

Union des professeurs de physique et de chimie

Le principe du voilier solaire

par **Thierry ALHALEL**

31400 Toulouse

thierry.alhalel@laposte.net

RÉSUMÉ

On étudie dans cet article le principe d'un vaisseau spatial tirant partie de la pression des radiations solaires pour se mouvoir. On cherche la manœuvre optimale permettant, à partir d'une orbite circulaire autour de la Terre, d'atteindre la vitesse de libération. Pourra-t-on un jour voir de tels voiliers solaires faire le trajet Terre/Lune, comme l'imagine V. BÉLETSKI [1] ?

1. INTRODUCTION

L'éclairement du Soleil au niveau de la Terre⁽¹⁾ est de l'ordre de $E = 1,4 \text{ kW} / \text{m}^2$. On peut en déduire l'expression de la pression de radiation sur une surface S complètement absorbante : $p = E / c$, où c est la vitesse de la lumière, soit $p = 4,6 \cdot 10^{-6}$ Pascal. Cette pression est bien sûr infime mais peut être utilisée dans l'espace pour donner de l'énergie à un vaisseau spatial. On considère une voile parfaitement réfléchissante de surface S , perpendiculaire aux rayons du Soleil eux-mêmes supposés parallèles entre eux. La pression sur la voile est $p' = 2.p$, car la lumière incidente est totalement réfléchi (on aurait $p' = p$ dans le cas d'une voile parfaitement noire, absorbante). La force F subie par la voile sera donc $F = p'.S$, ce qui donne une accélération maximale :

$$a_m = 2.pS/m$$

où m est la masse totale du vaisseau.

On désire une accélération maximale de 1/1000 de g soit $a_m \approx 9,81 \cdot 10^{-3} \text{ m/s}^2$ ce qui

(1) Valeur obtenue à l'aide de la constante solaire, qui est la quantité d'énergie totale libérée chaque seconde par le Soleil : $A = 3,826 \cdot 10^{23} \text{ kW}$.

correspond à une voile de surface $S \approx 2,13 \text{ km}^2$ pour une masse de $m = 2000 \text{ kg}$. Il existe certains matériaux réfléchissants suffisamment légers pour être envisagés ici : si on donne à la voile une masse m' de 1000 kg et une épaisseur de $1/1000$ de mm on arrive à une masse volumique de l'ordre de $\mu \approx 470 \text{ kg/m}^3$ ordre de grandeur de certains plastiques.

On va donc étudier le mouvement d'un voilier solaire de masse m , dont la voile a une surface S , initialement en orbite éclipstique circulaire autour de la Terre et subissant en permanence la poussée des rayons lumineux solaires.

2. LES ÉQUATIONS DU MOUVEMENT

On va considérer dans toute la suite que le voilier possède une voile plane et se trouve dans le plan de l'écliptique. Les rayons solaires étant eux-mêmes dans ce plan et le voilier subissant la gravitation de la Terre seule, on peut restreindre l'étude du mouvement à l'écliptique et travailler dans les coordonnées éclipstiques polaires r et φ . On note \vec{u} et \vec{v} les vecteurs unitaires radial et tangentiel. On a donc les expressions de la vitesse \vec{w} et de l'accélération \vec{a} en coordonnées polaires :

$$\begin{cases} \vec{r} = r \cdot \vec{u} \\ \vec{w} = \dot{r} \cdot \vec{u} + r\dot{\varphi} \cdot \vec{v} \\ \vec{a} = (\ddot{r} - r\dot{\varphi}^2) \cdot \vec{u} + (2\dot{r}\dot{\varphi} + r\ddot{\varphi}) \cdot \vec{v} \end{cases}$$

Comme le mouvement du voilier va durer seulement quelques jours, on peut négliger le mouvement de la Terre autour du Soleil et on peut donc considérer le référentiel géocentrique comme galiléen. La deuxième loi de Newton donne alors, toujours en polaires :

$$\begin{cases} \ddot{r} - r\dot{\varphi}^2 = F_{\text{radial}}/m & \# \text{manque un carré} \\ 2\dot{r}\dot{\varphi} + r\ddot{\varphi} = F_{\text{tan}}/m \end{cases}$$

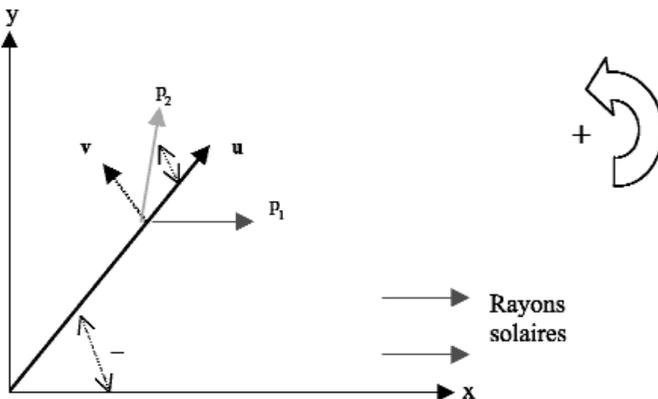


Figure 1 : Mouvement plan.

