INFORMATIQUE

REVISIONS
Euler explicite

TD : Fibre Optique

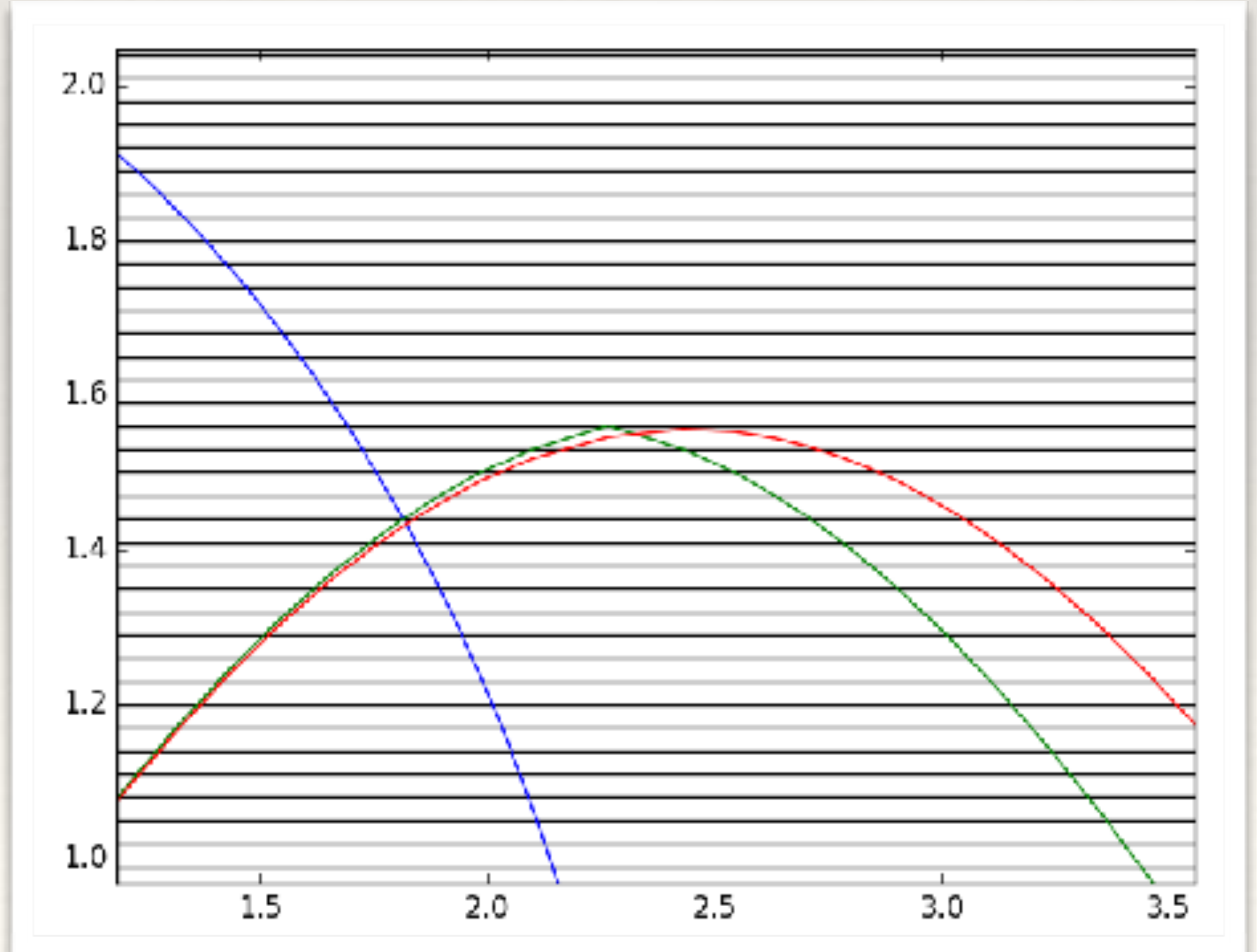
Milieu optique d'indice variable

Nous allons étudier deux méthodes pour simuler la propagation de la lumière dans les milieux d'indice variable tel que l'atmosphère (mirage) ou la fibre optique.

