismes de propagation peuvent être très différents ainsi que les ordres de grandeurs associés aux phénomènes.

Quelques exemples :

— En classe —

Vibration mécanique d'une corde :



Jean-le-Rond d'Alembert (1717-1783).

ODG : «Fréquences mécaniques»

Typiquement qq Hz

(parfois bcp. plus)

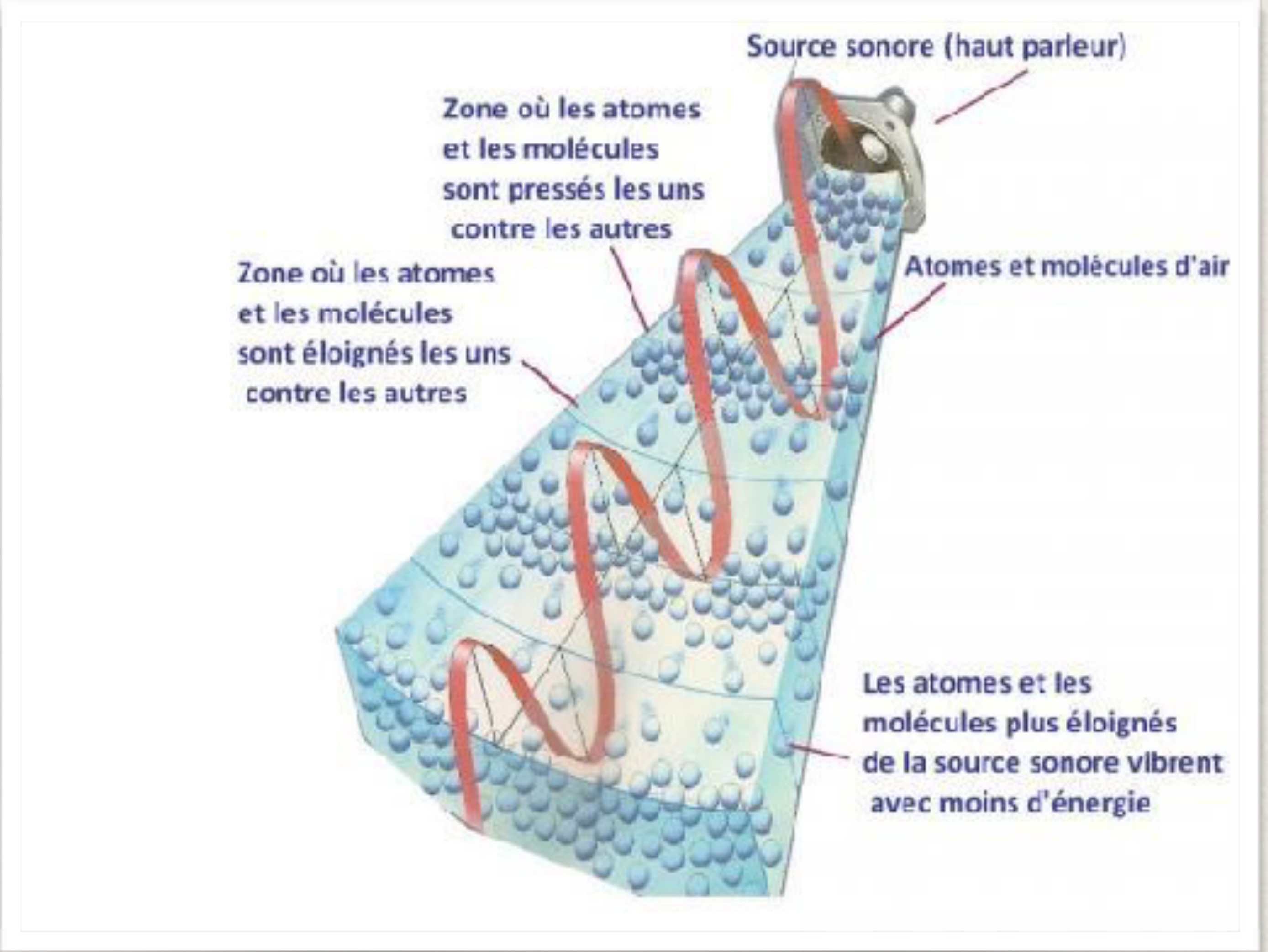
Ex Guitare :