on pose désormais $u = dr/dt$ et $s = r \cdot d\phi/dt$, ce qui donne, après un calcul simple, les équations du mouvement :

$$\begin{cases} u = \dot{r} \\ s = r \cdot \dot{\phi} \\ \frac{du}{dt} = \frac{s^2}{r} + \frac{F_{radial}}{m} \\ \frac{ds}{dt} = -\frac{u \cdot s}{r} + \frac{F_{tangentielle}}{m} \end{cases} \quad (\text{Eq. 2.1})$$

3. LES FORCES

On note \mathbf{p}_1 la force relative aux photons incidents, dirigés parallèlement à l'axe Ox et \mathbf{p}_2 la force relative aux photons réfléchis, vecteur dont la direction dépend de l'orientation de la voile. On note α l'angle entre la direction radiale \mathbf{u} et \mathbf{p}_2 , ϕ est l'angle polaire, c'est-à-dire l'angle entre l'axe des x et le vecteur unitaire \mathbf{u} . On introduit aussi une fonction H qui modélise la présence de lumière ou non (absence de photons solaires dans l'ombre de la Terre). La projection des forces en polaire donne :

$$\begin{cases} F_{radial} = \frac{-G \cdot M_T \cdot m}{r^2} + H \cdot (p_1 \cos \phi + p_2 \cos \alpha) \\ F_{tangentielle} = H \cdot (-p_1 \sin \phi + p_2 \sin \alpha) \end{cases}$$

Comme le miroir est supposé parfait on a $p_1 = p_2 = p \cdot S$ (p est la pression de radiation calculée plus haut), d'où :

$$\begin{cases} \frac{du}{dt} = \frac{s^2}{r} - \frac{G \cdot M_{Terre}}{r^2} + \frac{a_m \cdot H}{2} (\cos \phi + \cos \alpha) \\ \frac{ds}{dt} = \frac{u \cdot s}{r} + \frac{a_m \cdot H}{2} (\sin \alpha + \sin \phi) \end{cases} \quad (\text{Eq. 3.1})$$

Attention signe

4. L'OMBRE DE LA TERRE ET LA FONCTION H

On ne tient pas compte ici de la pénombre de la Terre, mais seulement du cylindre d'ombre. Lorsque le voilier pénètre dans l'ombre de la Terre il ne reçoit plus le flux solaire, et H est donc nul. À l'extérieur de l'ombre H vaut 1.

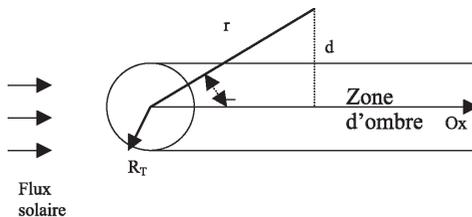


Figure 2 : Ombre terrestre.

Le vaisseau est dans l'ombre de la Terre si $d < R_T$, soit $|\varphi| < \varphi_{\text{lim}} = \arcsin(R_T/r)$ alors $H = 0$. Pour les autres valeurs de φ on prendra $H = 1$.

Exemple : si $r_0 = 42400$ km (géosynchrone) on a $\varphi_{\text{lim}} = 8,68^\circ$.

5. ÉNERGIE ET MANŒUVRE OPTIMALE

L'énergie du voilier dans le champ de gravitation terrestre s'écrit :

$$\varepsilon = 1/2 m v^2 - G \cdot M_T \cdot m/r$$

Energie totale
massique fois 2

On définit la quantité réduite : $h = 2 \cdot e/m = u^2 + s^2 - 2 \cdot G \cdot M_T / r$

On cherche à optimiser la manœuvre du voilier, on veut donc que la position de la voile soit à chaque instant optimale pour que la « poussée » soit la plus grande possible. Il est facile de voir que dos au flux solaire la voile doit être perpendiculaire à ce flux, mais comment faire évoluer l'angle α en fonction de la position φ par rapport au Soleil ? Pour cela on calcule dh/dt en utilisant les équations du mouvement 3.1 du paragraphe 3. On trouve que l'accroissement de la quantité réduite h à chaque unité de temps vaut :

$$\frac{dh}{dt} = a_m \cdot H (u [\cos \varphi + \cos \alpha] + s [\sin \alpha + \sin \varphi])$$

On veut que dh/dt soit maximal à chaque instant t selon la variable α :

Pourquoi ??
et pourquoi dh/dt ?

$$\frac{\partial h}{\partial \alpha} = 0 \rightarrow -u \cdot \sin \alpha + s \cdot \cos \alpha = 0$$

la croissance de h est optimisée à chaque instant t lorsque on respecte la condition :

$$\begin{cases} \cos \alpha = \frac{u}{\sqrt{u^2 + s^2}} \\ \sin \alpha = \frac{s}{\sqrt{u^2 + s^2}} \end{cases} \quad (\text{Eq. 5.1})$$

6. CONDITIONS INITIALES

Comme on l'a vu plus haut on place initialement le voilier sur une orbite éclipitique. On va imaginer que cette orbite est circulaire géosynchrone⁽²⁾, à l'altitude $h = 35874$ km. Avec le rayon de la Terre $R_T = 6376$ km (supposé constant) et la masse $M_T = 5,98 \cdot 10^{24}$ kg, on trouve les conditions initiales, dans le référentiel géocentrique :

$$r_0 = 42250 \text{ km} \quad s_0 = 3072,5 \text{ m/s} \quad u_0 = 0 \text{ m/s}$$