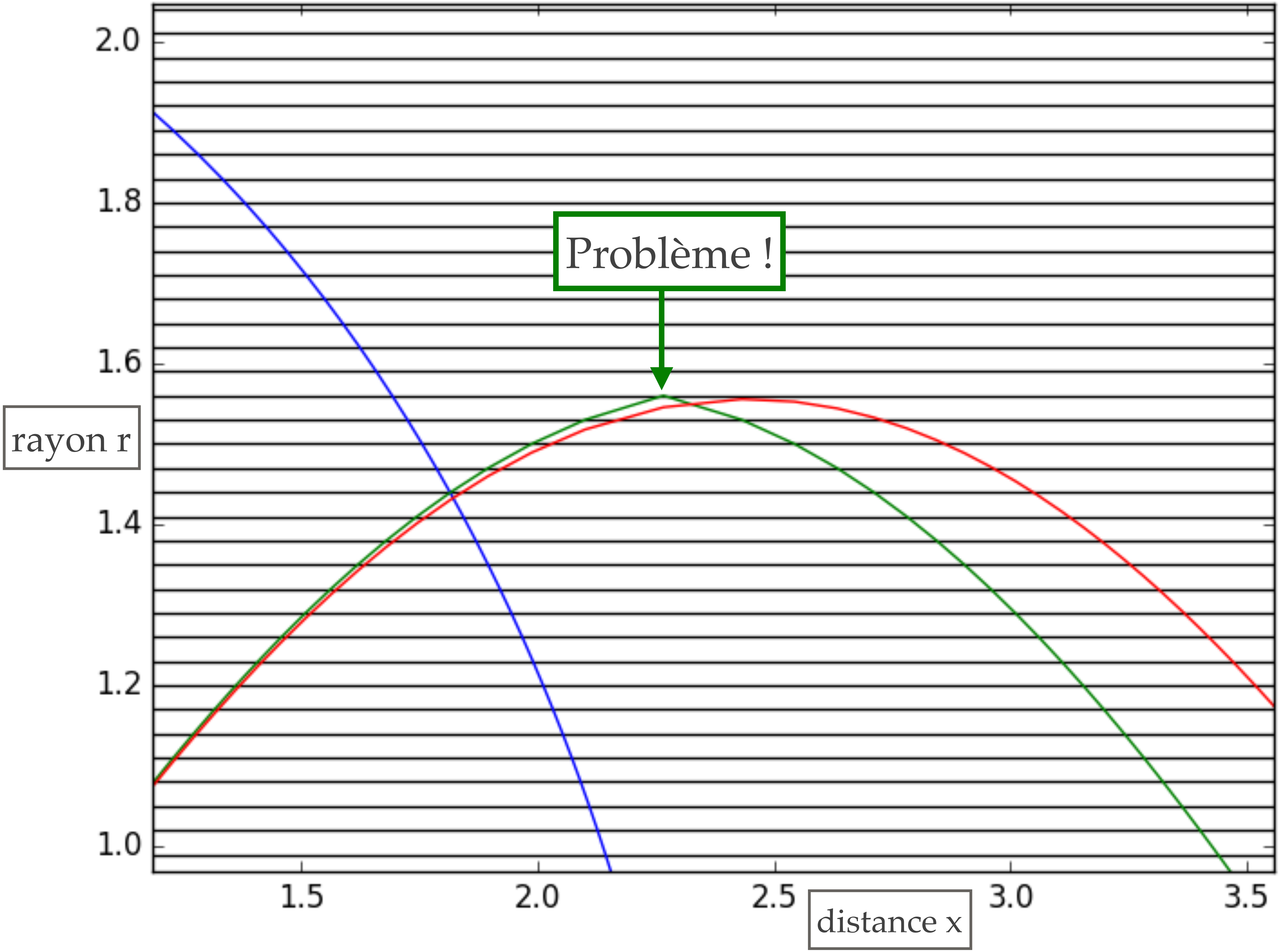
1 - La première méthode est très intuitive :
Elle consiste simplement à découper le plan en strates successives d'indice fixé. On utilise alors les lois de Descartes pour la réfraction et on doit tester la réflexion totale.

Problème : Ce n'est pas si simple à implémenter proprement !

- Est-ce que la lumière monte ou descend à travers les strates ?
- Il faut tester une éventuelle réflexion totale entre deux strates.
- La question de la convergence numérique se pose très vite. Il faut donc beaucoup de strates.
- Il faudrait énormément de résolution juste pour gérer une réflexion !!!



Indice optique



2 - La seconde méthode s'appuie sur le principe de Fermat

Si un rayon va d'un point A jusqu'à un point B, la distance optique parcourue est la plus courte possible.

Cette méthode est beaucoup plus abstraite mais lève le problème de la réflexion !