$f \sim$ 10 Hz - 10 KHz

$c \sim 100$ m/s $\lambda < 1$m

Onde acoustique :

$$\boxed{c \simeq 350 ms^{-1}}$$



Onde de pression, de vitesse du gaz

$$1mm < \lambda < 100m$$

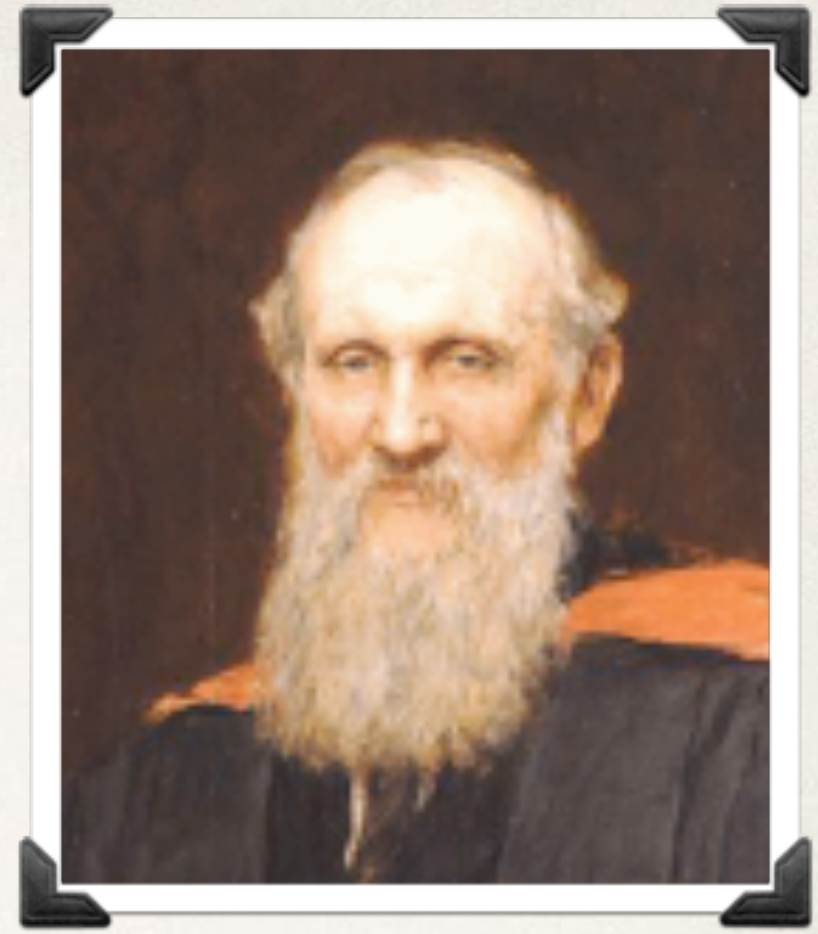
$$1Hz < f < 1MHz$$

Spectre audible par l'être humain : $20Hz < f < 20kHz$

La ligne électrique :

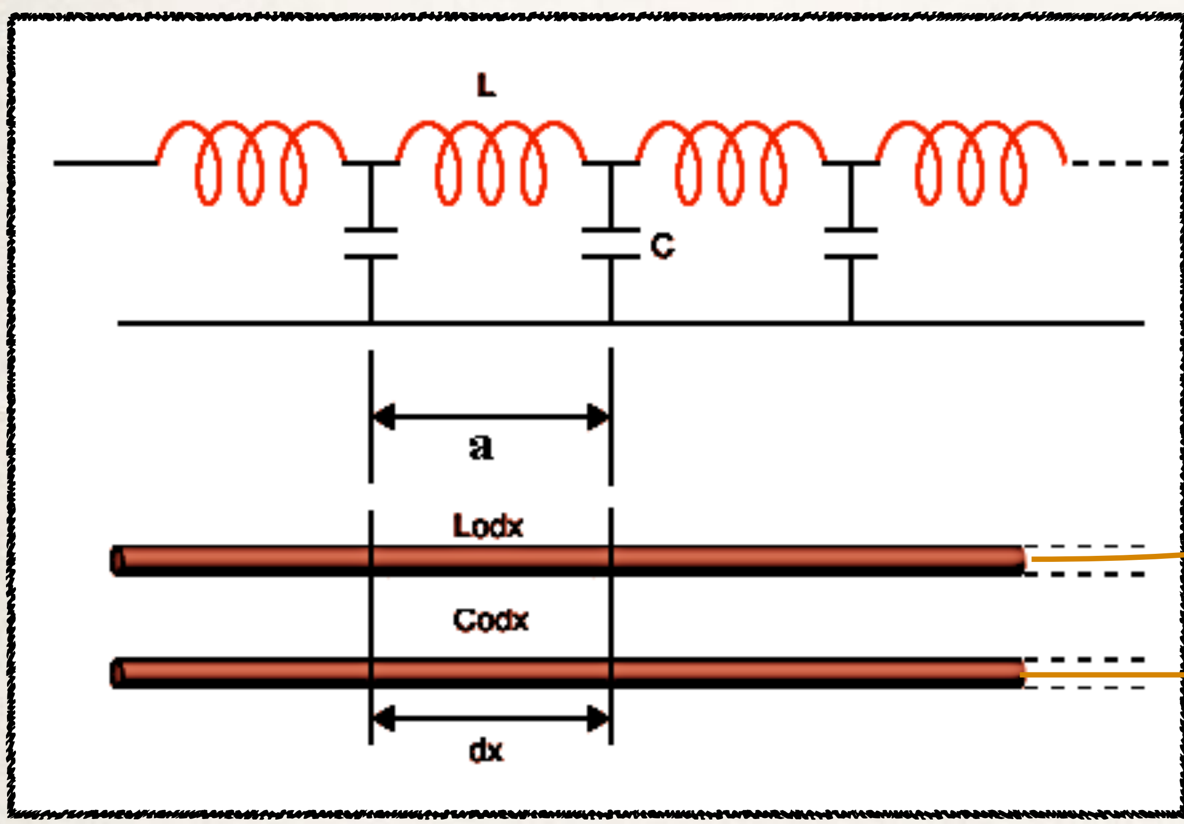
--> première connexion transatlantique
[ligne bifilaire]