On choisit l'angle $\varphi = +3\pi/2$ et l'angle α vaut $\alpha = +\pi/2$: la poussée maximale dans cette position, la composante radiale est alors nulle et la composante tangentielle

(2) Rappelons qu'une orbite géosynchrone a une période de révolution de 24 h et qu'une orbite géostationnaire a la même période mais est de plus équatoriale, c'est-à-dire qu'alors le satellite est toujours au-dessus du même point de l'équateur.

vaut a_m . La surface de la voile est prise de telle façon qu’au niveau de la Terre a_{max} vaut : $a_{max} = 9,81/1000 \text{ m/s}^2$. Résumé des conditions initiales choisies : à la date $t = 0 \text{ s}$ la position du voilier est donnée par :

r_0	s_0	u_0	φ_0	α_0	a_{max}
42250 km	3072,5 m/s	0 m/s	270°	+ 90°	0,00981 m/s ²

Rappel des constantes planétaires :

$G \text{ Nm}^2 \text{ kg}^{-2}$	Masse Terre M	Rayon terrestre	g_0
$6,67 \cdot 10^{-11}$	$5,98 \cdot 10^{24} \text{ kg}$	6376 km	9,81 m/s ²

7. ALGORITHME DE RÉOLUTION PAS À PAS

On simule pas à pas le mouvement du voilier en tenant compte de la condition optimale de manœuvre. Le pas temporel choisi est $\Delta t = 1 \text{ s}$. Connaissant les conditions initiales on peut déterminer les positions et vitesses successives du voilier par itérations successives :

$$\begin{cases} u_n = \frac{du_{n-1}}{dt} \cdot \Delta t + u_{n-1} \\ s_n = \frac{ds_{n-1}}{dt} \cdot \Delta t + s_{n-1} \\ r_n = r_{n-1} + u_n \cdot \Delta t \\ \varphi_n = \varphi_{n-1} + \frac{s_n}{r_n} \cdot \Delta t \end{cases}$$

Ces équations itératives sont obtenues à partir de 2.1, où du/dt et ds/dt sont calculés à chaque instant t en tenant compte des équations 3.1 (expression des forces).

On évalue de plus la valeur de l’angle α à chaque pas en utilisant la condition 5.1 du paragraphe précédent. La simulation a été réalisée à l’aide du logiciel Matlab®, les calculs effectués sur un processeur PIV à 3,2 GHz.

8. RÉSULTATS DE LA SIMULATION

La figure 3 présente la trajectoire du voilier dans le système de coordonnées xOy , de telle sorte que les rayons du Soleil arrivent tous selon Ox . Le petit disque noir au centre du système de coordonnées représente le disque terrestre ($R_T = 6376 \text{ km}$). Chaque cercle est séparé du suivant par une durée d’une heure. Il faut, en prenant les conditions initiales évoquées plus haut, deux tours avant que le voilier n’atteigne la vitesse de libération donnée par $v_{lib} = \sqrt{(2 \cdot G \cdot M_T / r)}$, où r est la distance entre le centre de la Terre et le voilier. La simulation donne un intervalle de temps d’environ $\Delta t = 110,42 \text{ heures}$ (soit 4,60 jours) avant que le voilier puisse quitter l’attraction terrestre.

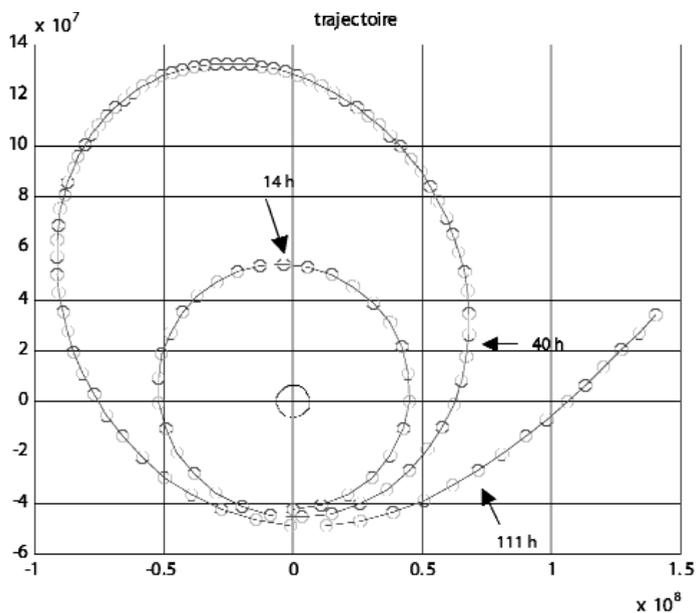


Figure 3 : Allure de la trajectoire (axes X et Y en mètres).