Soit la distance optique de A vers B : $L = \int_{\Gamma_{AB}} n(s)ds$ celle-ci doit être minimale

L'équation gouvernant le rayon s'obtient à l'aide d'un «**principe variationnel**» qui donne la solution optimale :

$$\boxed{\frac{d}{ds}\left(n\vec{u}\right) = \vec{\nabla}(n)}$$

Admis

Où u est un vecteur unitaire tangent au rayon à chaque instant.

Rq : la loi d'indice n(r) est supposée connue et l'abscisse curviligne « s » joue ici le rôle du temps.

Montrer à l'aide de cette relation générale où n(r) est connue que l'on peut mettre en place une méthode d'Euler pour reconstruire pas à pas la trajectoire du rayon.

Bien comprendre qu'on a juste besoin de trouver $d\vec{u}$ à chaque pas de longueur **ds** fixée. Autrement dit on veut savoir comment tourne le rayon !

Pour se convaincre de la validité de cette loi et la comprendre :

- Représenter schématiquement le trajet du rayon dans un gradient d'indice.
- Que se passe t-il si l'indice est constant ?
- Projeter l'équation selon l'axe z sachant que le gradient est radial.

On donne les lois d'indice suivantes, paramétrées par α :

$$\boxed{n(r) = n_1\sqrt{1 - 2\Delta\left(\frac{r}{a}\right)^{\alpha}}}$$

n1 est l'indice au centre.
n2 un indice constant lorsque n > a.
En déduire l'expression de Δ en fonction de n1.

- Tracer les lois n(r) dans les cas $\alpha = 0$, $\alpha = 1$ et $\alpha = 2$
- Calculer les gradients dans chaque cas.

Poser proprement la méthode d'Euler dans chaque cas.

On donne la trajectoire théorique dans le cas « quadratique » :

$$\boxed{r(z) = A_0 \sin\left(\frac{\sqrt{2\kappa}}{a\cos(\alpha_0)} z\right)}$$

avec

$$A_0 = \frac{a\sin(\alpha_0)}{\sqrt{2\kappa}}$$

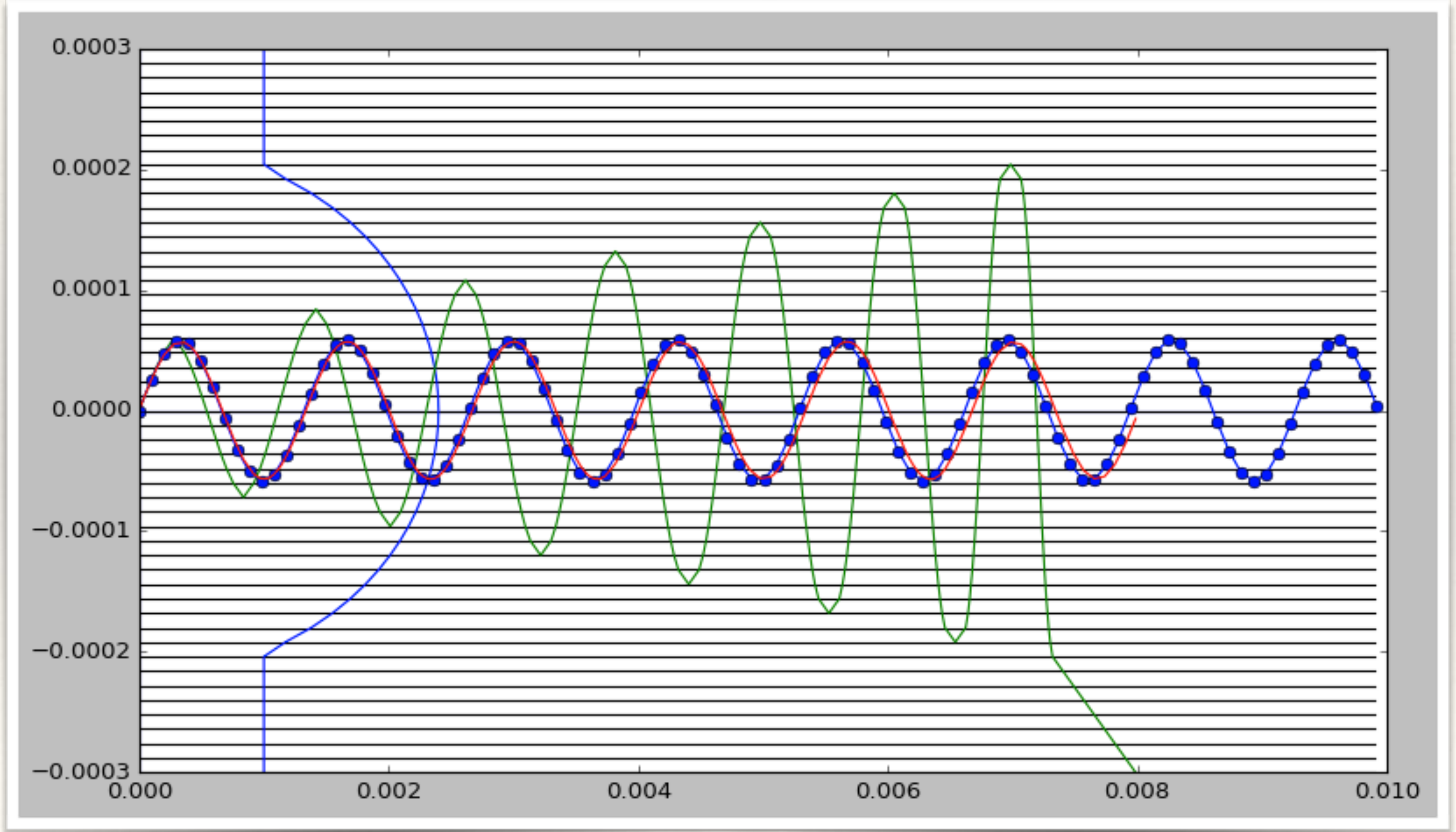
$$\kappa = \frac{N_{\max}^2 - N_{\min}^2}{2N_{\max}^2}$$