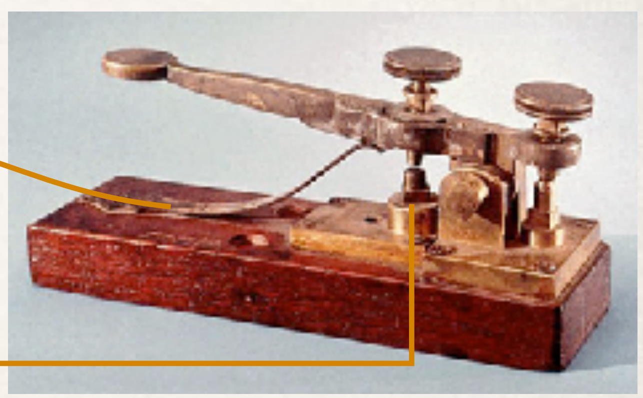
$$f < GHz$$



William Thomson

Lord Kelvin 1824- 1907





Rq : aujourd'hui coaxial

$$\boxed{c > 0.5 c_0}$$

Fraction de la vitesse de la lumière

Radio télescope :

Son principe est identique à celui d'un télescope optique à miroir, mais utilise des ondes radios : ODG

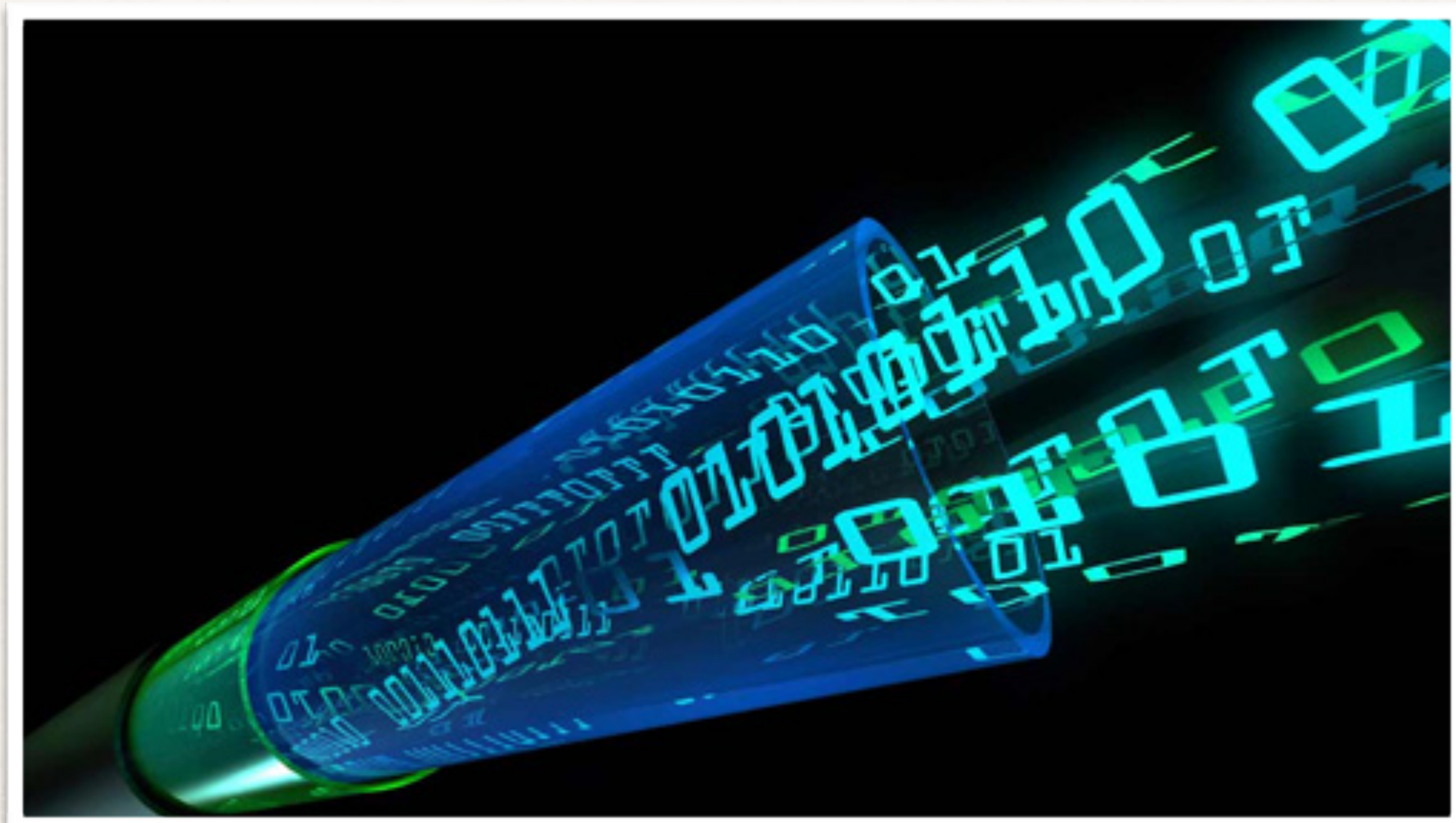
$$1mm < \lambda < 100\,km$$

$$1kHz < f < 100\,GHz$$

c = c_0 = vitesse de la lumière

Contre-exemple : fibre optique --> Rien à Voir (dans son principe de base)

[Numérique : 01100101010011011001110110110101]