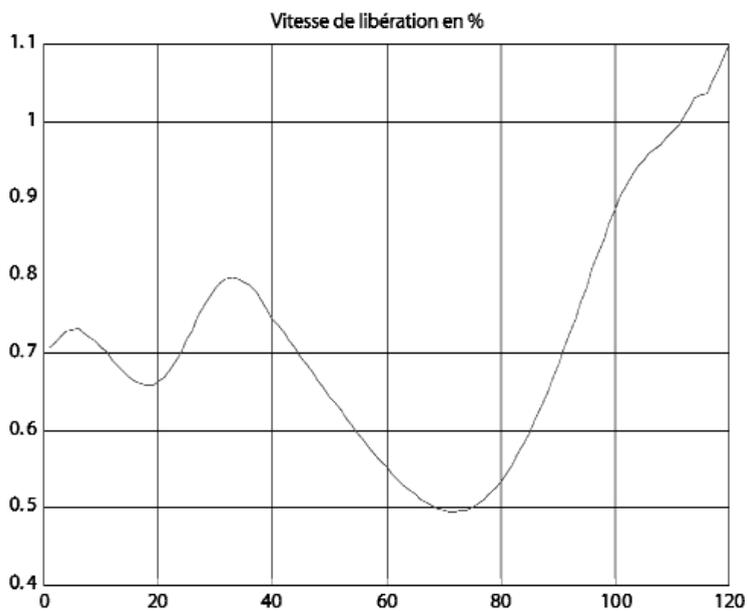


Figure 4 : Quotient vitesse / vitesse de libération : axe des abscisses en heures.

On peut remarquer que lorsque le voilier est face au Soleil les cercles sont plus rapprochés les uns des autres, ce qui revient à dire qu'il avance contre le flux solaire. Au contraire, avec le Soleil dans le dos, les cercles sont plus espacés, la vitesse croît rapidement en norme.

La figure 4 montre l'évolution avec le temps (axe des abscisses en heures) de la vitesse rapportée à la vitesse de libération à la distance r du centre de la Terre. Il faut $\Delta t = 110,42$ heures pour que le voilier solaire acquiere les 30 % manquants sur l'orbite initiale circulaire géosynchrone.

Il est intéressant de comparer le graphe précédent à celui de la norme de la vitesse (cf. figure 5, en haut). Les allures sont différentes car il faut se rappeler que la vitesse de libération dépend elle-même de la distance au centre de la Terre r :

$$v_{liberation} = \sqrt{2 \cdot G \cdot M_T / r}$$

Entre la cinquantième et la quatre-vingt-dixième heure on remarque que la norme de la vitesse est assez basse (entre 1 et 2 km/s), ce qui correspond sur la trajectoire au deuxième tour sur la portion où le voilier est face au Soleil. Il y avait précédemment un creux similaire, correspondant au premier tour, entre la quinzième et la vingt-cinquième heure.

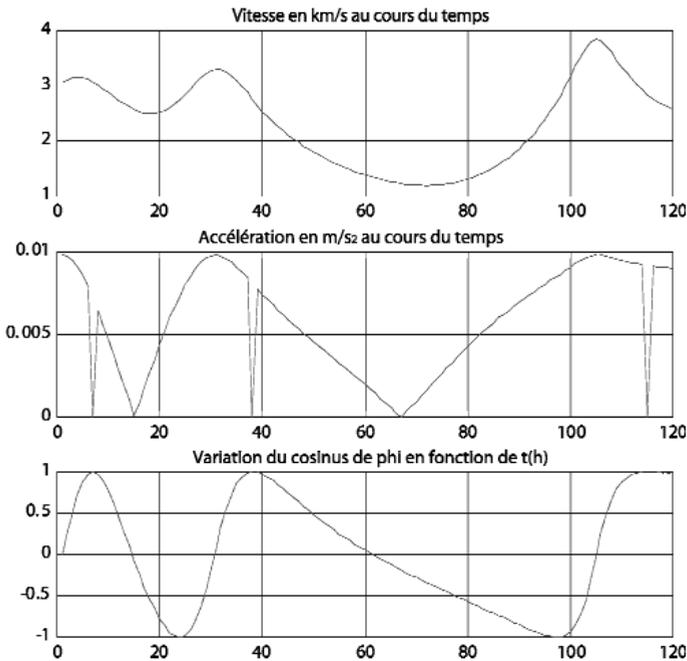


Figure 5 : Variation de la vitesse et de l'accélération (en norme) au cours du mouvement (abscisse en heures).

On remarque sur la figure 5 (au centre) les variations de la norme de l'accélération au cours du temps. L'accélération s'annule brusquement trois fois, lorsque le voilier passe dans l'ombre de la Terre vers les heures : 5, 36 et 113 après le départ. À chaque passage dans l'ombre le cosinus de φ est proche de 1, ce qui est cohérent puisque le voilier est alors proche de l'axe des x. Rappelons que nous ne tenons pas compte dans cette étude du cône de pénombre terrestre.

La figure 6 montre les variations de la part d'accélération due au flux solaire rapportée à l'accélération maximale $a_m = g/1000$ en fonction du temps en heure (abscisse). La figure du bas est un agrandissement de la figure du haut. Chaque cercle est séparé du suivant par un intervalle de temps d'une heure. On remarque que lors des trois passages dans l'ombre de la Terre ce rapport est nul comme attendu. Les deux premiers passages dans l'ombre se produisent dans la phase d'accélération initiale du voilier, avant qu'il n'atteigne la vitesse de libération. Lors du troisième passage le vaisseau a déjà atteint la vitesse de libération depuis deux heures environ.

À l'instant initial l'orientation de la voile rend la poussée maximale (100 %) : le voilier est dos au flux solaire. Au moment de la première entrée dans l'ombre terrestre (cinq heures environ après le départ) la poussée a diminué de 20 % seulement.

Le tableau ci après donne l'instant d'entrée dans l'ombre, la durée de passage dans l'ombre ainsi que la date de sortie de l'ombre (somme des deux lignes précédentes).