Rq : Le programme proposé traite le cas n = 2

Comparaison des deux méthodes :

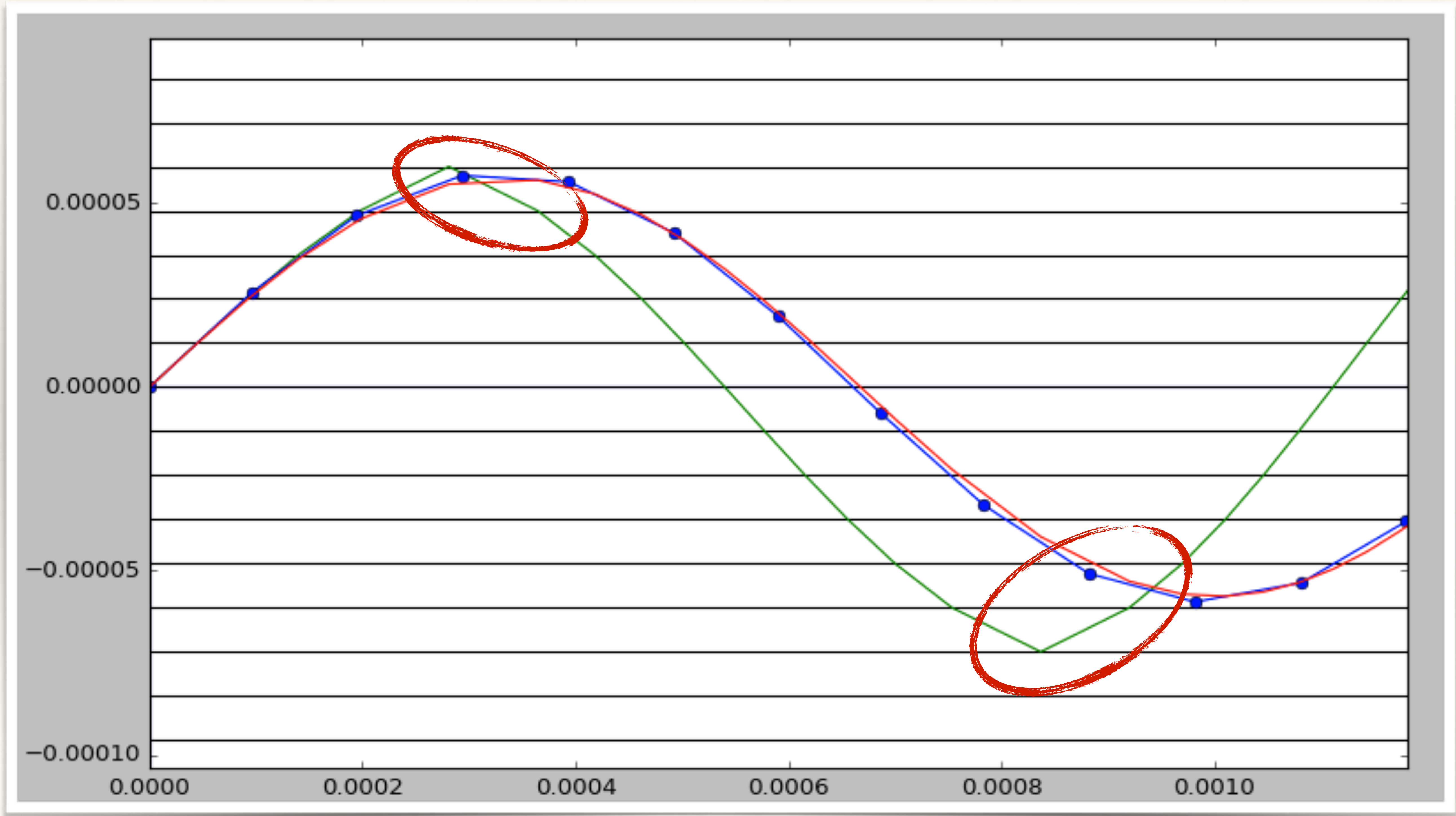
- La méthode en strate diverge rapidement avec pourtant deux fois plus de points qu'Euler.