2 - Ondes progressives

Par définition une onde progressive est un signal physique qui se propage de place en place, au cours du temps. Il s'agit donc ici :

- d'établir une relation simple entre la position et le temps de passage d'un élément du signal.

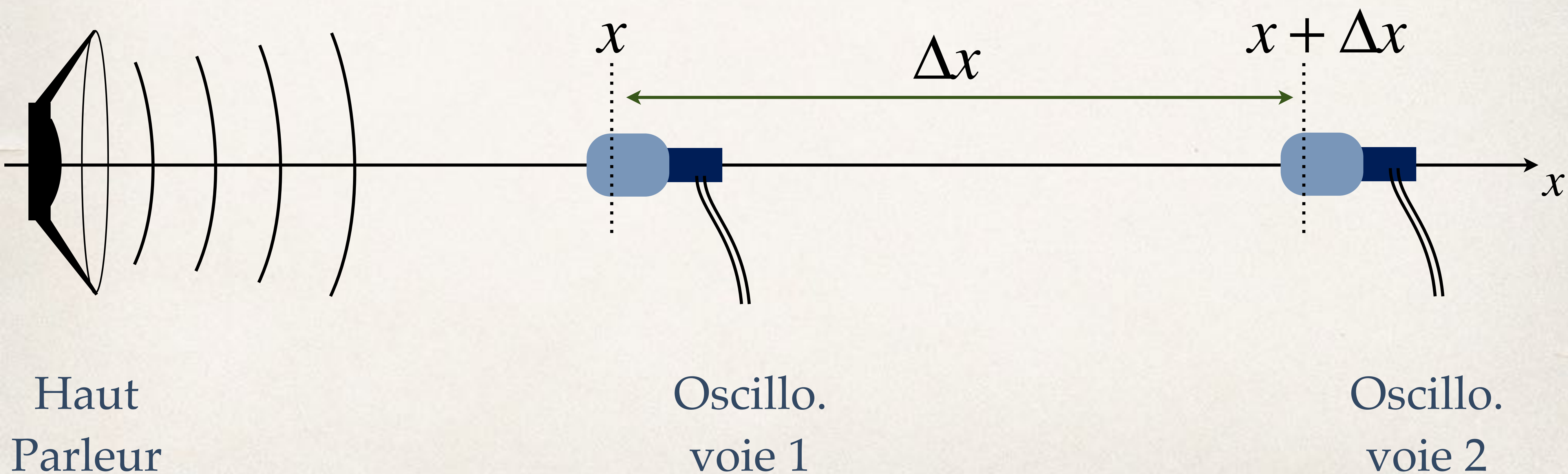
- de donner un formalisme simple pour décrire la propagation d'une onde. [qui sera démontrée en seconde année]

- de généraliser la notion de phase en tenant compte de ses composantes temporelle mais aussi spatiale

Expérience introductive :