Passage	n° 1	n° 2	n° 3
Entrée (h)	5,42	36,42	113,11
Durée (h)	1,16	1,39	1,86
Sortie (h)	6,58	37,81	114,97

On peut estimer simplement la durée en approximant la partie de trajectoire dans l'ombre à une orbite circulaire et en déduisant le temps nécessaire pour parcourir la distance $2 \cdot R_T$. Ainsi pour le premier passage dans l'ombre :

$$t = \frac{2 \cdot R_T}{\sqrt{G \cdot M_T / r}} = \frac{1,2752 \cdot 10^7}{\sqrt{6,6710^{-11} \cdot 5,98 \cdot 10^{24} / 4,4 \cdot 10^7}} = 1,17 h$$

ce résultat est tout à fait cohérent avec le calcul de la simulation informatique que l'on trouve dans le tableau précédent.

On constate également qu'autour de la quinzième heure et de la soixante-septième heure la poussée solaire est quasiment nulle, sans que le voilier soit pour autant dans l'ombre de la Terre. Il s'agit des parties de la trajectoire où le voilier est face au flux solaire et où la voile lui est parallèle, de façon à minimiser le ralentissement.

La figure 7 montre l'évolution avec le temps de l'énergie normalisée $h = 2 \cdot \varepsilon/m$. Tant que h est négatif, il s'agit d'un état lié, le voilier se trouve en orbite autour de la Terre. À partir de la cent dixième heure h s'annule, la vitesse de libération est donc atteinte et le voilier échappe alors à l'attraction terrestre. La courbe présente deux

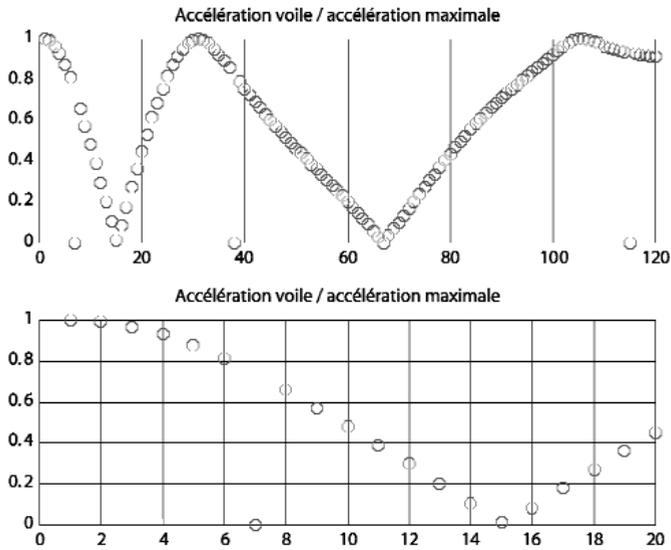


Figure 6 : Rapport de l'accélération due au flux solaire sur la valeur maximale a_m (abscisse en heures).

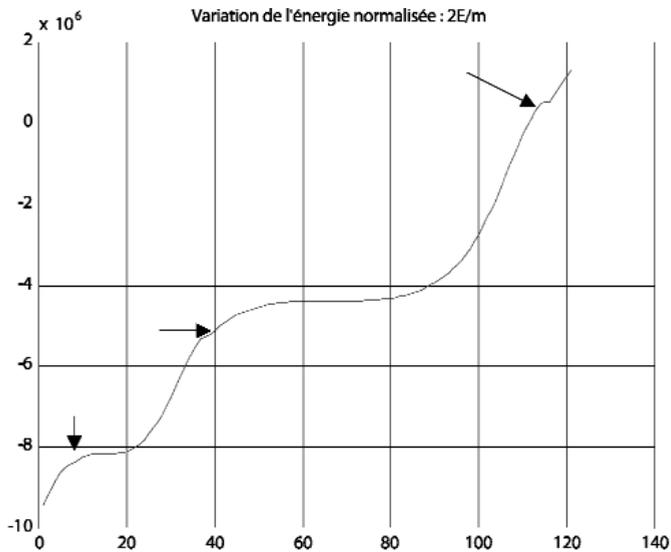


Figure 7 : Variation de l'énergie normalisée au cours du temps.

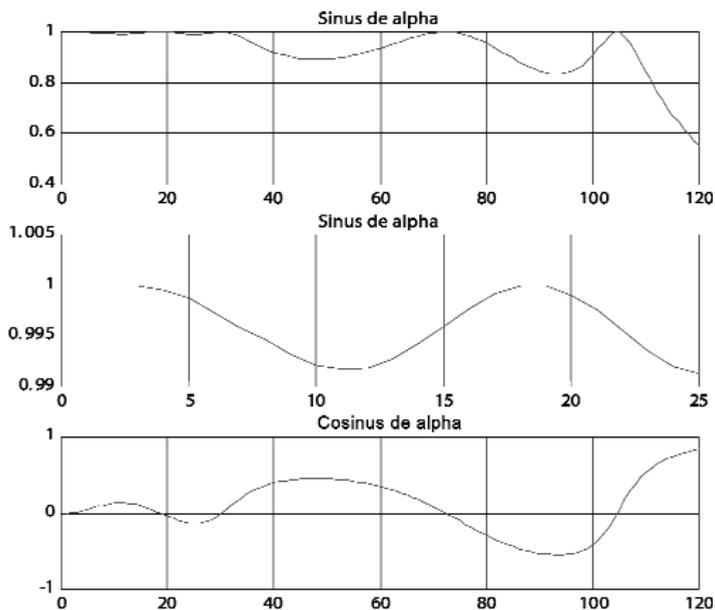


Figure 8 : Angle de rotation α de la voile.