- La méthode est stable même avec peu de points mais on observe une longueur d'onde plus courte.



- Le talon d'Achille de la méthode en strate est que la réflexion totale est très mal modélisée

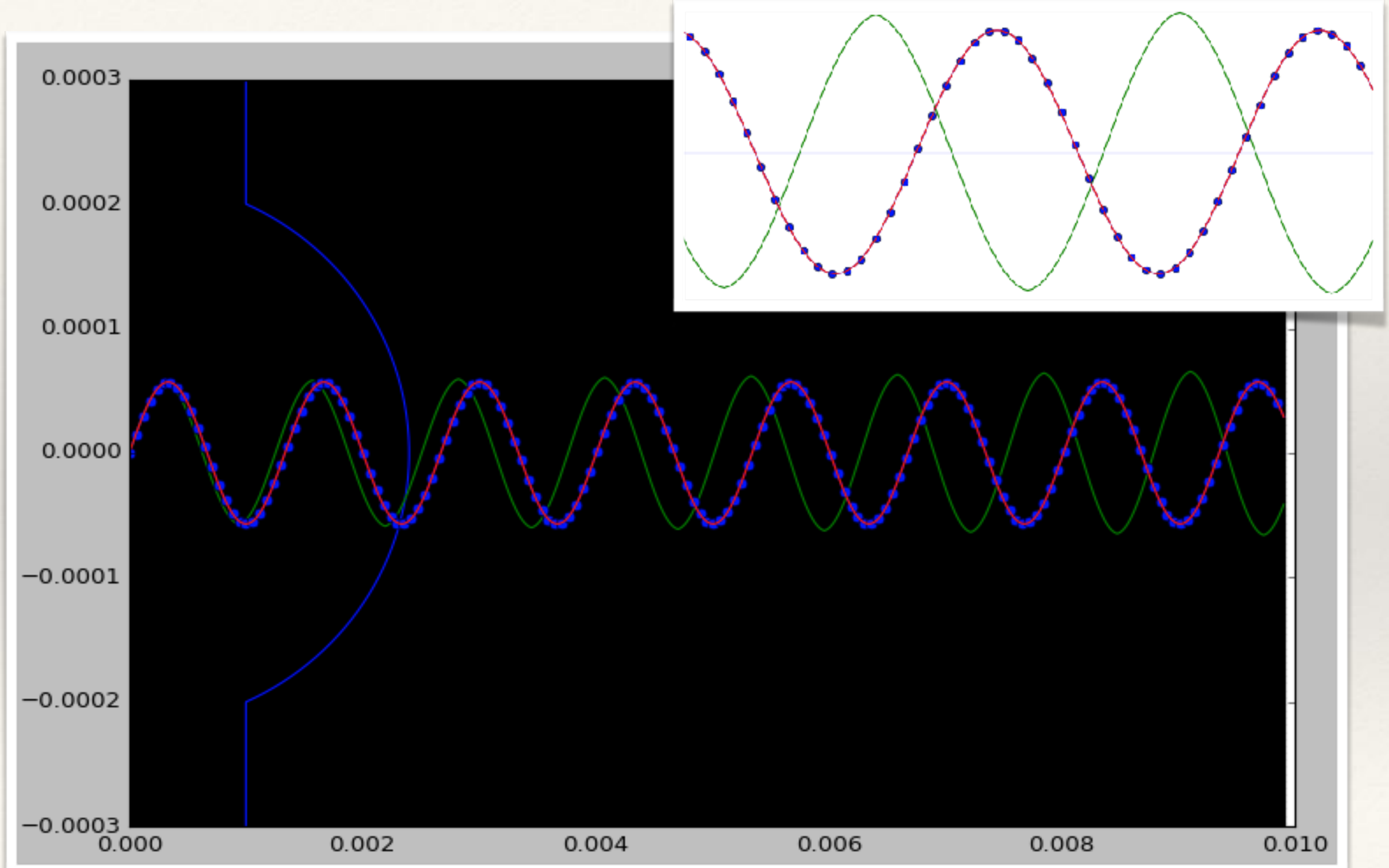
- Aucun problème avec Euler qui suit gentiment le rayon !