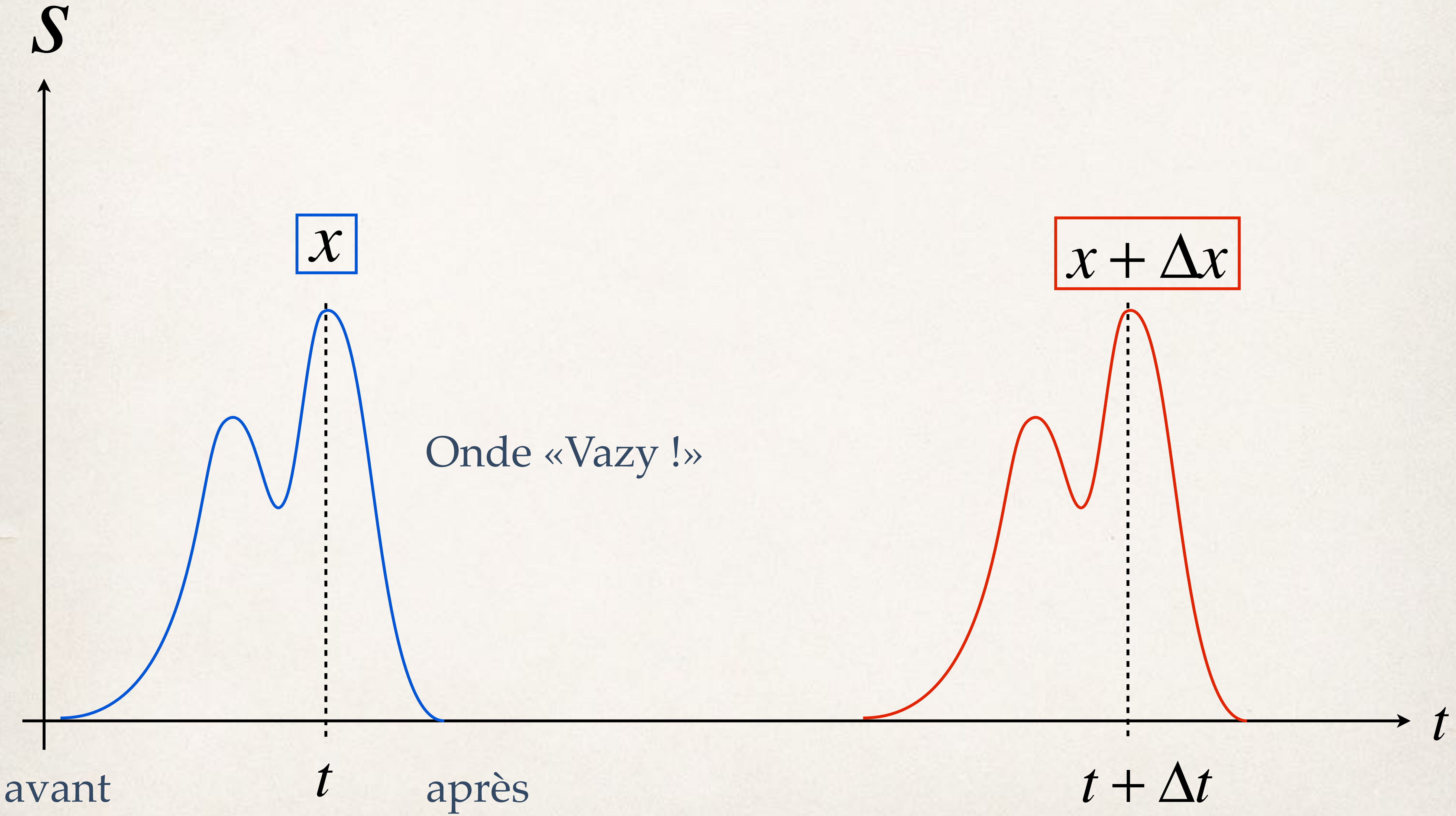
On envoie des ultra-sons vers deux micros séparés d'une distance Δx

On mesure les signaux électriques produits par ces deux micros.



Signaux sonores mesurés à l'oscilloscope en deux positions :