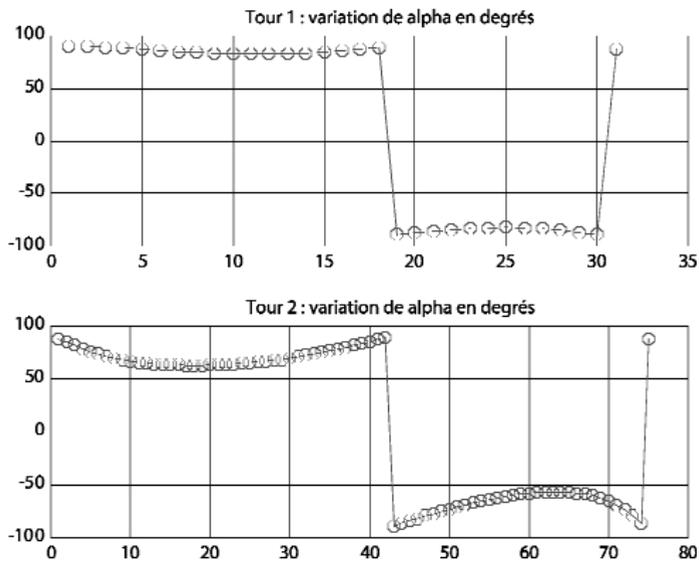


Figure 9 : Variation de l'angle α (en degrés) pour chaque tour.

plateaux horizontaux (entre 15 et 30 puis entre 50 et 80), qui correspondent approximativement au mouvement du voilier face au Soleil. Lors de cette portion de trajet h est constant, le voilier se contente « de remonter le flux » sans perdre d'énergie. Les trois flèches montrent l'altération de la courbe lors du passage du voilier dans l'ombre de la Terre.

La figure 8 montre les variations des sinus et cosinus de l'angle α , angle entre le rayon vecteur normal \mathbf{u} et la force \mathbf{p}_s , liée aux rayons réfléchis sur la voile. Le graphe du milieu est un grossissement de la figure du haut. Ces courbes nous permettent de connaître heure par heure la meilleure orientation possible de la voile pour bénéficier de la poussée solaire maximale, en relation avec la courbe énergétique. On donne dans le tableau ci-après les valeurs extrêmes pour chaque tour **de la valeur absolue** de l'angle α :

$ \alpha $ en degré	Valeur maximale	Valeur minimale	Valeur initiale	Valeur finale
Tour 1	90	82	90	90
Heure	0	10	0	30
Tour 2	90	56	90	90
Heure	30	65	30	105

On donne sur la figure 9 directement les variations ⁽³⁾ de l'angle α (en degré) pour le tour 1 : (de 0 à 30 h, soit une durée de 30 h), puis pour le tour 2 : (de 30 à 104 h, soit une durée de 74 h). Chaque cercle est séparé du suivant par un intervalle de temps d'une heure. Comme on le voit, lors du premier tour les variations en valeur absolue de α sont minimales, mais du fait de la rotation du voilier selon φ le signe change brusquement. Lors du second tour, les variations en valeur absolue sont plus importantes.

Il convient de tenir compte des variations de α en même temps que de φ . Pour ce faire, la figure 10 montre pour les deux révolutions du voilier autour de la Terre la manœuvre à accomplir : on trouve en ordonnée le sinus de α et en abscisse le sinus de φ . On a indiqué la branche de départ par une flèche sur les deux graphiques.

On retrouve ainsi initialement que $\sin \alpha = 1$ (soit 90°) tandis que $\sin \varphi = -1$ (soit 270°). On peut remarquer que lors du premier tour l'angle α varie peu, il reste toujours compris (en valeur absolue) entre $82,5^\circ$ et 90° . Lors du second tour les valeurs extrêmes de l'angle α sont comprises entre $56,6^\circ$ et 90° (toujours en valeur absolue).

Bien évidemment le sinus de φ varie à chaque tour entre -1 et $+1$, ce qui correspond à une révolution complète autour de la Terre.

On dispose ainsi d'un graphe permettant d'optimiser à chaque instant l'orientation de la voile (il conviendrait cependant d'adjoindre à ce graphe le cosinus de l'angle α pour les raisons de signe vues plus haut).

(3) *Attention* : sur la figure 9 le second tour commence à 1, mais il ne débute en fait que trente heures après le début du mouvement.