Comparaison pour 1000 strates et toujours le même nombre de points

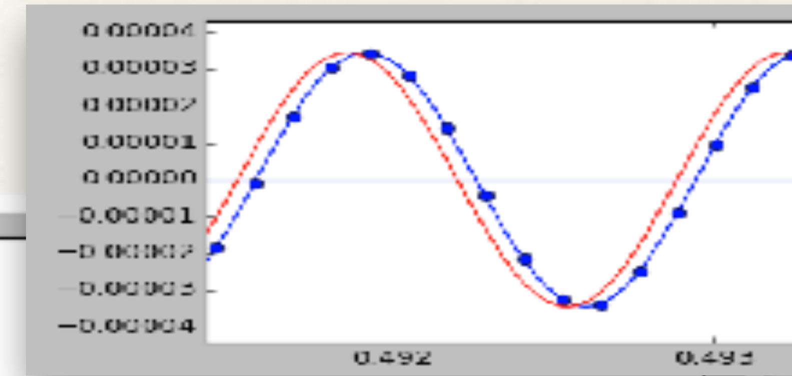
[Rq : Euler —> 1 point sur 100]

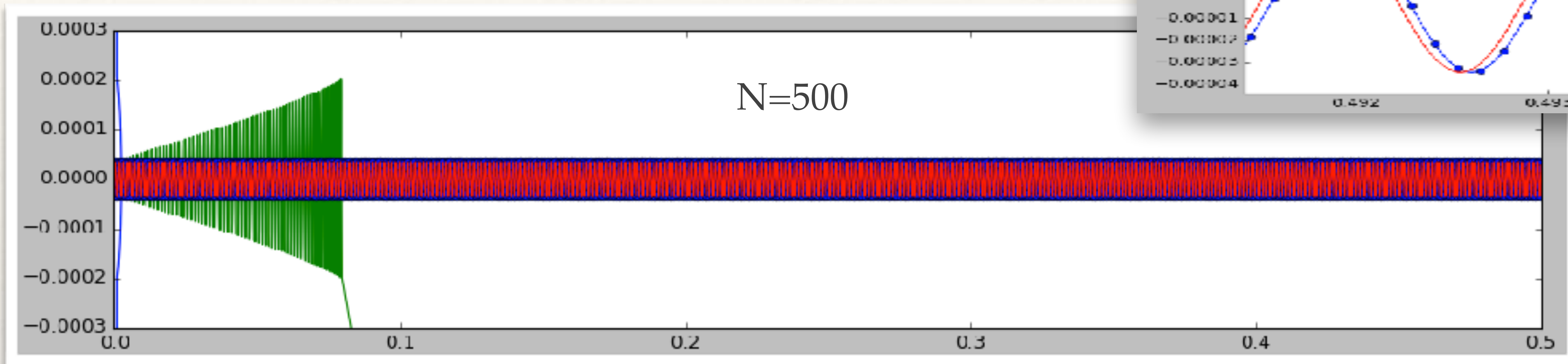
La divergence est très légère, mais il y a opposition de phase après 8 oscillations.