Les signaux n'arrivent pas en même temps aux deux micros

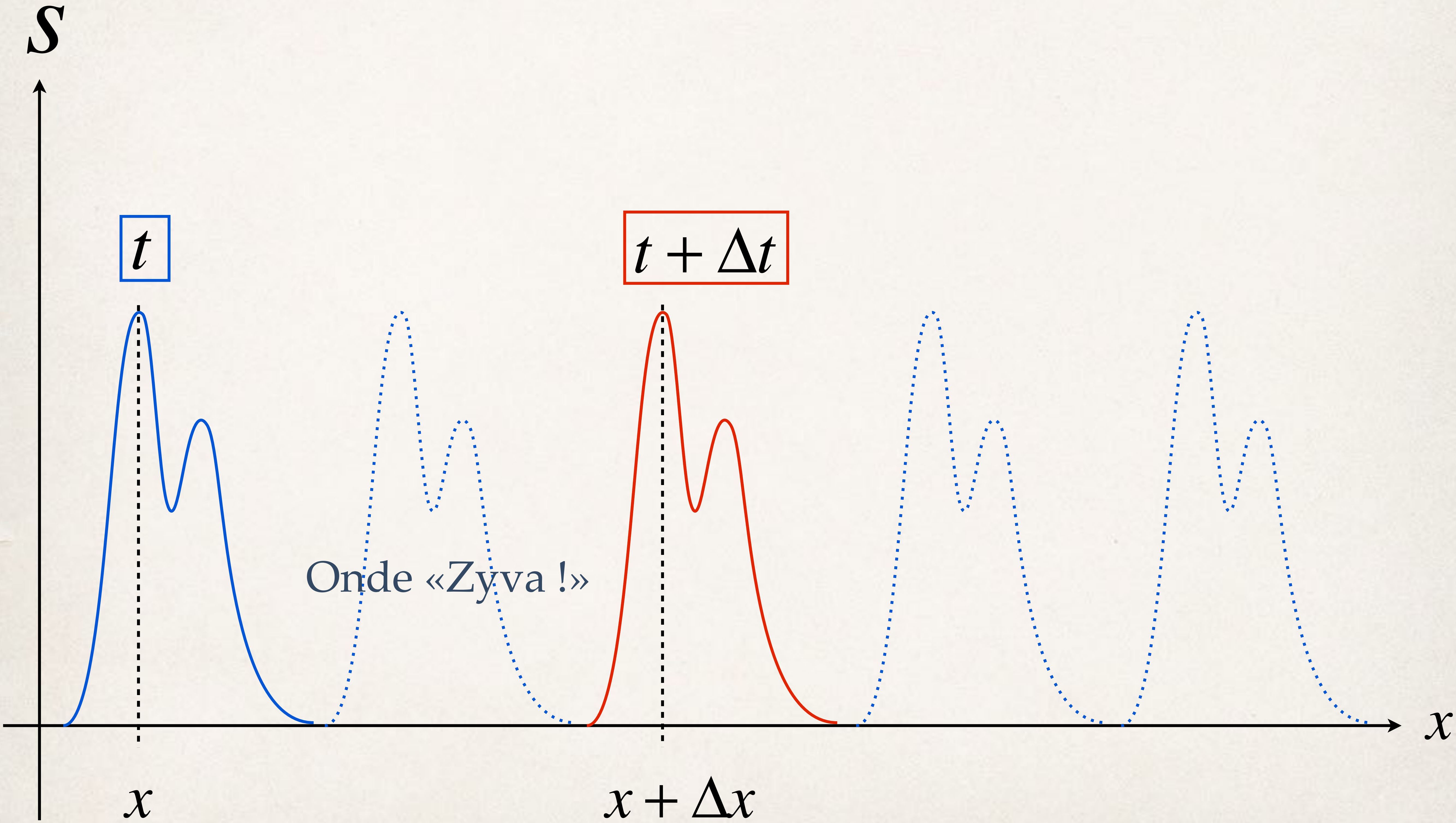


Conséquence : Mesure de la vitesse du son dans l'air cf-TP

— En classe —

Signaux sonores représentés en fonction de la position, à deux instants :

[onde de pression]