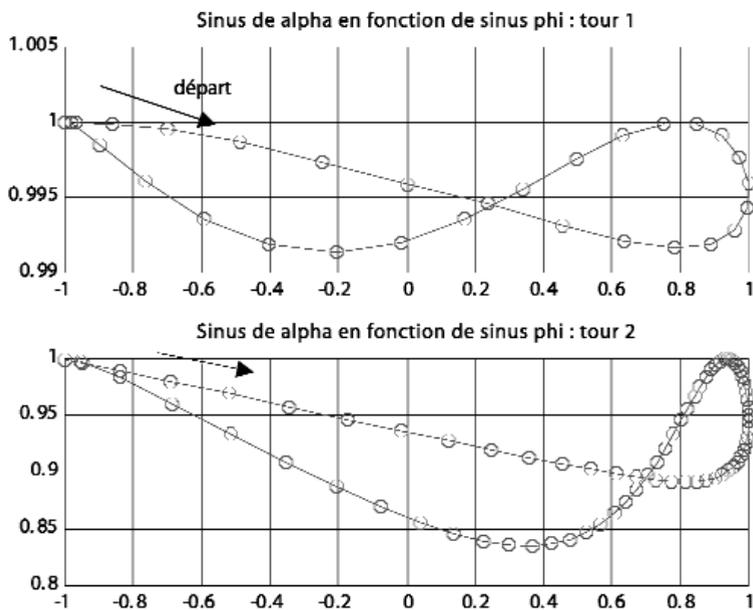


Figure 10 : La bonne manœuvre : $\sin(\alpha)$ en ordonnées en fonction de $\sin(\phi)$ en abscisse.

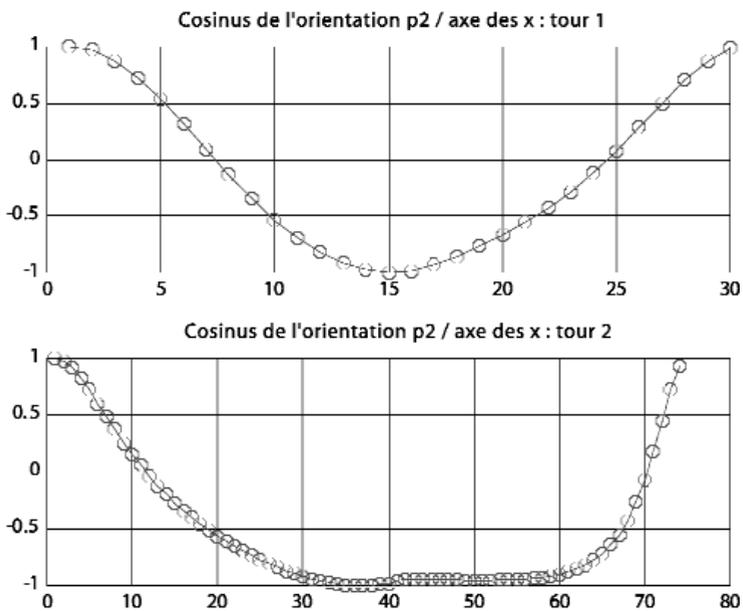


Figure 11 : Orientation de la voile par rapport aux rayons solaires.

La figure 11 permet de mieux rendre compte de la manœuvre à réaliser à chaque instant : on y donne pour chaque tour le cosinus de l'angle O que doit faire à chaque instant l'axe des x (dirigé vers l'extérieur) et la normale \mathbf{p}_2 (dirigée vers l'extérieur de l'orbite). On se convaincra aisément que cet angle O n'est autre que :

$$O = \varphi + \alpha$$

On retrouve ainsi le fait qu'initialement $O_0 = 3 \cdot \pi/2 + \pi/2 = 0$ modulo 2π .

À la fin comme au début de chaque tour, O prend une valeur nulle, ce qui montre que la poussée est maximale et est orientée selon les x croissants.

Lors du premier tour, autour de l'heure 6, le cosinus est nul, ce qui montre la manœuvre à réaliser : \mathbf{p}_2 doit être perpendiculaire à l'axe des x , c'est-à-dire en réalité que la voile est parallèle au flux de radiations solaires.

Lors du premier tour, aux alentours de l'heure 14 le cosinus vaut -1 , ce qui correspond à \mathbf{p}_2 faisant un angle de 180° avec Ox , donc une voile perpendiculaire au flux solaire. La comparaison avec la figure 7 montre qu'il n'y a pas de gain d'énergie dans cette zone. On retrouve le même phénomène, mais sur une durée plus longue⁽⁴⁾ (de la soixantième à la quatre-vingt-dixième heure) lors du second tour, ce qui correspond au long plateau de la figure 7 (basé sur l'optimisation de l'énergie).

La figure 12 montre sur chacun des deux tours le vecteur accélération selon Ox (abscisse) et Oy (ordonnée), la valeur maximale a_m étant normalisée à 1. Les deux flèches indiquent les positions du début de chaque tour.

En ce qui concerne le premier tour on note l'annulation de l'accélération normalisée vers la cinquième heure, ce qui correspond au premier passage dans l'ombre. On retrouve le même phénomène autour de la trente-sixième heure lors du second tour. Lors du premier tour on note encore qu'autour de la quinzième heure l'accélération s'annule à nouveau ce qui correspond qu'à ce moment-là le voilier « remonte » le flux solaire.