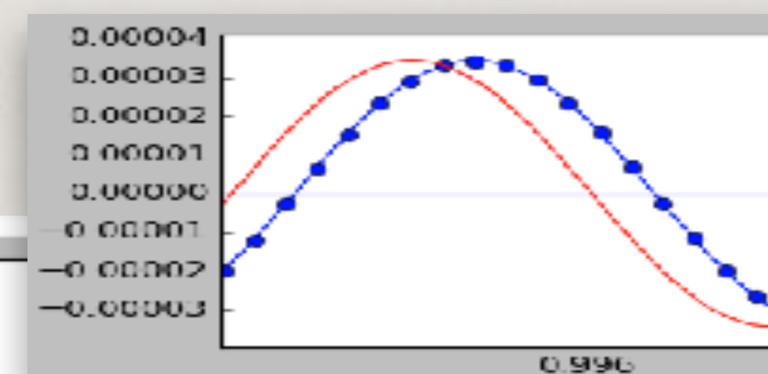
<u>Effet de la résolution sur la distance de propagation :</u>

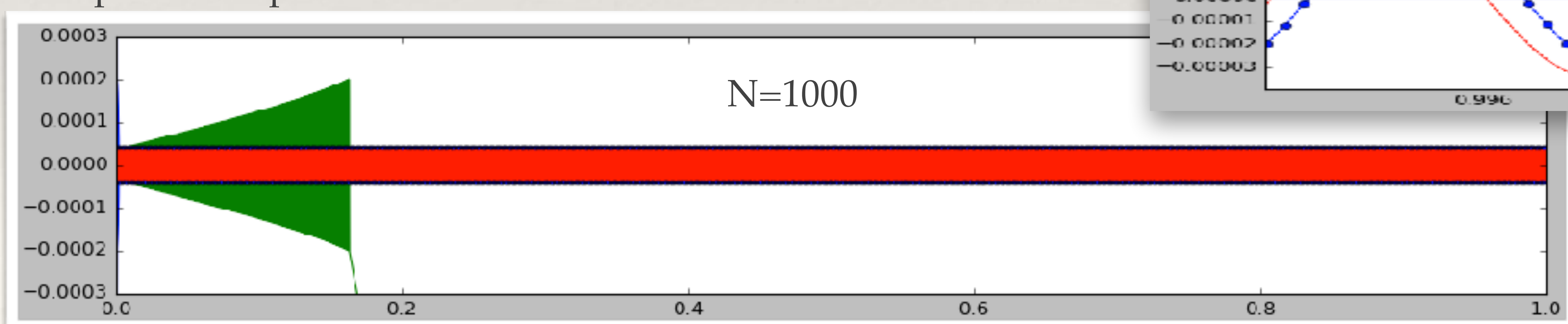
Comparaison après 50cm soit environ 500 oscillations :