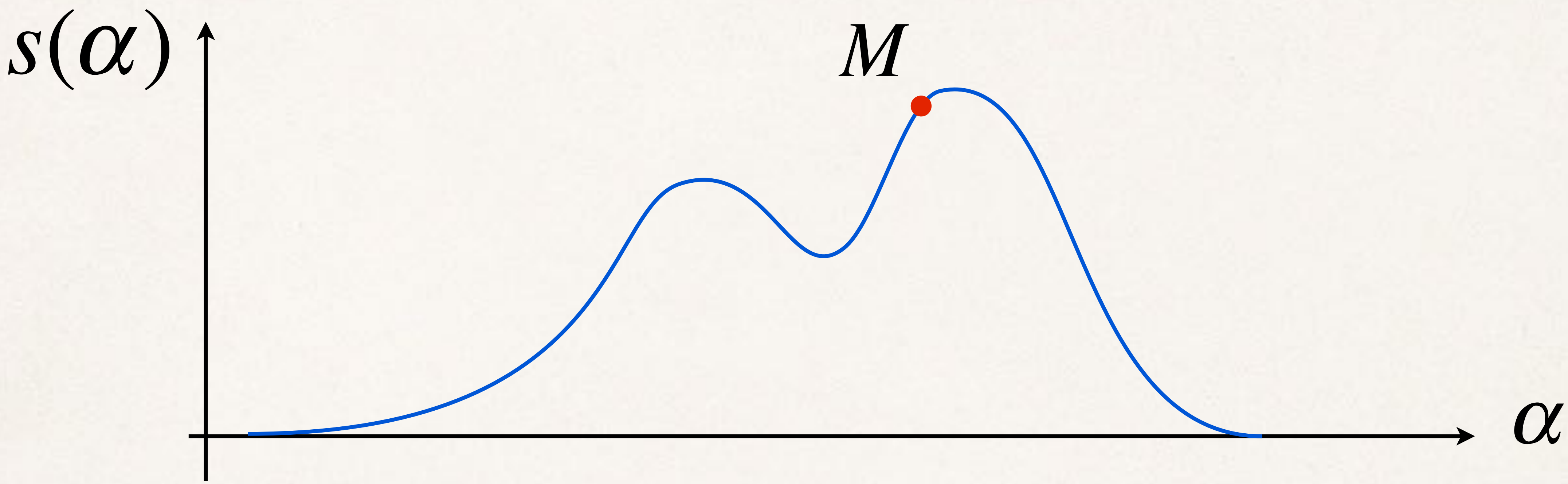


Expérience :

Propagation d’un signal dans un câble coaxial.

Modélisation du phénomène de propagation :

Soit α un paramètre d'évolution de notre signal :



α est une fonction de x (espace) et de t (temps), telle que le signal se déplace à vitesse constante :

$$\boxed{C = \frac{\Delta x}{\Delta t}}$$

Soit M un point fixe sur la courbe : à $t = t_0$ M est placé en $x_M = x_0$.

On peut envisager deux cas :

Cas d’un signal se propageant vers la droite :

Soit :

— En classe —

On choisira donc : comme paramètre pour notre signal !

Soit : $$\boxed{S_+(x,t) = f_+(t - \frac{x}{c})}$$

a. Exprimer la position x en fonction de c, t et du départ en x_0 à t_0
b. Montrer que t - x/c est une constante

Cas d'un signal se propageant vers la gauche :

Soit :

— En classe —

On choisira donc :

comme paramètre pour notre signal !

Soit : $\boxed{S(x,t) = f_{-}(t + \frac{x}{c})}$

Idem : mais vers la gauche

a. Exprimer la position x en fonction de c, t et du départ en x0 à t0
b. Montrer que t + x/c est une constante

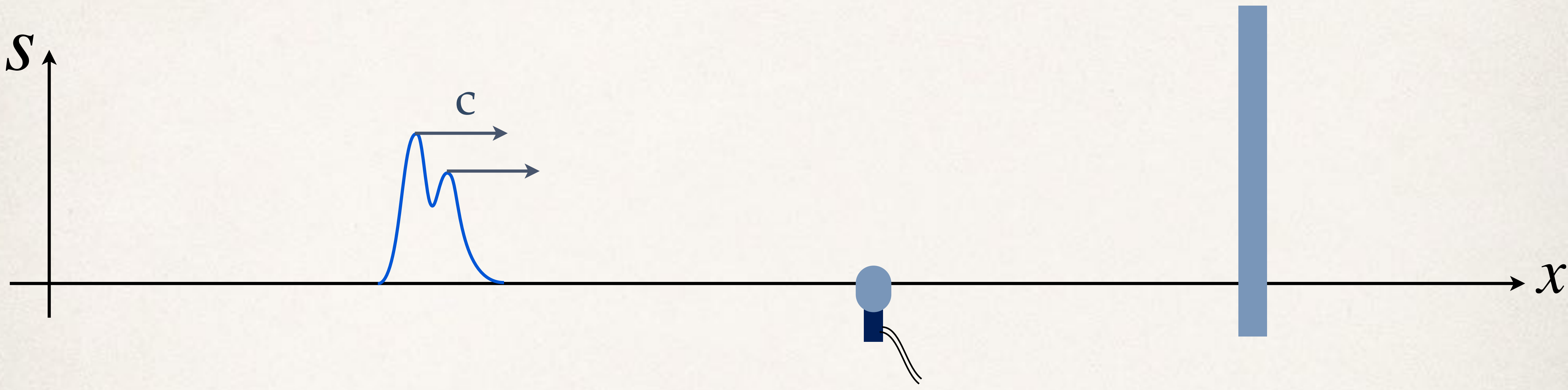
Le choix de S(.) permet plusieurs écritures : $\boxed{S_{\pm}(x,t) = f_{\pm}(\alpha_{\pm}) = g_{\pm}(\mp c\alpha_{\pm})}$

$$S_{+}(x,t) = f_{+}(t - \frac{x}{c}) \longleftrightarrow S_{+}(x,t) = g_{+}(x - ct)$$

$$S_{-}(x,t) = f_{-}(t + \frac{x}{c}) \longleftrightarrow S_{-}(x,t) = g_{-}(x + ct)$$

Application : Réflexion d'une onde sur un mur

On envoie une onde acoustique vers un mur :



Représenter le signal pour différents instants, avant et après réflexion.
Représenter le signal enregistré par le micro en fonction du temps.