9. CHANGEMENT DES CONDITIONS INITIALES

On étudie dans ce paragraphe la durée Δt nécessaire pour atteindre la vitesse de libération en fonction de la distance initiale à la Terre, en partant bien sûr d'une orbite circulaire de rayon variant de cinq jusqu'à quinze rayons terrestres. La figure 13 rend compte des résultats. Les ordonnées sont en jours et les abscisses sont en fraction de rayon terrestre R_T . On retrouve bien que pour $6,6 R_T$ la valeur de Δt vaut environ 4,6 jours. Il est important de remarquer que Δt varie du simple au triple selon la position initiale du vaisseau. Cela correspond au fait que si à la fin d'un tour le voilier n'a pas atteint la vitesse de libération il doit faire un tour supplémentaire quasi complet pour ce faire. Cela ne peut qu'augmenter de façon importante Δt ! Il ne faut donc pas croire que plus on sera

(4) Attention : sur la figure 11 le second tour commence à 1, mais il faut ajouter les trente heures du tour précédent : le cosinus vaut donc -1 entre la soixantième et la quatre-vingt-dixième heure !

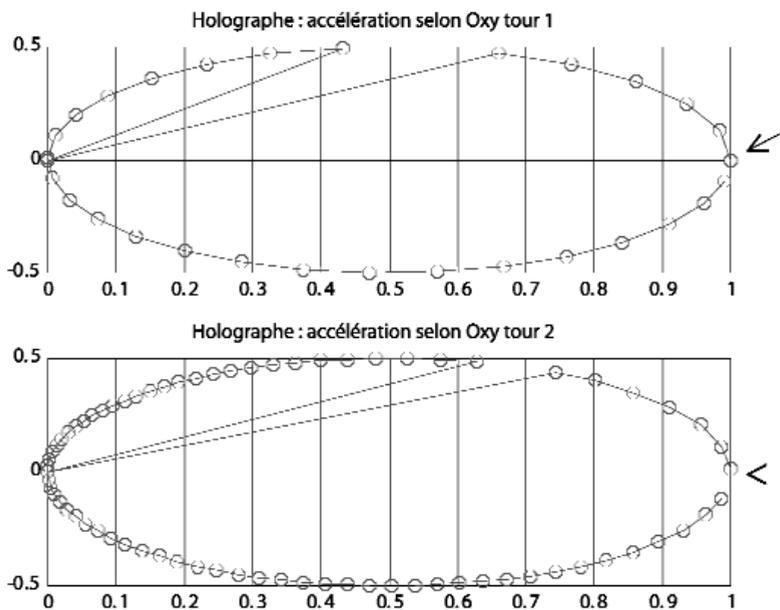


Figure 12 : Représentation de l'accélération selon Ox et Oy.

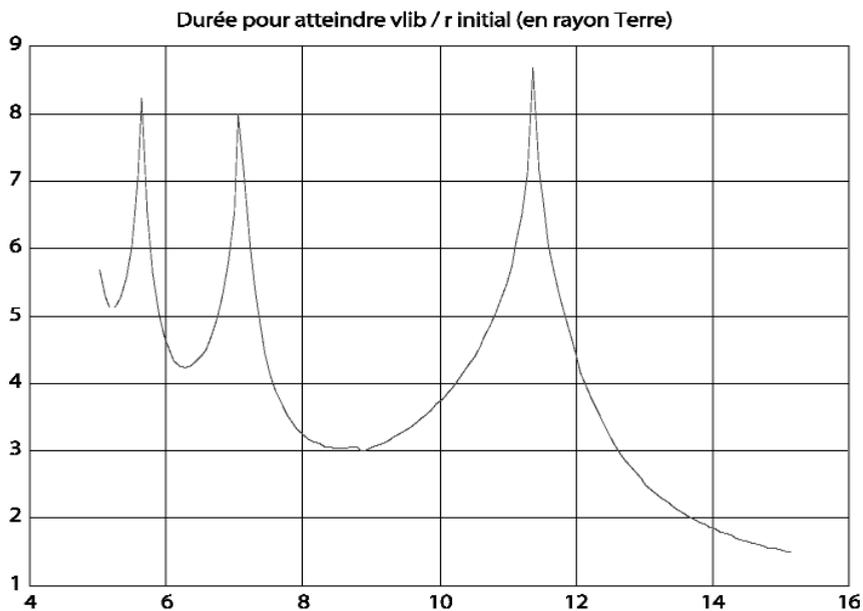


Figure 13 : Durée de libération (ordonnée en φ) selon les conditions initiales (R_T abscisse).

loin de la Terre plus Δt sera petit. Il faut choisir la position de départ dans un creux de la courbe et pour un angle $\varphi = 270^\circ$ pour bénéficier dès le départ des conditions qui optimiseront la valeur Δt .

CONCLUSION

Cette étude montre la faisabilité (au moins théorique) d'une course de voiliers solaires autour de la Terre. On peut se prêter à rêver et imaginer la prouesse technologique que cela représenterait. Remarquons que nous sommes restés dans l'hypothèse d'une voile plane, mais il est possible d'étudier l'intérêt d'une voile de forme plus complexe, voire de forme variable.

Les équations du mouvement sont complexes mais il est assez simple de les numériser, comme le montre cet article et d'étudier alors le mouvement du voilier sous la double influence des radiations solaires et de la force de gravitation de la Terre.

BIBLIOGRAPHIE

On pourra consulter, pour plus de détails :

[1] BÉLETSKI V. *Essais sur le mouvement des corps cosmiques*. Moscou : Édition Mir Moscou, 1986

pour un point de vue de mécanique générale (énergie dans le champ de pesanteur) :

[2] PÉREZ J.-Ph. *Mécanique*. Paris : Masson, 1992.



Thierry ALHALEL
Toulouse (Haute-Garonne)