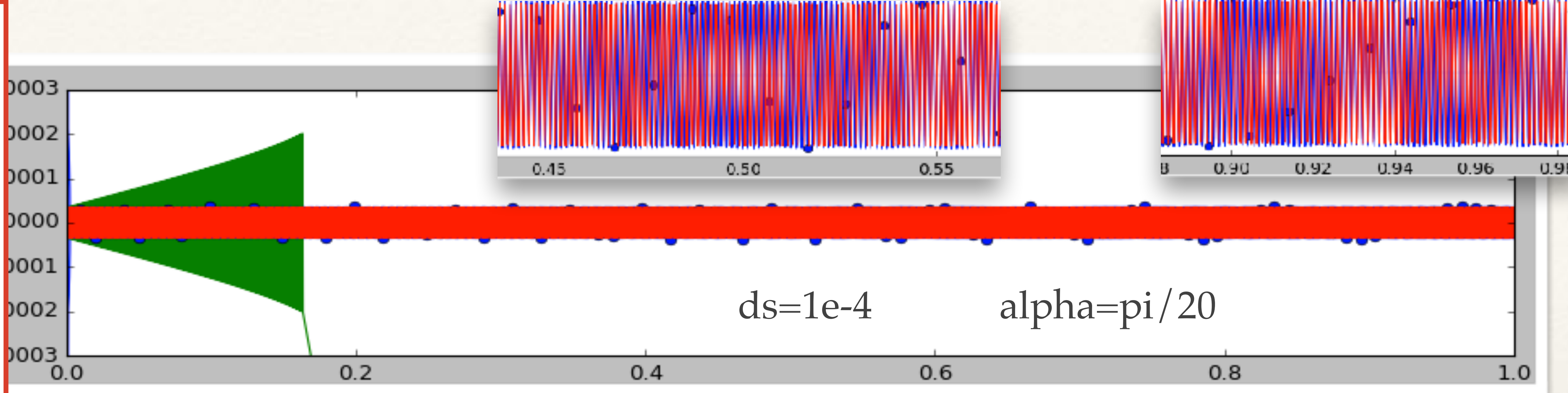


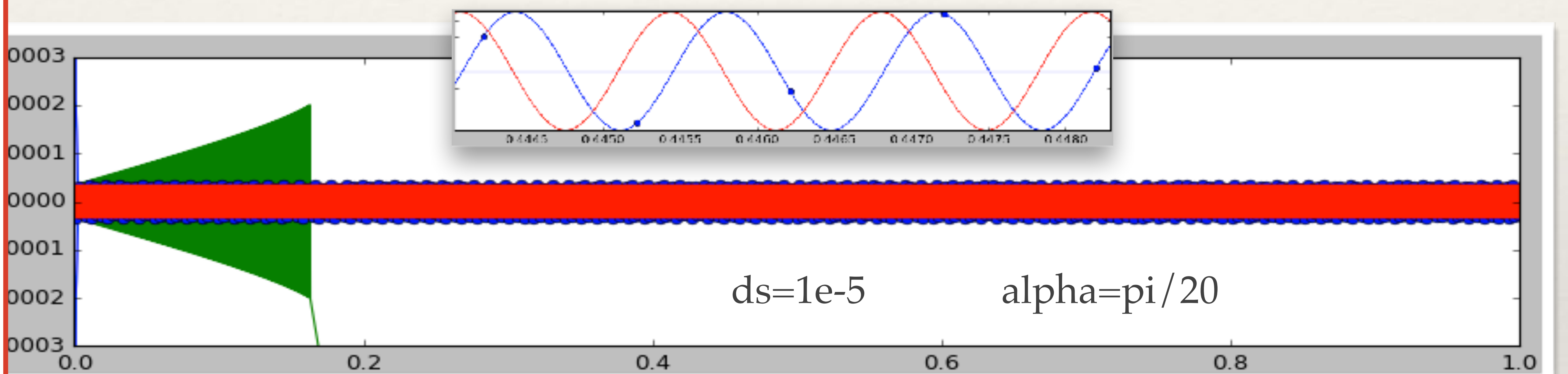
Comparaison après 1m soit environ 1000 oscillations :

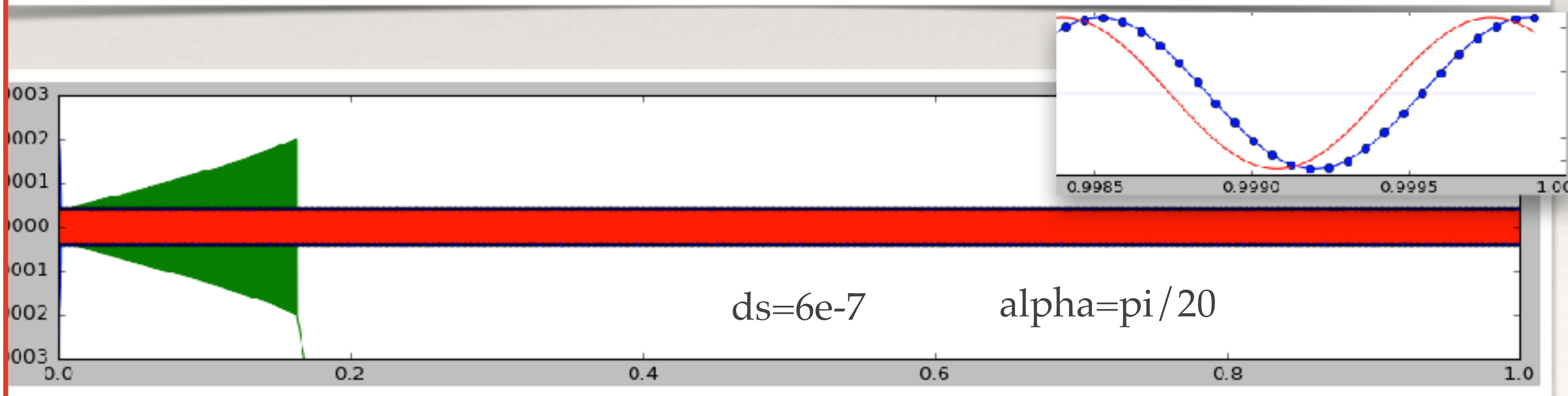




Effet du pas d'intégration [alpha=pi/20]







Effet de l'angle initial [ds = 1e-5m]