— A chercher —

2 - Caractérisation d’un signal sinusoïdal

— En classe —

Motivation :

Tout signal périodique se décompose de manière unique en une somme de signaux sinusoïdaux.

On considère un signal sinusoïdal de pulsation ω :

Onde harmonique
(1 seule fréquence)

On se place à x = 0 : on veut donc $S(0,t) = a\cos(\omega t + \varphi)$

ω : pulsation de l’onde
[c-à-d fréquence en rad/s]

Soit $S(\alpha) = a\cos(\omega\alpha + \varphi)$

Cas général :

Selon les x croissants :

— En classe —

O2R

k : vecteur d'onde
[c-à-d sa fréquence spatiale

relation de «dipersion» :

$$\boxed{\omega = kc}$$

RPB

Selon les x décroissants :

O2R

La phase généralisée dépend donc à la fois du temps t et de l'espace x :

$$\boxed{\Phi_{\pm}(x,t) = \omega t \mp kx + \varphi}$$ O2R

On peut toujours choisir l'origine des temps et du repère pour que :

$t = 0$ et $x = 0$ lorsque le signal est maximum : $\Phi = 0$

Soit : $\boxed{\Phi_{\pm}(x,t) = \omega t \mp kx}$

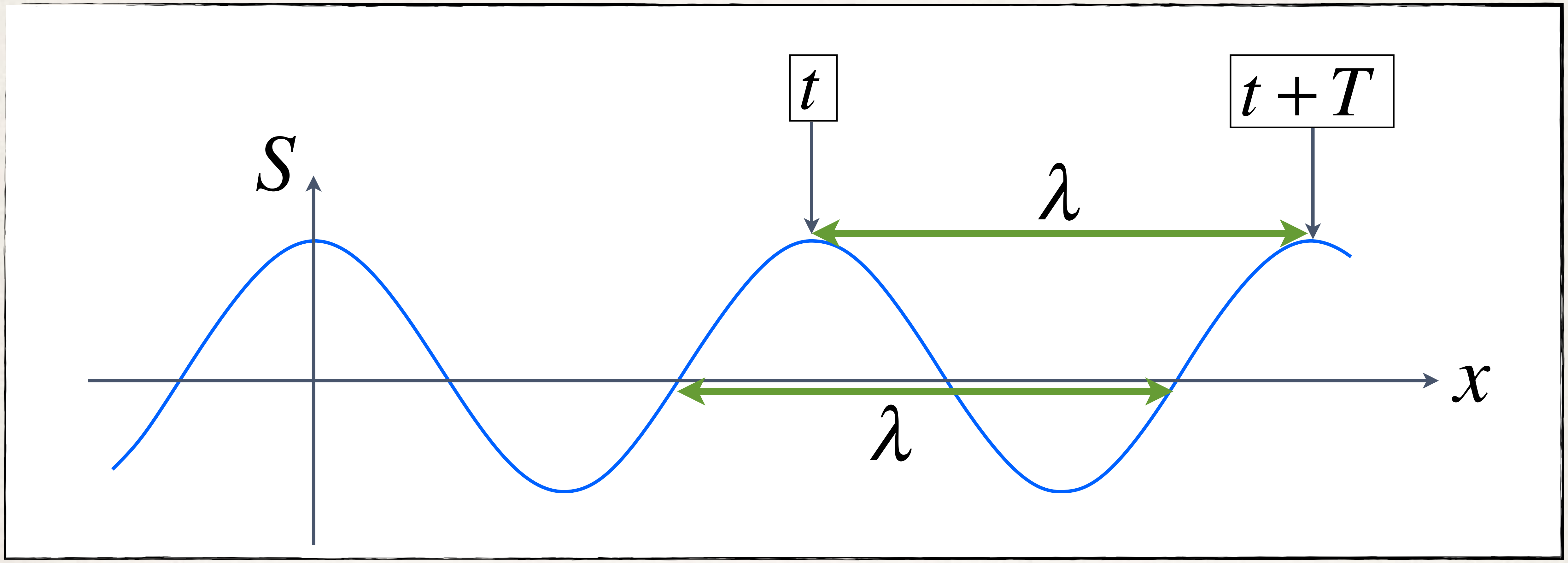
Phase à l'origine : φ

Ce choix n'est possible que pour un unique signal dit signal de référence.
Tous les autres seront donc éventuellement déphasés par rapport au premier.

On appelle φ la phase à l'origine.

Propagation non dispersive :

$$\boxed{\omega = kc}$$ RPB



Pendant une durée T le maximum parcours une distance λ :

— a chercher —

Vitesse de l'onde :

$$\boxed{c = \frac{\lambda}{T}}$$ RPB